Parcours B/C

VISIONS

MATHÉMATIQUE

11e année

CORRIGÉ DU MANUEL

Claude Boivin
Dominique Boivin
Jean-François Cardin
Jean-Claude Hamel
Antoine Ledoux
Steeve Lemay
Étienne Meyer
François Pomerleau
Nathalie Ricard
Vincent Roy

LES ÉDITIONS CEC

9001, boul. Louis-H.-La Fontaine, Anjou (Québec) Canada H1J 2C5
Téléphone : 514-351-6010 • Télécopieur : 514-351-3534

TABLE DES MATIÈRES

VISION 1 La modélisation à l'aide de fonctions

VISION 2 L'équivalence en algèbre

VISION 3 La fonction quadratique

VISION 4 La géométrie analytique et les systèmes d'équations

VISION 5 Les systèmes d'équations et d'inéquations

VISION 6 **Les fonctions exponentielles et logarithmiques**

VISION 7 **Les graphes**

VISION 8 **Les lieux géométriques et les relations métriques dans le cercle**

VISION 9 **Les mesures statistiques**

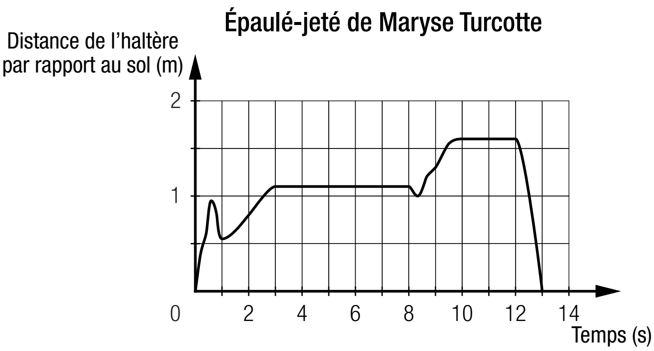
VISION 1 La modélisation à l'aide de fonctions

RÉVISION 1

Réactivation 1

Page 4

a.



b. **1)** [0, 13] s **2)** [0, 1,6] s

c. *Plusieurs réponses possibles selon le graphique tracé en* ***a.*** *Exemple :*

1) La distance est croissante de 0 à $\frac{3}{5}$ s, de 1 à 8 s et de $8\frac{1}{3}$ à 12 s.

2) La distance est décroissante de $\frac{3}{5}$ s à 1 s, de 3 à $8\frac{1}{3}$ s et de $9\frac{1}{2}$ à 13 s.

3) La distance est constante de 3 à 8 s et de $9\frac{1}{2}$ à 12 s.

d. 0

e. Il y a 2 abscisses à l'origine.

Réactivation 2

Page 5

a. Dans la table de valeurs de gauche, oui, il y a une situation de proportionnalité, car le quotient $\frac{\text{force nécessaire}}{\text{bras de levier résistant}}$ est toujours 2450.

Dans la table de valeurs de droite, il n'y a pas de situation de proportionnalité directe, car le quotient $\frac{\text{force nécessaire}}{\text{bras de levier moteur}}$ varie.
On peut cependant dire qu'il y a une situation de proportionnalité inverse.

b. Table de valeurs de gauche : fonction de variation directe.

Table de valeurs de droite : fonction de variation inverse.

Dans la fonction de variation directe, c'est le quotient des valeurs des 2 variables qui donne une constante alors que dans la fonction de variation inverse, la constante est obtenue par le produit des valeurs des 2 variables.

c. La meilleure option consiste à réduire de 25 % la longueur du bras de levier résistant. *Plusieurs justifications possibles. Exemple :* Dans les 2 tables de valeurs, la force nécessaire est de 2450 N lorsque le bras de levier moteur mesure 2 m et que le bras de levier résistant mesure 1 m. Dans la table de valeurs de droite, si le bras de levier moteur est allongé de 25 %, on a besoin de 1960 N pour une nouvelle longueur de 2,5 m. Dans la table de valeurs de gauche, pour une même force de 1960 N, il faut un bras de levier résistant mesurant 0,8 m, ce qui correspond à une diminution de 20 % de la longueur du bras de levier. Donc, si la longueur du bras de levier résistant est diminuée de 25 %, il faudra une force moindre que 1960 N. C'est ce qui rend cette option plus avantageuse, car à ce moment-là, la force nécessaire sera de 1837,5 N.

Mise à jour

Page 8

1. a) Le point B. À cet endroit, le taux de variation diminue. La diminution de la distance entre les deux personnes par seconde est moindre, d'où le fait qu'une des deux personnes se soit arrêtée.

b) Variable indépendante : [0, 18] ; variable dépendante : [0, 16].

c) Après 10 s, au point C.

d) De 10 à 18,5.

e) La distance qu'il y a au départ entre les deux personnes.

2. a) 140 ch

b) $\approx$ 3800 r/min

c) Domaine : [500, 4500]
Image : [0, 140].

d) La fonction est croissante si le régime du moteur est de 500 à environ 3800 r/min. Elle est décroissante à partir de 3800 r/min.

e) Dès que l'automobile est en marche, même si celle-ci n'avance pas, le régime du moteur est de 500 r/min.

Mise à jour (*suite*)

Page 9

3. a) Non, car le quotient $\frac{\text{vitesse}}{\text{durée de la foulée}}$ n'est pas constant.

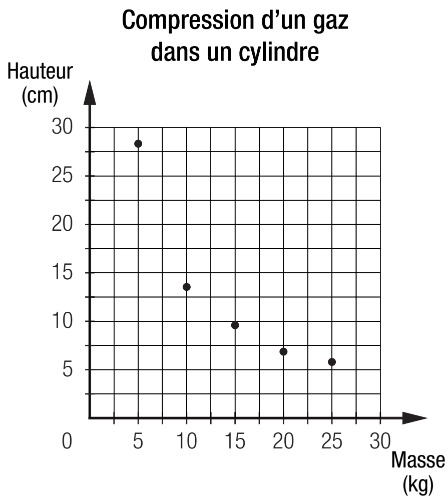
b)

Durée de la foulée (s)	0,18	0,20	0,24	0,30
Nombre de foulées par seconde	$5\frac{4}{9}$	5	$4\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{3}$

c) Oui, car le quotient $\frac{\text{vitesse}}{\text{nombre de foulées par seconde}}$ est 1,08 partout.

d) Situation en **a)** : $v = \frac{1{,}08}{d}$, où v représente la vitesse en m/s et d, la durée de la foulée en s. Situation en **b)** : $v = 1{,}08n$, où n représente le nombre de foulées par seconde et v, la vitesse en m/s.

4. a)



b) Une fonction de variation inverse.

c) 141,2

d) $\approx$ 4,71 cm

e) 1412 kg

f) Non, car autrement, ça voudrait dire qu'il n'y avait pas de gaz dans le cylindre.

5. $C \approx 3{,}13d$, où C représente la circonférence en cm, et d, le diamètre en cm.

SECTION 1.1 | Quelques modèles

Problème

Page 10

La situation **1** est associée au graphique **G**.
Variable dépendante : quantité d'air dans les poumons ; variable indépendante : le temps. Au moment de l'inspiration, les poumons se remplissent d'air rapidement (une forte croissance a lieu), pour ensuite se vider progressivement (une décroissance plus lente est observée). Un maximum est atteint lorsque les poumons sont remplis d'air.

La situation **2** est associée au graphique **C**.
Variable dépendante : volume cardiaque ; variable indépendante : le temps. Au début de l'observation (au temps 0), un volume cardiaque est observable, c'est l'ordonnée à l'origine. Ce volume cardiaque diminue de manière importante les premières années (décroissance), pour diminuer petit à petit par la suite (présence d'une asymptote).

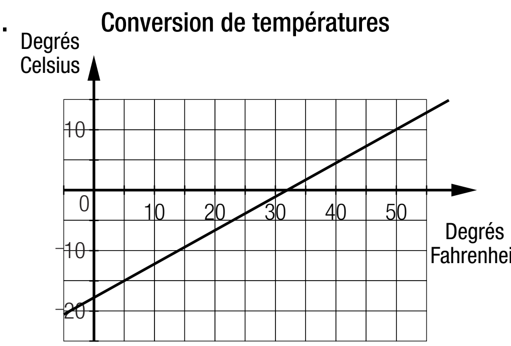
La situation **3** est associée au graphique **D**.
Variable dépendante : fréquence cardiaque maximale théorique ; variable indépendante : l'âge. Au fur et à mesure que l'âge avance, la fréquence cardiaque maximale théorique diminue de façon régulière (décroissance). Théoriquement, à l'âge 0, on peut dire que cette fréquence maximale est de 220 (c'est l'ordonnée à l'origine).

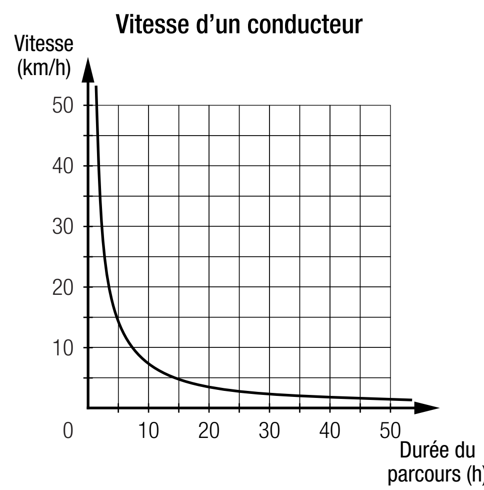
La situation **4** est associée au graphique **B**.
Variable dépendante : volume d'air expiré ; variable indépendante : le temps. Au début de l'expérience, les poumons de la personne sont remplis d'air. Le volume d'air alors expiré augmente rapidement (croissance) pour ensuite plafonner (présence d'une asymptote) au fur et à mesure que la personne vide ses poumons.

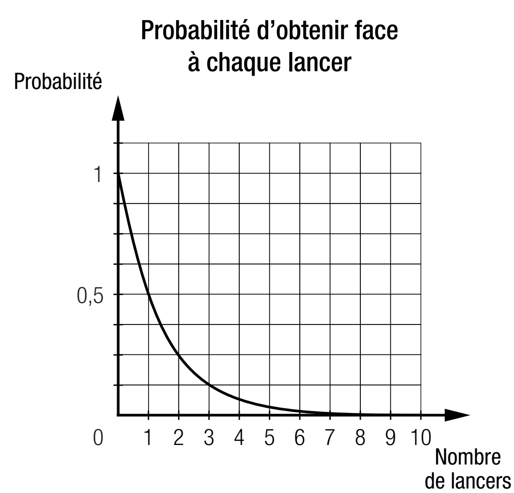
Activité 1

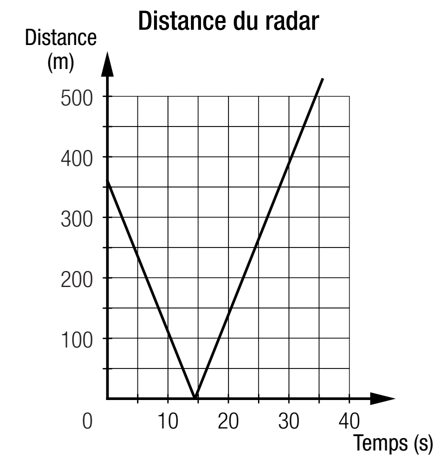
Page 11

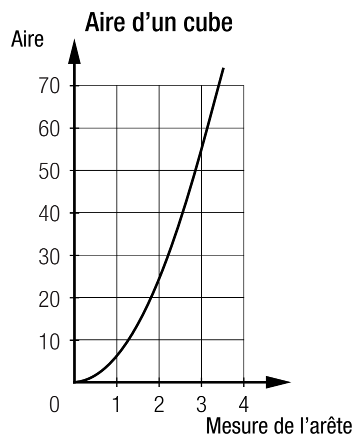
a.

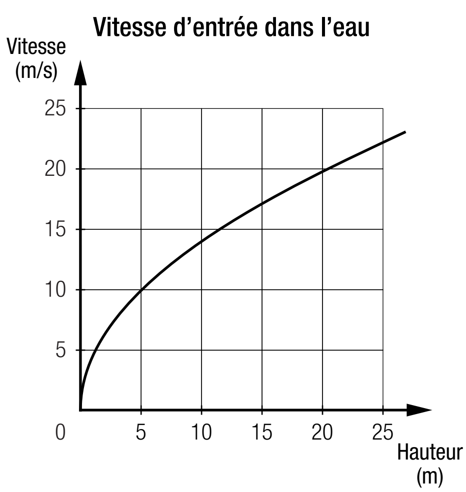












b. En ce qui a trait au domaine, la 1re situation a pour domaine les réels. La 2e situation a pour domaine]0, +∞[et les quatre autres ont pour domaine [0, +∞[.

Pour ce qui est de l'image, la 1re situation a pour image les réels. Les 2e et 3e situations ont pour image]0, +∞[, et les 2 autres ont pour image [0, +∞[.

Seule la 2e situation n'a pas d'ordonnée à l'origine. Seules les 2e et 3e situations n'ont pas de zéro.

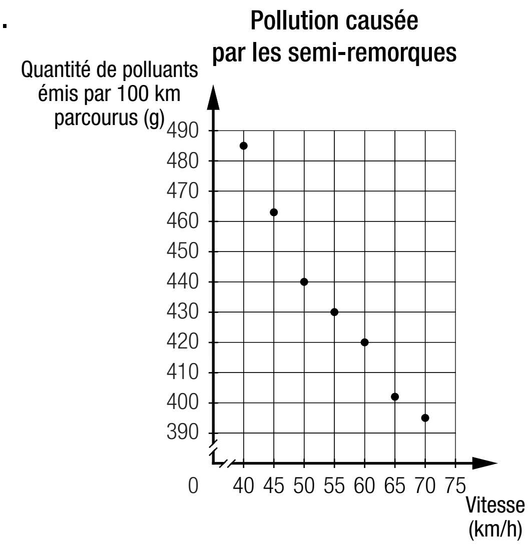
Les 1re et 2e situations n'ont pas d'extremum. La 3e situation a un maximum. Les 5e et 6e situations ont un minimum seulement.

Les 1re, 5e et 6e situations sont uniquement croissantes sur tout leur domaine. Les 2e et 3e situations sont uniquement décroissantes sur tout leur domaine. La 4e situation est décroissante, puis croissante.

Seule la 1re situation a une variable dépendante qui peut prendre des valeurs négatives.

Activité 2 — Page 12

a.



b. $y = \frac{1}{10}(x - 70)^2 + 400$. On peut éliminer d'emblée la fonction de variation inverse, car elle ne se rapproche pas de la majorité des points. La fonction polynomiale de degré 1 est aussi à éliminer car, à partir d'une certaine vitesse, la quantité de polluants sera nulle, voire négative, ce qui est illogique. C'est donc la fonction polynomiale de degré 2 qui représente le mieux la fonction associée à cette situation. En effet, les études démontrent qu'à une faible vitesse les émissions polluantes sont élevées, qu'à une certaine vitesse elles sont minimales et qu'à une grande vitesse elles augmentent.

c. **1)** 760 g **2)** 560 g **3)** 410 g
4) 490 g **5)** 650 g

Technomath — Page 13

a. **1)** −4 **2)** 4

b. 2

c.

		Y_1	Y_2	Y_3
1)	**L'ordonnée à l'origine**	4	≈ 0,83	−4
2)	**Le ou les zéros**	≈ 2,2	−4	≈ −3,61 et ≈ 1,11

Mise au point 1.1 — Page 16

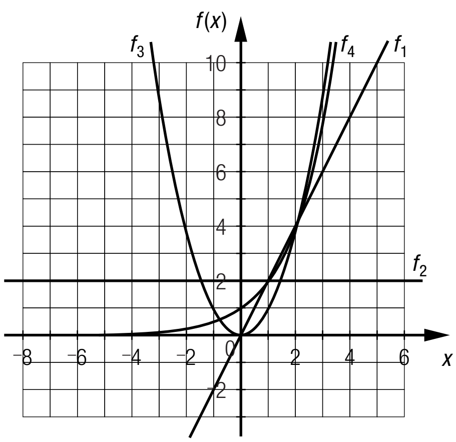
1.

		f	g	h
a)	Domaine Image	$\mathbb{R}$ $\{2\}$	$\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ $[-4, +\infty[$
b)	Intervalle de décroissance	–	–	$]-\infty, 1]$
c)	Ordonnée à l'origine	-2	-3	-3
d)	Ensemble des zéros de la fonction	–	$\frac{3}{2}$	-1 et 3
e)	Minimum Maximum	-2 -2	– –	-4 –
f)	L'intervalle où la fonction est négative.	$\mathbb{R}$	$\left]-\infty, \frac{3}{2}\right]$	$[-1, 3]$

2. a)

x	0	1	2	3	4
$f_1(x)$	0	2	4	6	8
$f_2(x)$	2	2	2	2	2
$f_3(x)$	0	1	4	9	16
$f_4(x)$	1	2	4	8	16

b)



c) $f_1 : [0, 20]$ $f_2 : \{2\}$
$f_3 : [0, 100]$ $f_4 : [1, 1024]$

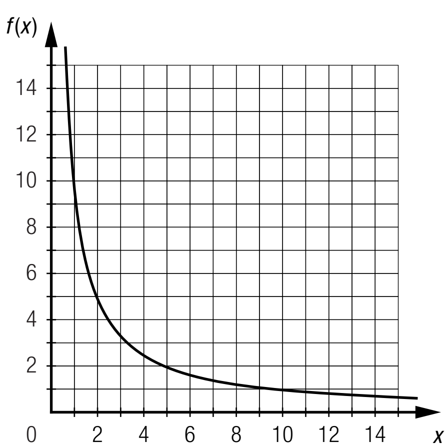
d) f_1 et f_4.

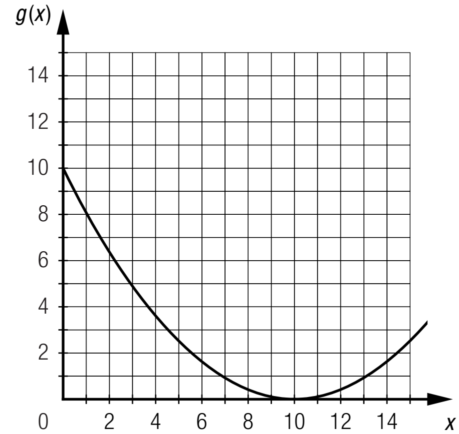
e) f_1 et f_3.

f) $f_1(0) = 0$ $f_2(0) = 2$ $f_3(0) = 0$ $f_4(0) = 1$

g) **1)** f_2 **2)** f_1 **3)** f_3 **4)** f_4

3.





Le domaine et l'image de la fonction g sont représentés par $[0, +\infty[$ alors que ceux de la fonction f sont représentés par $]0, +\infty[$. La fonction g a 10 pour valeur d'ordonnée à l'origine et zéro de la fonction, tandis que la fonction f ne possède ni l'un ni l'autre. La fonction g a un minimum qui est de 0 et la fonction f n'a pas d'extremum.
Cette dernière fonction est strictement décroissante alors que la fonction g est décroissante dans l'intervalle $[0, 10]$ et croissante dans l'intervalle $[10, +\infty[$.

Mise au point 1.1 (*suite*) — Page 17

4. a) Les parties sont semblables, car elles commencent par une augmentation ou une diminution très prononcée avant de se stabiliser sur un plateau. Elles sont différentes, car la partie consacrée à l'effort est associée à un intervalle de croissance, tandis que la partie liée à la récupération est associée à un intervalle de décroissance.

b) Le maximum représente la $V0_2$ max, la capacité aérobique maximale, et le minimum représente le volume d'oxygène absorbé par une personne lorsqu'elle est au repos.

5. a) Le modèle d'une fonction par parties.
Plusieurs descriptions possibles. Exemple :
Une courbe présentant un maximum durant la 1re seconde, ensuite une courbe décroissante durant la 2e seconde et, finalement, une courbe légèrement croissante durant les deux secondes suivantes.

b) Comme au point précédent, il s'agit d'une fonction en 3 parties. Par contre, les 3 fonctions qui composent ce modèle sont de différents types. Dans les deux cas, on a des extremums et des intervalles de croissance et de décroissance. Par contre, seule la 2e situation présente des valeurs négatives pour la variable dépendante.

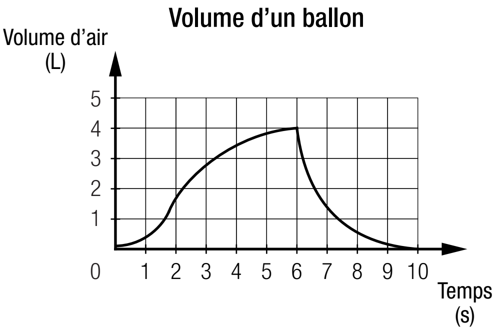
Mise au point 1.1 (*suite*) **Page 18**

6. a)

	Avant l'entraînement	Après l'entraînement
Domaine	[1, 1,640]	[1, 2,076]
Image	[90, 200]	[87, 200]

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
L'entraînement aura pour effet de diminuer la fréquence cardiaque pour une même consommation d'oxygène.

7. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

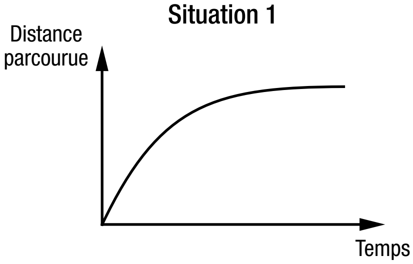


Mise au point 1.1 (*suite*) **Page 19**

8. L'équation A. Ça ne peut pas être une droite car, à partir d'un certain temps, le chocolat chaud ne peut plus refroidir. Il se stabilisera à la température ambiante. D'où la présence d'une asymptote dans le modèle A.

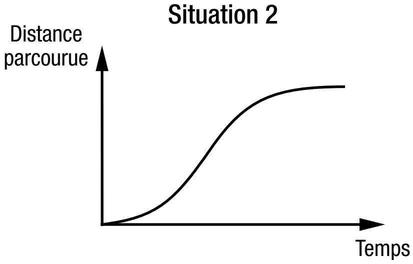
9. *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

Situation 1



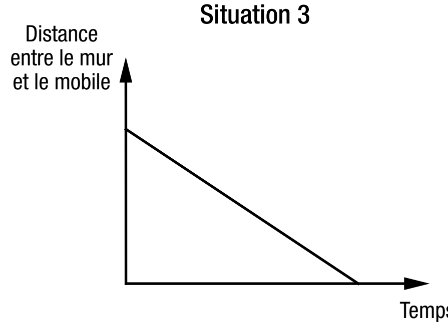
La courbe commence à l'origine car, au départ, la bille n'a pas parcouru de distance. La vitesse de la bille est maximale au début et diminue par la suite. Plus le temps augmente, plus l'augmentation de la distance parcourue sera petite.

Situation 2



La courbe commence à l'origine car, au départ, la bille n'a pas parcouru de distance. Au départ, sa vitesse est nulle, puis elle augmente. La distance parcourue augmentera de plus en plus jusqu'à ce que la vitesse de la bille devienne maximale. À partir de ce moment, sa vitesse commencera à diminuer et la distance parcourue sera de plus en plus petite.

Situation 3



Il y a présence d'une ordonnée à l'origine qui symbolise la distance, au départ, entre le mobile et le mur. Il y a aussi présence d'un zéro qui indique le moment où le mobile frappe le mur. La vitesse est constante, on a donc un taux de variation uniforme qu'on peut représenter par une droite.

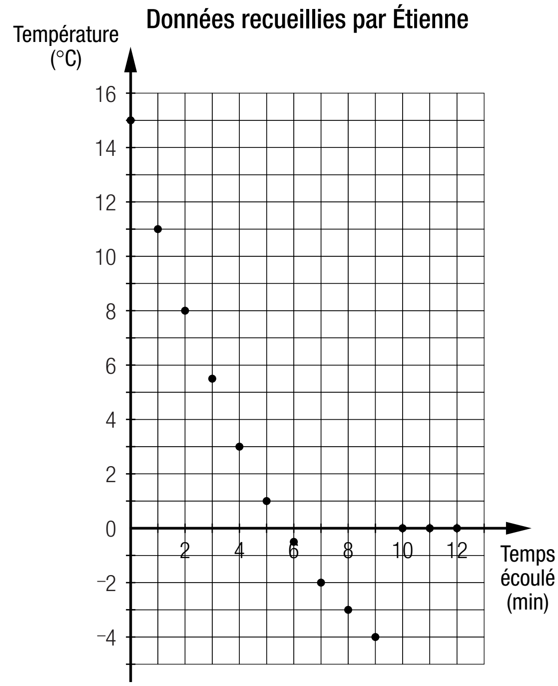
Mise au point 1.1 (*suite*) **Page 20**

10. a) Domaine : [0, +∞[
Minimum : 0
Image : [0, +∞[
Croissante sur tout son domaine
Ordonnée à l'origine et zéro : 0
Positive dans [0, +∞[

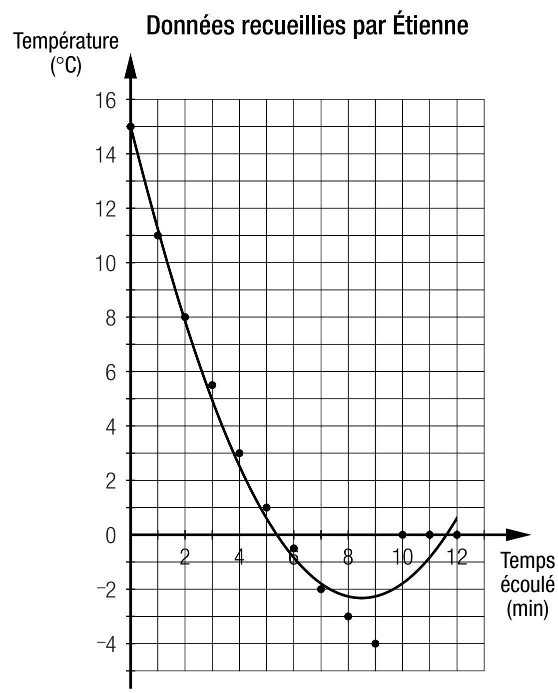
b) Le domaine représente l'aire possible du ballon et l'image représente la valeur du rayon associé à l'aire du ballon.
Les valeurs à l'origine indiquent que s'il n'y a pas d'aire, il n'y a pas de rayon. On n'a pas de ballon à ce moment-là.
Le fait que la fonction soit croissante sur son domaine indique que chaque fois que l'aire du ballon augmente, la mesure du rayon augmente aussi.
La fonction est positive sur son domaine, ce qui indique que la mesure du rayon ne peut pas être inférieure à 0.

c) Si on ne regarde qu'une partie du graphique, on aura l'impression que oui. Mais, en réalité, chaque fois que l'aire augmente, la mesure du rayon augmente aussi, si petite soit-elle. La courbe ne finira pas par atteindre un plateau.

11. a)



b)



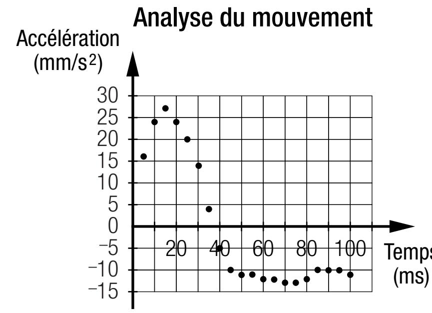
c) **1)** ≈ [−2,25, 15] **2)** Croissance : [8,5, 12]
Décroissance : [0, 8,5]

3) ≈ 5,5 et ≈ 11,5. **4)** ≈ [5,5, 11,5]

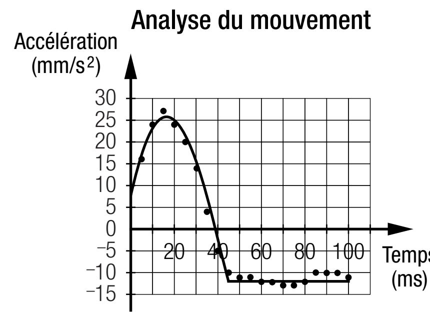
Mise au point 1.1 (*suite*) **Page 21**

12. a) Il s'agit d'une décélération (la vitesse de la main diminue).

b)

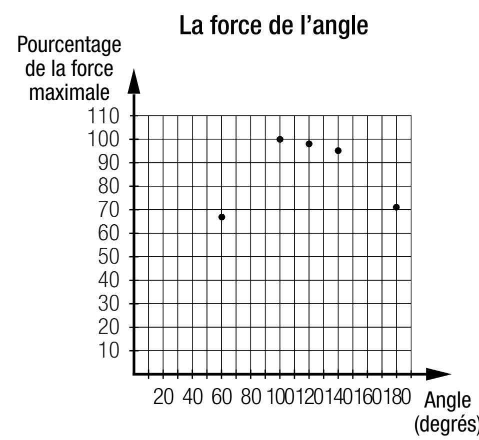


c) Une fonction polynomiale de degré 2 pour $0 \leq t \leq 45$ et une fonction constante pour $45 \leq t \leq 100$.

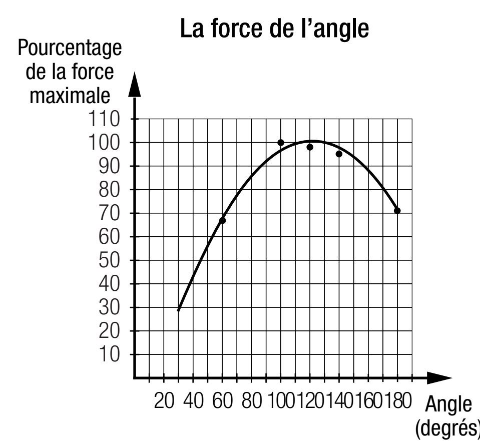


d) C'est le moment où la main cesse d'accélérer pour commencer à freiner afin de prendre l'objet.

13. a)



b)



c) Domaine : ≈ [30, 180]
Image : ≈ [30, 100]

d) **1)** ≈ 92 % **2)** ≈ 50 %

Problème

Page 22

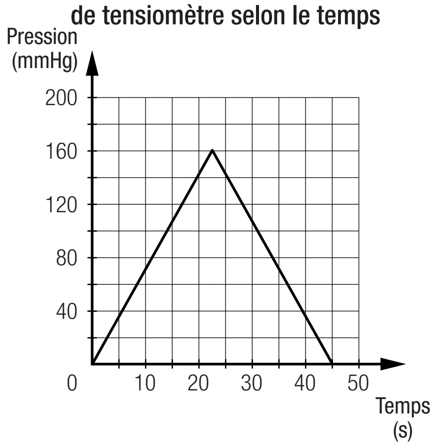
Plusieurs réponses possibles. Exemple :

Cette affirmation n'est pas valable. Même si, dans ce cas particulier, le résultat est le même, il peut y avoir des cas où le résultat ne le serait pas. Par exemple, $|5 - 8| - |{-14} \times 2|$ ne donne pas le même résultat si l'on utilise la méthode proposée par l'élève.

Activité 1

Page 23

a. Évolution de la pression d'un brassard de tensiomètre selon le temps



b. $x = 22,5$

c. 160 mmHg

d. $y = \frac{64}{9}x$ si $x \in [0, 22,5]$; $y = \frac{-64}{9}x + 320$ si $x \in [22,5, 45]$.

e. $105 = \frac{64}{9}x$ | $105 = \frac{-64}{9}x + 320$

$x \approx 14,77$ s | $x = \frac{21\,519}{64}$, $x \approx 30,23$ s

La pression du brassard est de 105 mmHg à environ 14,77 s et 30,23 s.

Activité 2

Page 24

a. À 30 s

b. 77 K

c. **1)** 197 K **2)** 131 K **3)** 317 K

d. **1)** Deux solutions.
2) Il faut soustraire 77, puis diviser le résultat par 6 : $107 = 6|x - 30| + 77 \Leftrightarrow 30 = 6|x - 30| \Leftrightarrow 5 = |x - 30|$
3) 5 et -5, car $|5| = 5$ et $|-5| = 5$.
4) À 25 s et à 35 s.

e. **1)** L'intervalle de temps pendant lequel la température est inférieure ou égale à 158 K.
2) Il faut soustraire 77, puis diviser le résultat par 6 : $6|x - 30| + 77 \leq 158 \Leftrightarrow 6|x - 30| \leq 81 \Leftrightarrow |x - 30| \leq 13,5$
3) 13,5 et $-13,5$, car $|13,5| = 13,5$ et $|-13,5| = 13,5$.
4) La température est inférieure ou égale à 158 K sur l'intervalle de temps [16,5, 43,5] s.

Technomath

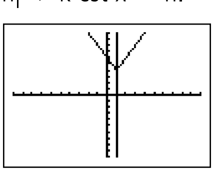
Page 25

a. Pour Y_1, a = 2, h = -6 et k = -4. Pour Y_2, a = -1, h = 3 et k = -2. Pour Y_3, a = 4, h = 7 et k = 0.

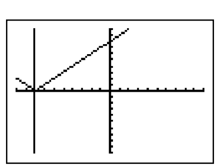
b. **1)** $x = -6$ **2)** $x = 3$ **3)** $x = 7$

c. L'équation de l'axe de symétrie de la courbe associée à une fonction valeur absolue dont la règle s'écrit sous la forme $y = a|x - h| + k$ est $x = h$.

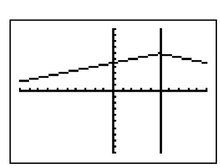
d. **1)**



2)



3)



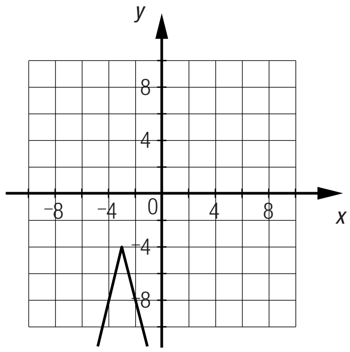
Mise au point 1.2

Page 29

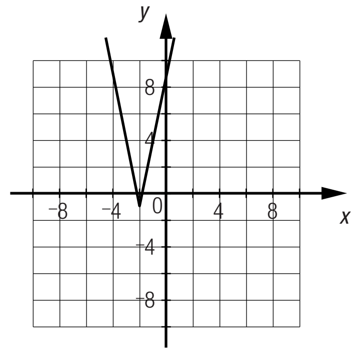
1. a) **1)** 0,5 et −0,5. **2)** (7, 2) **b)** **1)** −3 et 3. **2)** (−4, −5) **c)** **1)** 1 et −1. **2)** (−2, −1)

d) **1)** −4 et 4. **2)** (−3, −4) **e)** **1)** 5 et −5. **2)** (−2, −1) **f)** **1)** −6 et 6. **2)** (1,5, 7)

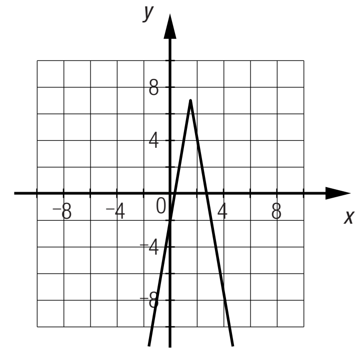
2. a)



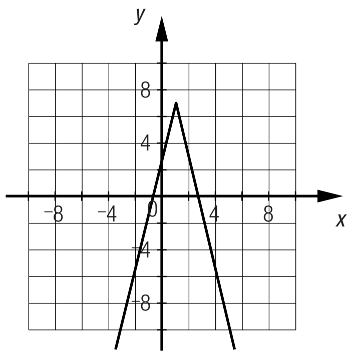
b)



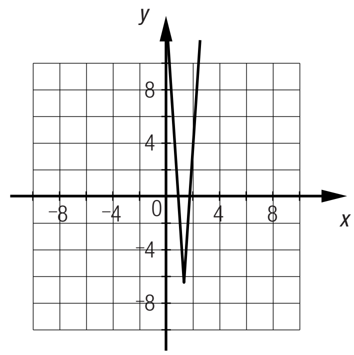
c)



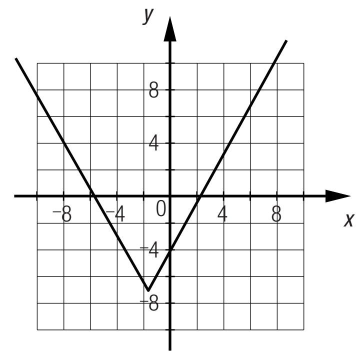
d)



e)



f)



3. a) $f(x) = -2{,}5|x - 8{,}5| - 2$ **b)** $f(x) = 6|x| - 8$ **c)** $f(x) = 2|x + 3| + 5$

d) $f(x) = -3{,}5|x + 9{,}4| + 2$ **e)** $f(x) = 10|x - 2| - 8{,}5$ **f)** $f(x) = -9|x - 7| - 6{,}5$

Mise au point 1.2 (*suite*)

Page 30

4. a) **1)** 12 **2)** 48 **3)** 10 **4)** 36 **5)** 9

6) 42 **7)** 5 **8)** 2 **9)** $\frac{-1}{2}$

b) $|a|^2 = |a| \times |a| = |a \times a| = |a^2|$

5. a) $f(x) = 2|x - 3|$ **b)** $f(x) = 4|x + 1|$ **c)** $f(x) = -3|x + 3| - 2$

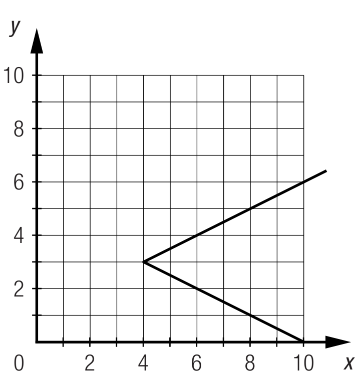
d) $f(x) = 2|x - 4| + 5$ **e)** $f(x) = -4|x - 2| + 1$ **f)** $f(x) = 6\left|x - \frac{2}{3}\right| + 3$

6. a) $x = 0$ et $x = -12$. **b)** Aucune solution. **c)** $x = -4$

d) $x = 0$ **e)** $x = 1{,}5$ et $x = -1{,}5$. **f)** Aucune solution.

g) Aucune solution. **h)** $x = -17$ et $x = -27$. **i)** $x = \frac{5}{7}$ et $x = \frac{13}{7}$.

7. a)



b) Non, car pour certaines valeurs de la variable indépendante est associée plus d'une valeur de la variable dépendante.

8. a) **1)** $\mathbb{R}$ **2)** $[4, +\infty[$ **3)** Cette fonction n'a aucun zéro.
4) Cette fonction est croissante sur $[2, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 2]$.
5) Cette fonction est positive sur l'ensemble de son domaine.

b) **1)** $\mathbb{R}$ **2)** $]-\infty, 6]$ **3)** Les zéros sont -14 et 22.
4) Cette fonction est croissante sur $]-\infty, 4]$ et décroissante sur $[4, +\infty[$.
5) Cette fonction est négative sur $]-\infty, -14]$ et sur $[22, +\infty[$, positive sur $[-14, 22]$ et nulle à $x = -14$ et à $x = 22$.

c) **1)** $\mathbb{R}$ **2)** $[5, +\infty[$ **3)** Cette fonction n'a aucun zéro.
4) Cette fonction est croissante sur $[4, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 4]$.
5) Cette fonction est positive sur l'ensemble de son domaine.

d) **1)** $\mathbb{R}$ **2)** $[-3, +\infty[$ **3)** Les zéros sont 1,625 et 2,375.
4) Cette fonction est croissante sur $[2, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 2]$.
5) Cette fonction est positive sur $]-\infty; 1{,}625]$ et sur $[2{,}375, +\infty[$, négative sur $[1{,}625, 2{,}375]$ et nulle à $x = 1{,}625$ et à $x = 2{,}375$.

e) **1)** $\mathbb{R}$ **2)** $]-\infty, 1]$ **3)** Les zéros sont $x = 1{,}75$ et $x = 2{,}25$.
4) Cette fonction est croissante sur $]-\infty, 2]$ et décroissante sur $[2, +\infty[$.
5) Cette fonction est négative sur $]-\infty, 1{,}75]$ et sur $[2{,}25, +\infty[$, positive sur $[1{,}75, 2{,}25]$ et nulle à $x = 1{,}75$ et à $x = 2{,}25$.

f) **1)** $\mathbb{R}$ **2)** $\mathbb{R}_+$ **3)** Le zéro est $x = 2$.
4) Cette fonction est croissante sur $[2, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 2]$.
5) Cette fonction est positive sur l'ensemble de son domaine et nulle à $x = 2$.

9. a) $(h, k) = (-8, -8)$

Point $(-16, 8)$

$y = a|x + 8| - 8$
$8 = |-8|a - 8$
$8 = 8a - 8$
$a = 2$

$f(x) = 2|x + 8| - 8$

$f(x) = -2|x - 1| + 10$

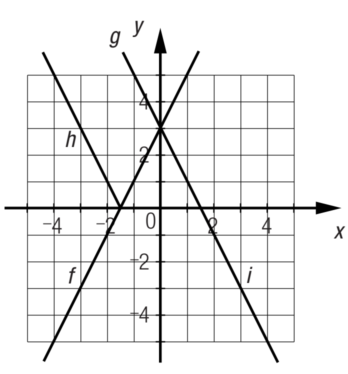
b) Les coordonnées du point d'intersection des droites BC et CD sont (1, 10). À l'aide de ce point et du point $(-8, -8)$, on a :

$y = a|x - 1| + 10$
$-8 = a|-8 - 1| + 10$
$9a = -18$
$a = -2$

c) $(h, k) = (10, -8)$
$C(x, y) = (1, 10)$
$y = a|x - 10| + 8$
$10 = a|1 - 10| - 8$
$9a = 18$
$a = 2$
$f(x) = 2|x - 10| - 8$

10. a) $x \in]-1, 5[$ **b)** $x \in]-\infty, -2{,}6] \cup [1{,}4, +\infty[$ **c)** $x \in]-\infty, -10[\cup]-8, +\infty[$
d) $x \in]-\infty, -4] \cup [14, +\infty[$ **e)** $x \in [-3, 2]$ **f)** $\mathbb{R}$
g) $x \in]-\infty, -4{,}8] \cup [6{,}4, +\infty[$ **h)** $x \in]-\infty, 5[\cup]31, +\infty[$ **i)** $x \in]-\infty, -1{,}4] \cup [3, +\infty[$

11. a)



b) Chacune de ces courbes est partiellement superposée à celle de la fonction *f.*

12. a) $f(x) = 2|x + 1| + 2$ **b)** $f(x) = {}^-5|x + 12|$ **c)** $f(x) = 3|x - 2| - 2$

Mise au point 1.2 (*suite*)

13. On détermine les coordonnées de (h, k).

$$0{,}25x + 16 = {}^-0{,}25x - 7$$
$$0{,}5x = {}^-13$$
$$x = {}^-26$$

Lorsque $x = {}^-26$, $y = \frac{26}{4} + 6 = {}^-0{,}5$. Les coordonnées sont (⁻26, ⁻0,5).

$y = 0{,}25|x + 26| - 0{,}5$ et $y = {}^-0{,}25|x + 26| - 0{,}5$.

14. Non. L'intersection de ces deux droites ne peut pas donner une paire de demi-droites symétriques par rapport à un axe vertical.

15. a) 1) $f + g = 2|x - 4| - 4$ **2)** $f - g = 8$ **3)** $g - f = {}^-8$

b) 1) Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $[{}^-4, {}^+\infty[$. **2)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : 8. **3)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : ⁻8.

16. La règle de la fonction est : $y = \frac{^-8}{5}|x - 5| + 8$

A(x, 1) : $1 = \frac{^-8}{5}|x - 5| + 8$, $x = \frac{5}{8}$ B(x, 3) : $3 = \frac{^-8}{5}|x - 5| + 8$, $x = \frac{15}{8}$

C(x, 5) : $5 = \frac{^-8}{5}|x - 5| + 8$, $x = \frac{25}{8}$ D(x, 7) : $7 = \frac{^-8}{5}|x - 5| + 8$, $x = \frac{35}{8}$

E(x, 6) : la pente est $\frac{^-8}{5}$ et les points de coordonnées (5, 8) et (x, 6) sont situés sur la courbe. On a :

$$\frac{8 - 6}{5x} = \frac{^-8}{5}$$
$$5 - x = \frac{^-5}{4}$$
$$x = \frac{25}{4}$$
$$x = 6{,}25$$

Pour une variation de 2 unités en y, la variation en x est de 1,25. On peut donc déduire les coordonnées des points F et G comme ceci :

F = (x, 4) : (6,25 + 1,25, 4) = (7,5, 4)

G = (8,75, 2)

Les coordonnées des sept points sont : A(0,625, 1) ; B(1,875, 3) ; C(3,125, 5) ; D(4,375, 7) ; E(6,25, 6) ; F(7,5, 4) ; G(8,75, 2).

17. a)

$$|x - 7| \times |x + 5| = 28$$
$$|(x - 7)(x + 5)| = 28$$
$$|x^2 - 2x - 35| = 28$$

$x^2 - 2x - 35 = 28$; $x^2 - 2x - 63 = 0$; $x = 9$ et $x = {}^-7$.

${}^-x^2 + 2x + 35 = 28$; $x^2 + 2x + 7 = 0$; $x \approx {}^-1{,}83$ et $x \approx 3{,}83$.

b) $x = 1$

c)

$$|2x^2 + 4x - 6| = 64$$
$$2x^2 + 4x - 6 = 64$$
$$2x^2 + 4x - 70 = 0$$
$$(2x + 14)(x - 5) = 0$$

$x = {}^-7$ et $x = 5$.

d)

$$|x + 4| = \sqrt{36}$$
$$|x + 4| = 6$$

${}^-4 - x = 6$; $x = {}^-10$ $x + 4 = 6$; $x = 2$

18. a) $f(x) = |x - 2| - 7$ **b)** $f(x) = {}^-2|x + 1| + 6$ **c)** $f(x) = 3|x - 5| + 1$

d) $f(x) = 1{,}5|x + 4| - 9$ **e)** $f(x) = 4|x - 6| - 3$ **f)** $f(x) = {}^-6|x + 3| + 8$

Mise au point 1.2 (*suite*)

Page 33

19. a) $f(x) = \begin{cases} -0{,}75x + 9{,}5 \text{ si } x \leq 10 \\ 0{,}75x - 5{,}5 \text{ si } x \geq 10 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 1{,}8x \text{ si } x \leq 10 \\ -1{,}8x + 36 \text{ si } x \geq 10 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} -1{,}5x + 18 \text{ si } x \leq 12 \\ 1{,}5x - 18 \text{ si } x \geq 12 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} -2{,}6x + 15{,}7 \text{ si } x \geq -5{,}5 \\ 2{,}6x + 44{,}3 \text{ si } x \leq -5{,}5 \end{cases}$

20. a) $y = 2{,}5|x - 6| - 1$ **b)** $y = -2{,}5|x - 4| - 2$ **c)** $y = 2{,}5|x + 4| + 2$ **d)** $y = 2{,}5|x - 4| + 2$

21. $y = 2|x - 1{,}75| + 2{,}5$; $y = -2|x - 1{,}75| + 2{,}5$; $y = 2|x + 0{,}75| - 2{,}5$; $y = -2|x + 0{,}75| - 2{,}5$;
$y = 1{,}5\left|x - \frac{2}{3}\right| + 2$; $y = -1{,}5\left|x - \frac{2}{3}\right| + 2$

Mise au point 1.2 (*suite*)

Page 34

22. (h, k) = (5, 9) et (x, y) = (0, −5).

$-3 = a|0 - 5| + 9$

$a = \frac{12}{5}$

La règle de la fonction est $y = \frac{12}{5}|x - 5| + 9$.

$\frac{12}{5}|x - 5| + 9 \geq 0$

$|x - 5| \geq -3{,}75$

$x - 5 \geq -3{,}75$ $\quad$ $5 - x \geq -3{,}75$

$x \geq 1{,}75$ $\quad$ $x \leq 8{,}75 \Rightarrow 7{,}5$ jours

La température a été supérieure ou égale au point de congélation pendant 7,5 jours.

23. a) (h, k) = (8, 12), alors :

$-1{,}5|x - 8| + 12 = 6{,}3$

$x - 8 = 3{,}8$ et $8 - x = 3{,}8$

$x = 11{,}8$ $\quad$ $x = 4{,}2$

Base du triangle : 7,6

Hauteur du triangle : $12 - 6{,}3 = 5{,}7$

Aire du triangle : $\frac{7{,}6(5{,}7)}{2} = 21{,}66 \text{ u}^2$

b) (h, k) = (10, 1), alors :

$2|x - 10| + 1 = 15{,}02$

$|x - 10| = 7{,}01$

$x = 17{,}01$ et $x = 2{,}99$.

Base du triangle : $17{,}01 - 2{,}99 = 14{,}02$

Hauteur du triangle : 14,02

Aire du triangle : $\approx 98{,}28 \text{ u}^2$

24. $-0{,}25|t - 4| + 6 \geq 5$

$-0{,}25|t - 4| \geq -1$

$|t - 4| \leq 4$

$t - 4 \leq 4$ et $4 - t \leq 4$

$t \leq 8$ $\quad$ $t \geq 0$

Pendant 8 jours, cette voie a été praticable.

Mise au point 1.2 (*suite*)

Page 35

25. $1{,}25|n - 8| - 5 < 0$

$1{,}25|n - 8| < 5$

$|n - 8| < 4$

$n - 8 < 4$ et $8 - n < 4$

$n < 12$ $\quad$ $n > 4$

Pendant 8 h, la température a été au-dessous du point de congélation.

26. • Déterminer pendant combien de temps le taux d'humidité a été inférieur ou égal à 25 %.

$25 \geq 1{,}2|x - 6| + 20$

$25 = 1{,}2|x - 6| + 20$

$10{,}1\overline{6} = x$ et $1{,}8\overline{3} = x$.

Le taux d'humidité a été inférieur ou égal à 25 % pendant $10{,}1\overline{6} - 1{,}8\overline{3} = 8{,}\overline{3}$ h.

Les gicleurs ont été en marche pendant 8 h 20 min.

- Calculer la quantité d'eau utilisée pour l'arrosage.
  Le système a consommé 12 L/h pendant $8,\overline{3}$ h, c'est-à-dire 100 L.

27. a) 15 000 tours/min.

b) À 30 s.

c) 1) $1000 < {}^{-}500|t - 30| + 15\,000$
$t = 2$ et $t = 58$.
La vitesse est supérieure à 1000 tours/min lorsque $2 < x < 58$.
La vitesse est supérieure à 1000 tours/min pendant moins de 56 s.

2) $10\,000 < {}^{-}500|t - 30| + 15\,000$
$t = 20$ et $t = 40$.
La vitesse est supérieure à 10 000 tours/min lorsque $20 < x < 40$.
La vitesse est supérieure à 10 000 tours/min pendant moins de 20 s.

3) $12\,000 < {}^{-}500|t - 30| + 15\,000$
$t = 24$ et $t = 36$.
La vitesse est supérieure à 12 000 tours/min lorsque $24 < x < 36$.
La vitesse est supérieure à 12 000 tours/min pendant moins de 12 s.

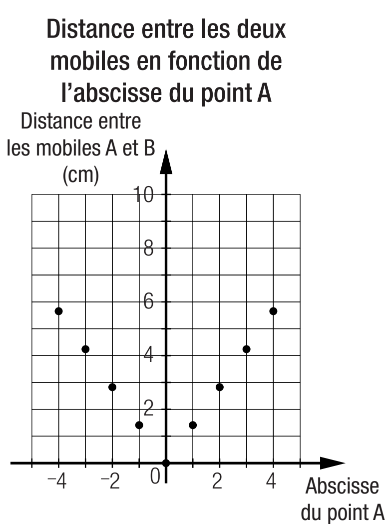
28. $14,3 \leq {}^{-}1,5|x - 12| + 17$
$13,8 = x$ et $10,2 = x$.
La tension est supérieure ou égale à 14,3 V si $10,2 \leq x \leq 13,8$.
La tension est supérieure ou égale à 14,3 V pendant $13,8 - 10,2 = 3,6$ h.
Le circuit est coupé pendant 3,6 h.

Mise au point 1.2 (*suite*)

29. a)

Abscisse du point A	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
Distance entre les mobiles A et B (cm)	$4\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	**0**	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$

b)



c) À une fonction valeur absolue.

d) Oui, car chacune des deux expressions permet de considérer un nombre *n* sans tenir compte de son signe.

30. a) L'incertitude absolue est de 0,9°.

b) 1) ≈ 7,7 % ; ≈ 5,4 % ; ≈ 9,4 % ; ≈ 7,8 % ; ≈ 9,9 % ; ≈ 4,2 % ; ≈ 9,4 % ; ≈ 5,0 % ; ≈ 7,0 %

2) ≈ 9,9 % ; ≈ 9,8 % ; ≈ 9,4 % ; ≈ 11,7 % ; ≈ 11,1 % ; ≈ 7,6 % ; ≈ 10,6 % ; ≈ 9,0 % ; ≈ 10,5 %

c) ≈ 7,3 %

d) Il a raison, car la valeur absolue d'un quotient est égale au quotient des valeurs absolues.

SECTION 1.3 La fonction partie entière

Problème

Page 38

Le prêt initial est de 375 000 $. À chaque deux semaines, le prêt diminue de 2500 $.
$375\ 000 \div 2500 = 150$ périodes de deux semaines.
$150 \times 2 = 300$

Le prêt sera entièrement remboursé à 300 semaines.

Activité 1

Page 39

a. Le tarif initial est de 3,30 $.

b. Le tarif en vigueur est de 1,60 $/km.

c. Pour chaque kilomètre parcouru, le coût augmente de 1,60 $.

d. **1)** La personne débourse 4,90 $. **2)** La personne débourse 8,10 $. **3)** $3{,}30 + 1{,}60 \times 11 = 20{,}90$
La personne débourse 20,90 $.

e. **1)** [2, 3[km

2) $14{,}50 = 3{,}30 + 1{,}60x$
$x = 7$ km
Donc, [7, 8[km.

3) $24{,}10 = 3{,}30 + 1{,}60x$
$x = 13$ km
Donc, [13, 14[km.

Activité 2

Page 40

a. **1)** Le tempo est de 20 battements/min.
2) Chaque changement de tempo correspond à une augmentation de 10 battements/min.
3) La pièce est jouée au même tempo pendant 2 semaines.

b. **1)** Le paramètre a correspond à la distance verticale entre deux segments horizontaux consécutifs.
2) La longueur des segments horizontaux correspond à $\frac{1}{|b|}$.
3) Les coordonnées du point (h, k) correspondent à un point plein d'un segment horizontal.

c. Thomas a raison. Le tempo est le même pour chaque intervalle de temps.

Tempo en fonction du temps écoulé depuis le début de l'apprentissage

Temps (semaines)	[0, 2[	[2, 4[	[4, 6[	[6, 8[	[8, 10[
Tempo (nombre de battements/min)	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**

d. **1)** Le paramètre a correspond à la distance verticale entre deux segments horizontaux consécutifs.
2) Le paramètre b correspond à l'inverse de la longueur de chacun des segments horizontaux.
3) Ce sont les coordonnées du point plein situé à l'extrémité gauche du deuxième segment.

e. Les coordonnées du point plein situé à l'extrémité de chacun des segments correspondent aux valeurs possibles de h et de k.

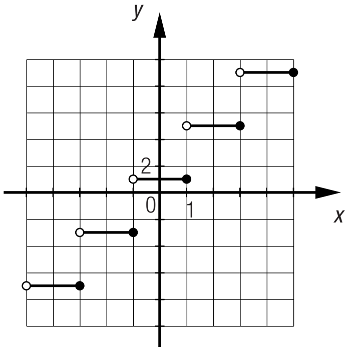
Mise au point 1.3

Page 43

1. **a)** 7 **b)** $^-19$ **c)** 0,2 **d)** 43 **e)** 4,4 **f)** 8

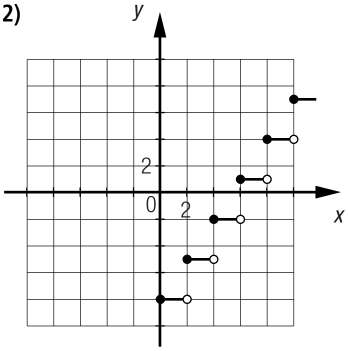
2. **a)** Non. Il s'agit d'une fonction polynomiale de degré 1.
b) Oui. Le coût est le même pour chaque intervalle de 2 kg et augmente de 3 $ entre chaque intervalle.
c) Non. Il s'agit d'une fonction polynomiale de degré 1.
d) Oui. Le salaire horaire est le même pour chaque intervalle de 1 an et augmente de 1 $/h entre chaque intervalle.

3.



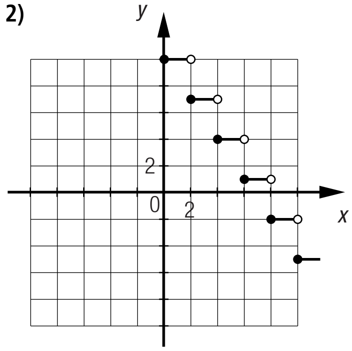
4. a) 1) a = 3 b = 0,5
h = 6 k = 1

2)



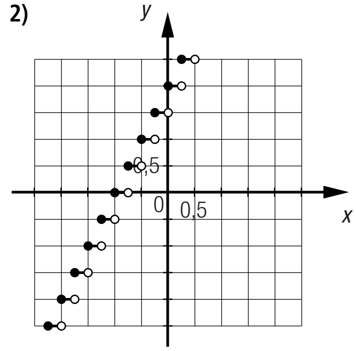
b) 1) a = −3 b = 0,5
h = 6 k = 1

2)



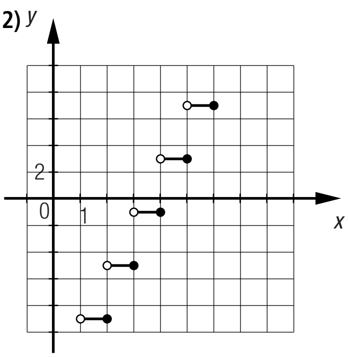
c) 1) a = 0,5 b = 4
h = −2 k = −2

2)



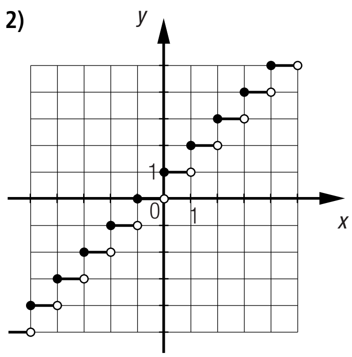
d) 1) a = −4 b = −1
h = 5 k = 3

2)



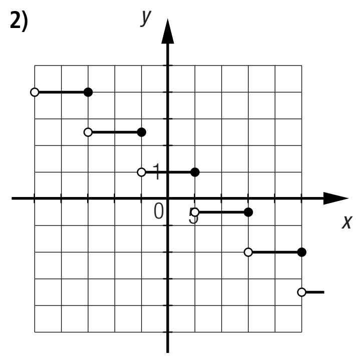
e) 1) a = 1 b = 1
h = −3 k = −2

2)

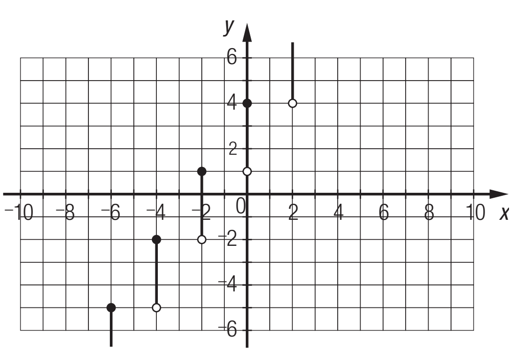


f) 1) a = 1,5 b = −0,1
h = −5 k = 2,5

2)



5. a)



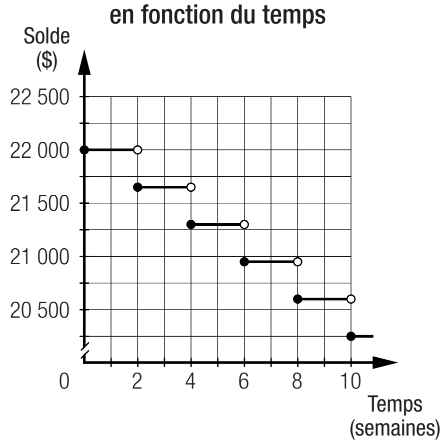
b) Non, car à certaines valeurs de la variable indépendante est associée plus d'une valeur de la variable dépendante.

Mise au point 1.3 (*suite*) **Page 44**

6. A 3, B 1, C 4, D 2

7. Non. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Graphiquement, la distance entre deux segments horizontaux consécutifs de la courbe associée à la première règle est de 5 alors que dans la seconde, elle est de 10. La largeur de chacun des segments horizontaux de la courbe associée à la première règle est de 0,5 alors que dans la seconde, elle est de 1.

8. a) **Solde du prêt en fonction du temps**



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$P = -350[0,5t] + 22\ 000$, où P est le montant du prêt (en $) et t, le temps (en semaines).

c) $P = -350[0,5(52)] + 22\ 000$
$= 12\ 900$
Le solde du prêt est de 12 900 $.

d) $0 = -350[0,5t] + 22\ 000$
$-22\ 000 = -350[0,5t]$
$[0,5t] \approx 62,86$
$t \approx 125,71$
Le temps minimal requis pour rembourser la totalité du prêt est de 126 semaines.

Mise au point 1.3 (*suite*) **Page 45**

9. a) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $\{\ldots, -40, -20, 0, 20, \ldots\}$.
2) $[-10, 10[$
3) Positif sur $]-\infty, 10[$; négatif sur $[-10, +\infty[$.
4) Décroissante sur son domaine.

b) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $\{\ldots, -50, -25, 0, 25, \ldots\}$.
2) $]5, 20]$
3) Positif sur $]5, +\infty[$; négatif sur $]-\infty, 20]$.
4) Croissante sur son domaine.

c) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $\{\ldots, -40, -25, -10, 5, \ldots\}$.
2) Aucun.
3) Positif sur $[-10, +\infty[$; négatif sur $]-\infty, -10[$.
4) Croissante sur son domaine.

d) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $\{\ldots, -30, -10, 10, 30, \ldots\}$.
2) Aucun.
3) Positif sur $]-\infty, 5]$; négatif sur $]5, +\infty[$.
4) Décroissante sur son domaine.

10. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$C = 0,1[0,1(i - 5)] + 0,1$, où C est la capacité du condensateur (en microfarads) et i, l'intensité (en V) du courant électrique.

b) **1)** La capacité est de 0,7 microfarad.

2) $C = 0,1[0,1(155 - 5)] + 0,1$
$= 0,1[15] + 0,1$
$= 1,6$
La capacité est de 1,6 microfarad.

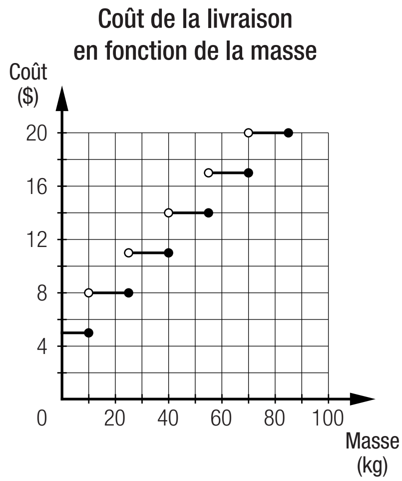
3) $C = 0,1[0,1(221 - 5)] + 0,1$
$= 0,1[21,6] + 0,1$
$= 2,2$
La capacité est de 2,2 microfarads.

c) **1)** $[35, 45[$ V

2) $3,1 = 0,1[0,1(i - 5)] + 0,1$
$3 = 0,1[0,1(i - 5)]$
$30 = [0,1(i - 5)]$
$i = 305$
$[305, 315[$ V

Mise au point 1.3 (*suite*)

11. a)



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$C = {}^{-}3\left[{}^{-}\frac{1}{15}(m - 10)\right] + 5$, où C est le coût de la livraison (en $) et m, la masse du colis (en kg).

c) $C = {}^{-}3\left[{}^{-}\frac{1}{15}(535 - 10)\right] + 5$

$= 110$

Le coût maximal est de 110 $.

d) Non, car il s'agit d'une fonction partie entière dont le codomaine est {5, 8, 11, 14, …, 35, 38, 41, …, 110}. Il est impossible que le coût soit de 37 $.

12. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $f(x) = 3[0{,}25(x + 2)] - 1$.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $f(x) = {}^{-}3[{}^{-}0{,}25(x - 2)] - 1$.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $f(x) = {}^{-}2[3x] + 17$.

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $f(x) = 2[{}^{-}3x] + 19$.

Mise au point 1.3 (*suite*)

13. a) 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$Q = 2{,}5[0{,}2(m - 12)] + 5$, où Q est la quantité d'acétaminophène liquide (en mL) et m, la masse de l'enfant (en kg).

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$Q = [0{,}2(m - 12)] + 2$, où Q est le nombre de comprimés de 80 mg et m, la masse de l'enfant (en kg).

3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$Q = 0{,}5[0{,}2(m - 12)] + 1$, où Q est le nombre de comprimés de 160 mg et m, la masse de l'enfant (en kg).

b) 1) $Q = 2{,}5[0{,}2(34 - 12)] + 5$

$= 2{,}5[4{,}4] + 5$

$= 15$

La dose recommandée est de 15 mL.

2) $Q = [0{,}2(34 - 12)] + 2$

$= [4{,}4] + 2$

$= 6$

La dose recommandée est de 6 comprimés.

3) $Q = 0{,}5[0{,}2(34 - 12)] + 1$

$= 0{,}5[4{,}4] + 1$

$= 3$

La dose recommandée est de 3 comprimés.

14. a) 1) $L_a = {}^{-}15\left[\frac{68}{10} - 8\right]$

$= {}^{-}15[{}^{-}1{,}2]$

$= 30°$

$L_o = 24\left[\frac{25}{4} - 2\right] - 180$

$= 24[4{,}25] - 180$

$= {}^{-}84°$

2) $L_a = {}^{-}15\left[\frac{62}{10} - 8\right]$

$= {}^{-}15[{}^{-}1{,}8]$

$= 30°$

$L_o = 24\left[\frac{55}{4} - 2\right] - 180$

$= 24[11{,}75] - 180$

$= 84°$

3) $L_a = {}^{-}15\left[\frac{120}{10} - 8\right]$

$= {}^{-}15[4]$

$= {}^{-}60°$

$L_o = 24\left[\frac{62}{4} - 2\right] - 180$

$= 24[13{,}5] - 180$

$= 132°$

4) $L_a = {}^{-}15\left[\frac{55}{10} - 8\right]$

$= {}^{-}15[{}^{-}2{,}5]$

$= 45°$

$L_o = 24\left[\frac{42}{4} - 2\right] - 180$

$= 24[8{,}5] - 180$

$= 12°$

b) 1) $^-30 = {}^-15\left[\frac{m}{10} - 8\right]$

$2 = \left[\frac{m}{10} - 8\right]$

$100 \leq m < 110$

La personne a une masse comprise dans l'intervalle [100, 110[kg.

2) $84 = 24\left[\frac{a}{4} - 2\right] - 180$

$264 = 24\left[\frac{a}{4} - 2\right]$

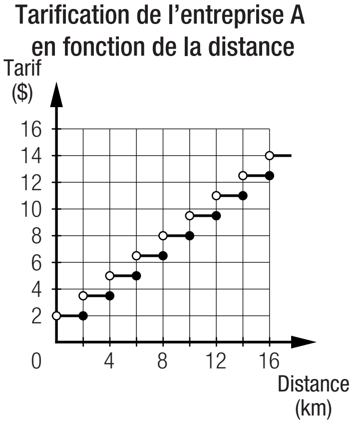
$11 = \left[\frac{a}{4} - 2\right]$

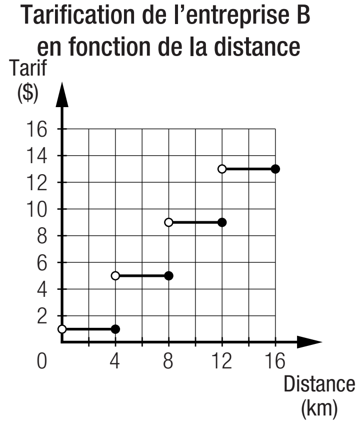
$52 \leq a < 56$

La personne doit être âgée d'au moins 52 ans et de moins de 56 ans.

Mise au point 1.3 (*suite*) **Page 48**

15. a) 1)





2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$C_A = {}^-1{,}5[^-0{,}5(d - 2)] + 2$ et
$C_B = {}^-4[^-0{,}25(d - 4)] + 1$,
où C est le coût (en $) et d, la distance (en km).

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Cela dépend de la distance à parcourir. Le tableau ci-contre présente les choix les plus avantageux en fonction de la distance à parcourir.

Choix de l'entreprise en fonction de la distance

Distance (km)	Choix de l'entreprise
]0, 4]	B
]4, 6]	A ou B
]6, 8]	B
]8, 10]	A
]10, 12]	B
]12, +∞[	A

16. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
La règle est $C = 1{,}5\left[^-\frac{1}{150}(m - 150)\right] + 8{,}5$, où C est le coût (en $/kg) et m, la masse (en kg).

b) 1) $C = 1{,}5\left[^-\frac{1}{150}(325 - 150)\right] + 8{,}5$

$= 1{,}5[^-1{,}17] + 8{,}5$

$= 5{,}50$

$5{,}50 \times 325 = 1787{,}50$

Le coût du transport est de 1787,50 $.

2) $C = 1{,}5\left[^-\frac{1}{150}(750 - 150)\right] + 8{,}5$

$= 1{,}5[^-4] + 8{,}5$

$= 2{,}50$

$2{,}50 \times 750 = 1875$

Le coût du transport est de 1875 $.

3) Lorsque la masse est supérieure à 750 kg, le prix est constant à 1 $/kg.

$1 \times 1021 = 1021$

Le coût du transport est de 1021 $.

c) Il est préférable d'attendre encore une journée. Il y a présentement 450 kg de denrées ; il en coûterait 5,50 $/kg pour les acheminer par train, soit 2475 $. Si la livraison est reportée au lendemain, il y aura 468 kg de denrées. Il en coûtera alors 4,40 $/kg pour les acheminer, soit 1872 $.

17. a) Selon le graphique, pour 72 personnes, le coût par personne est de 23,50 $.
$72 \times 23{,}50 = 1692$
Le coût total est de 1692 $.

b) Si le nombre de personnes se situe sur l'intervalle]0, 20], le prix par personne est de 28 $.
$1175 \div 28 \approx 41{,}96$ personnes, donc impossible.

Si le nombre de personnes se situe sur l'intervalle]20, 40], le prix par personne est de 26,50 $.
$1175 \div 26{,}50 \approx 44{,}34$ personnes, donc impossible.

Si le nombre de personnes se situe sur l'intervalle]40, 60], le prix par personne est de 25 $.
$1175 \div 25 = 47$ personnes, donc possible.

18. a) La règle est $N = \left[\frac{t}{60}\right] + 1$, où N est le nombre de fois que le phénomène a été observé et t, le temps écoulé (en années) depuis la première observation.

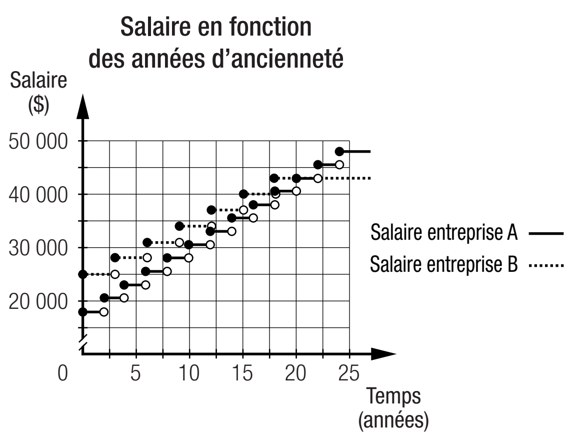
b) 1) $t = 2637 - 1000 = 1637$ années
$$N = \left[\frac{1637}{60}\right] + 1 = [27{,}28] + 1 = 28$$

2) $t = 2637$ années
$$N = \left[\frac{2637}{60}\right] + 1 = [43{,}95] + 1 = 44$$

3) $t = 2637 + 1534 = 4171$ années
$$N = \left[\frac{4171}{60}\right] + 1 = [69{,}52] + 1 = 70$$

4) $t = 2637 + 1867 = 4504$ années
$$N = \left[\frac{4504}{60}\right] + 1 = [75{,}07] + 1 = 76$$

19. La représentation graphique des salaires de chaque entreprise est la suivante.



De cette représentation graphique, il est possible de construire le tableau suivant.

Temps (années)	Choix de l'entreprise
[0, 20[	B
[20, 22[	A et B
[22 et +	A

20. a) La règle est $E = 2\left[\frac{T}{200}\right] + 4$, où E est l'épaisseur (en mm) de la tuile et T, la température (en °C).

b)
$$E = 2\left[\frac{2225}{200}\right] + 4 = 2\,[11{,}125] + 4 = 2 \times 11 + 4 = 26$$
L'épaisseur minimale d'une tuile est de 26 mm.

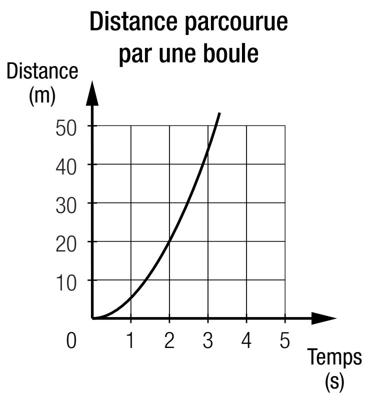
c)
$$22 = 2\left[\frac{T}{200}\right] + 4$$
$$18 = 2\left[\frac{T}{200}\right]$$
$$9 = \frac{T}{200}$$
$$T = 1800$$
Une tuile de 22 mm d'épaisseur peut supporter une température d'au moins 1800 °C, mais de moins de 2000 °C.

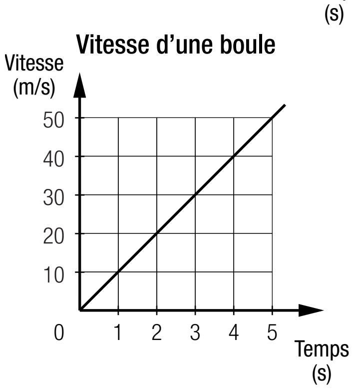
Chronique du passé

Page 50

1. a) Puisque $d = 4{,}9$ lorsque $t = 1$, le paramètre a de l'équation $d = \mathrm{a}t^2$ est égal à 4,9. La vitesse est donnée par l'expression $2\mathrm{a}t$, soit $9{,}8t$. Après 1 s, la vitesse est donc de 9,8 m/s.

b) À 2 s, la distance parcourue est de 19,6 m et la vitesse est de 19,6 m/s. À 3 s, la distance parcourue est de 44,1 m et la vitesse est de 29,4 m/s.





c) À l'accélération.

Chronique du passé (*suite*)

Page 51

2. a) On peut estimer la valeur du coefficient G en calculant la moyenne des cinq rapports des valeurs de F aux valeurs correspondantes de $\frac{m_1m_2}{d^2}$.

F	$\frac{m_1m_2}{d^2}$	$F \div \frac{m_1m_2}{d^2}$
$7{,}1 \times 10^{-10}$	10,633	$6{,}68 \times 10^{-11}$
$1{,}4 \times 10^{-9}$	21,267	$6{,}58 \times 10^{-11}$
$1{,}7 \times 10^{-9}$	28,355	$6{,}00 \times 10^{-11}$
$3{,}3 \times 10^{-9}$	51,903	$6{,}36 \times 10^{-11}$
$4{,}7 \times 10^{-9}$	70,313	$6{,}68 \times 10^{-11}$
	Somme	$32{,}300 \times 10^{-11}$
	Moyenne	$6{,}46 \times 10^{-11}$

$G \approx 6{,}46 \times 10^{-11}$

b) Pour résoudre ce problème, on doit utiliser l'équation $F = G\frac{m_1m_2}{d^2}$, où m_1 représente la masse de l'objet et m_2, la masse de la Terre, en kilogrammes.

On a $m_1 = 10$ et $F = 98$. En ce qui a trait à la constante G, on utilise la valeur trouvée en **a),** soit $6{,}46 \times 10^{-11}$.

Puisque l'objet se trouve sur la surface de la Terre, qui est approximativement une boule, on peut estimer que la distance d (en mètres) entre le centre de gravité de l'objet et celui de la Terre est égale au rayon de la Terre, soit environ 6371 km ou $6{,}371 \times 10^6$ m.

En substituant les valeurs aux variables, l'équation se réduit à :

$98 = (6{,}46 \times 10^{-11}) \times \frac{10m_2}{(6{,}371 \times 10^6)^2}$.

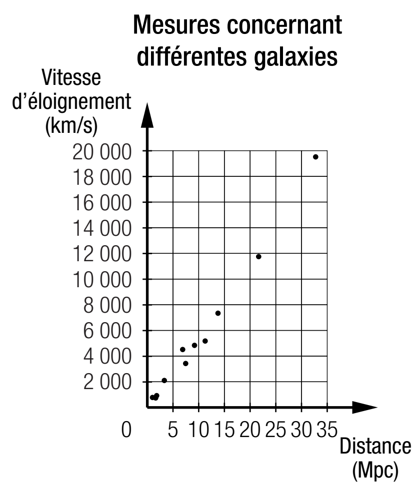
La résolution donne $m_2 \approx 61{,}6 \times 10^{23} \approx 6 \times 10^{24}$.

Selon ces données, la masse de la Terre est donc approximativement de 6×10^{24} kg.

Le monde du travail

Page 53

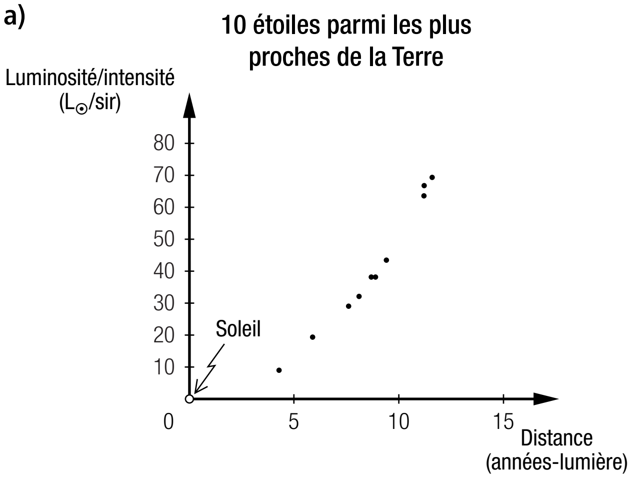
1. a)



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
On peut modéliser cette situation à l'aide d'une fonction affine, en déterminant l'équation de la droite de régression des moindres carrés, qui est : $y = 578{,}56x - 256$.

c) Selon le modèle déterminé en **b),** la vitesse d'éloignement sera d'environ 289 000 km/s.

2. a)



b) Un point qui représenterait le Soleil se trouverait pratiquement sur l'origine du plan cartésien. En ajoutant ce point, on constatera que le modèle quadratique semble le plus approprié. En supposant que le taux luminosité/intensité (T) est proportionnel au carré de la distance d, on obtient l'équation $T = 0{,}504d^2$.

c) Le taux luminosité/intensité de la céphéide est de $2{,}6 \times 10^{12}$ $L_\odot$/sir, soit $20\,000 \div (7{,}8 \times 10^{-9})$.
Estimation de sa distance en années-lumière :

$$2{,}6 \times 10^{12} = 0{,}504d^2$$
$$5{,}16 \times 10^{12} = d^2$$
$$2{,}3 \times 10^6 = d$$

La céphéide se trouve approximativement à 2,3 millions d'années-lumière. Puisque notre galaxie n'a qu'un diamètre d'environ 100 000 années-lumière, la céphéide se trouve hors de celle-ci.

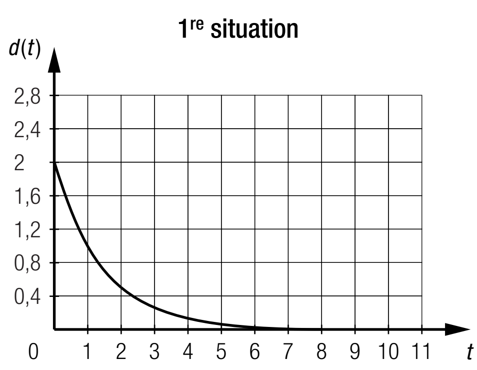
Vue d'ensemble

Page 54

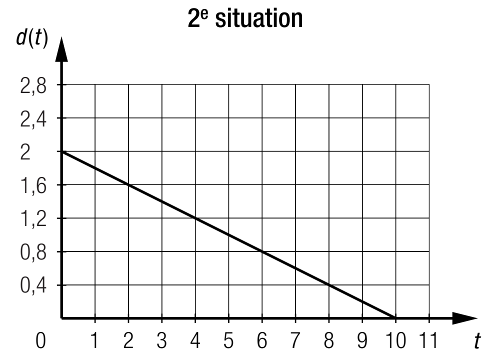
1. a)

	1) 1 min	2) 2 min	3) 3 min	4) 5 min
1re situation	1 m	0,5 m	0,25 m	0,0625 m
2e situation	1,80 m	1,60 m	1,40 m	1,200 m

b)



c) Par une fonction polynomiale de degré 1 qui se traduit par $d(t) = 2 - 0{,}2t$.



d) Les domaines et les images de ces fonctions sont différents. Dans la 1re situation, le domaine est $[0, +\infty[$ alors que, dans la 2e situation, il est [0, 10]. Dans la 1re situation, l'image est]0, 2] alors que, dans la 2e situation, elle est [0, 2]. Les deux fonctions sont décroissantes sur leur domaine et ne sont jamais croissantes. Il n'y a que la fonction de la 2e situation qui a un minimum, soit 0, alors que les deux fonctions ont le même maximum, soit 2. Les deux fonctions ont la même ordonnée à l'origine, soit 2. Il n'y a que la fonction de la 2e situation qui a un zéro, qui est 10. Les deux fonctions sont positives sur leur domaine.

e) Dans la 1re situation, Nicolas et Carla ne se toucheront jamais, en théorie. En réalité, cela devrait se produire vers la huitième minute. Dans la 2e situation, cela se produira à la dixième minute.

2. a) Cette fonction a pour domaine les nombres réels positifs et pour image les nombres compris entre $^-3$ et 2. Elle a une ordonnée à l'origine de 0, un maximum de 2 et un minimum de $^-3$.
Dans l'intervalle [0, 7[, la fonction est croissante de 0 à 2 et d'environ 5,3 à 7. Elle est décroissante de 2 à environ 5,3. Elle possède également deux zéros : 0 et 4. La fonction est positive de 0 à 4 et elle est négative de 4 à 7.
Puisque la fonction présente un cycle de 7 jours, les propriétés décrites au paragraphe précédent se répètent indéfiniment pour chaque multiple de 7 jours.

b) Une infinité de zéros. Les zéros représentent les jours où la céphéide a une magnitude moyenne.

c) 7 jours.

d) Un peu après la 12e journée.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 55

3. a) $f(x) = (x + 2)^2 + 1$ et $g(x) = {}^-(x - 1)^2 + 4$

b) Pour aucune valeur. Peu importe la valeur de x, $g(x) < f(x)$.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Réflexion par rapport à l'axe des abscisses suivie d'une translation de 3 unités vers la droite et de 5 unités vers le haut.

d) Oui. *Plusieurs réponses possibles selon la suite de transformation géométrique. Pour la réponse donnée en **c)** :*
- la réflexion par rapport à l'axe des abscisses change le signe du paramètre a et celui du paramètre k ;
- la translation augmente la valeur du paramètre h de 3 unités et celle du paramètre k de 5 unités.

e) [−2, 1]

f) Les images sont différentes : [1, +∞[pour la fonction f et]−∞, 4] pour la fonction g. L'ordonnée à l'origine de la fonction f est 5 alors que celle de la fonction g est 3. La fonction g a 2 zéros (−1 et 3) alors que la fonction f n'en a pas. La fonction f a un minimum, 1, alors que la fonction g a un maximum, 4. La fonction f est décroissante puis croissante alors que c'est le contraire dans le cas de la fonction g. La fonction f est strictement positive, contrairement à la fonction g.

4. a) De 2 kg inclus à 3 kg exclus.

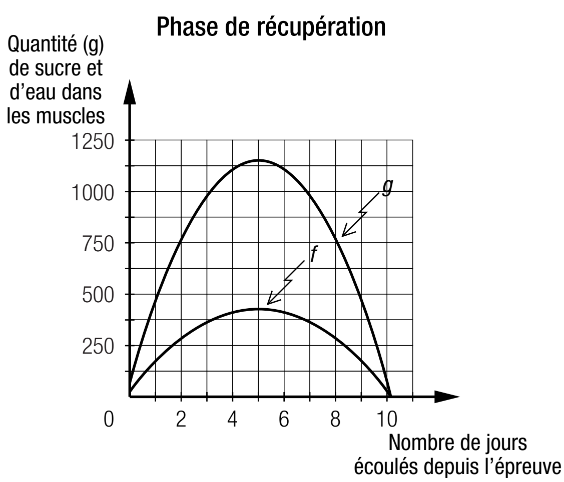
b) Le colis de 4 kg coûtera 7 \$ plutôt que 10 \$ pour 2 colis de 2 kg.

c) $C(m) = [m] + 3$

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Pour]0, 1,2], le coût est de 4 \$.
Pour [1,2, 2,4[, le coût est de 5 \$.
Pour [2,4, 3,6[, le coût est de 6 \$.
Pour [3,6, 4,8[, le coût est de 7 \$.
Pour [4,8, 6[, le coût est de 8 \$.

Vue d'ensemble (*suite*) Page 56

5. a)



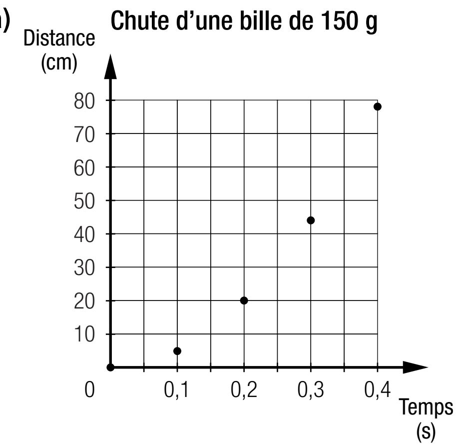
b) Dans le cas de la fonction f, le domaine va de 0 jusqu'aux alentours de 10 et l'image est [0, 425]. Dans le cas de la fonction g, le domaine va de 0 jusqu'aux alentours de 10 et l'image est [0, 1147,5].

c) Les deux fonctions sont croissantes et décroissantes dans la même partie de leur domaine. L'ordonnée à l'origine de la fonction f est 25 et celle de la fonction g est 67,5. Les deux fonctions ont le même zéro, soit environ 10,15. Le sommet de la fonction f est (5, 425) et celui de la fonction g est (5, 1147,5). Les deux fonctions ont la droite $x = 5$ comme axe de symétrie.

d) C'est après 5 jours que le gain sera maximal. L'athlète aura alors accumulé 425 g de sucre et 1147,5 g d'eau, soit un total de 1572,5 g.

e) Une fonction de variation directe, car l'eau représente toujours 2,7 fois la quantité de sucre.

6. a)



b) On modélise ces données par une fonction quadratique où la distance est directement proportionnelle au carré du temps. $d(t) = 500t^2$

c) Selon le modèle, la distance parcourue sera de 5 m.

Vue d'ensemble (*suite*) Page 57

7. a) Pour $0 \leq t \leq 2$, $d(t) = 80t$
Pour $2 < t \leq 5$, $d(t) = 160$
Pour $5 < t \leq 7$, $d(t) = 240t - 1040$
Pour $7 < t \leq 10$, $d(t) = \frac{160}{3}t + \frac{800}{3}$

b) **Vitesse de Mathieu**

Partie	A	B	C	D
Vitesse (m/min)	80	0	240	$53\frac{1}{3}$

c) La vitesse (m/min) de chacune des parties correspond au taux de variation dans l'équation de la droite associée.

d) En ce qui a trait à chacune des parties de la fonction décrite, une fonction constante modélise bien la relation entre la vitesse et le temps. Ainsi, si on représentait le lien entre la vitesse de Mathieu et le temps tout le long de son déplacement, on obtiendrait une fonction en escalier.

e) **1)** $66\frac{2}{3}$ m/min
2) 100 m/min
3) 32 m/min
4) 128 m/min

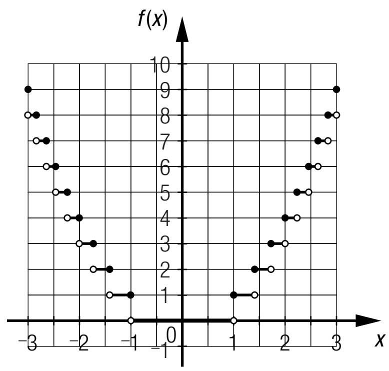
f) Non. La moyenne des résultats en **1)** et **2)** est supérieure à la vitesse moyenne de Mathieu sur l'ensemble

du trajet, soit $83\frac{1}{3}$ m/min par rapport à 80 m/min.
La moyenne des résultats en **3)** et **4)** est égale à la vitesse moyenne de Mathieu sur l'ensemble du trajet, soit 80 m/min.

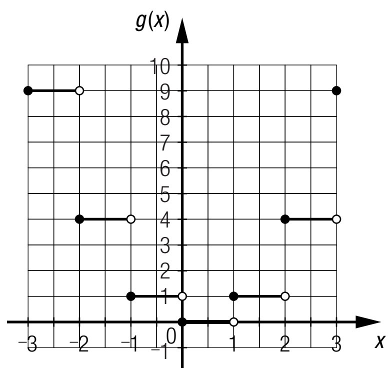
8. a)

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	9	6	4	2	1	0	0	0	1	2	4	6	9
$g(x)$	9	9	4	4	1	1	0	0	1	1	4	4	9

$f(x) = [x^2]$



$g(x) = [x]^2$

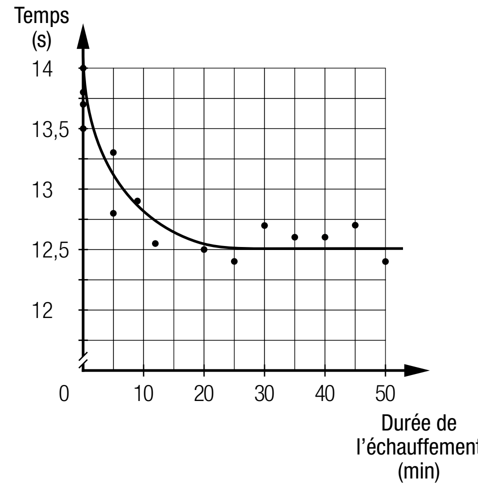


b) Les deux fonctions ont le même domaine, [−3, 3]. L'image de la fonction f se compose des nombres entiers de 0 à 9 inclusivement, alors que celle de la fonction g est {0, 1, 4, 9}. Les deux fonctions ont 0 pour ordonnée à l'origine. Les deux fonctions ont des zéros, mais différents les uns des autres : pour la fonction f, il s'agit de]−1, 1[et pour la fonction g, [0, 1[. La fonction f est décroissante dans [−3, 1[et croissante dans]−1, 3], tandis que la fonction g est décroissante dans le même intervalle mais croissante dans [0, 3]. Les deux fonctions sont positives sur tout leur domaine.

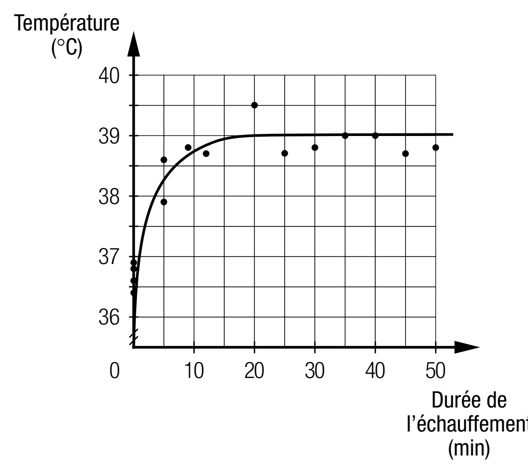
c) Les deux fonctions sont égales si x est un nombre entier ou s'il est un nombre réel compris entre 0 et $\sqrt{2}$ ou entre 2 et $\sqrt{5}$.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 58**

9. a) **Effet sur le temps de course**



Effet sur la température de l'athlète



b) 1) Oui. En ce qui a trait au temps de course, le minimum correspond au temps de course le plus rapide. Pour ce qui est de la température de l'athlète, leminimum correspond à la température normale du corps.

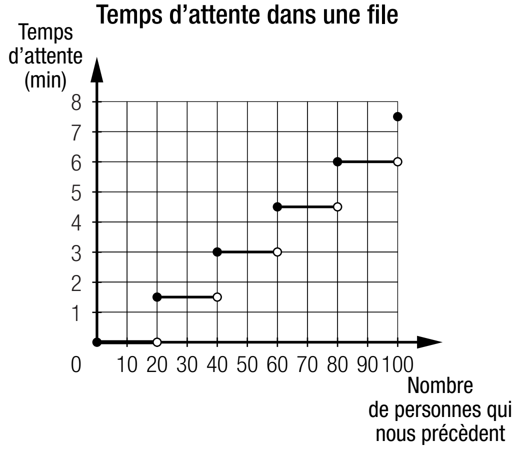
2) Oui. En ce qui a trait au temps de course, le maximum correspond au temps de course le plus lent. Pour ce qui est de la température de l'athlète, le maximum correspond à la température corporelle maximale que l'athlète a atteinte au moment de l'échauffement.

3) Non, car l'athlète ne peut pas faire la course en 0 s et il est impossible que sa température corporelle soit de 0 °C.

c) Entre 25 et 30 min.

10. a) Une fonction partie entière transformée.

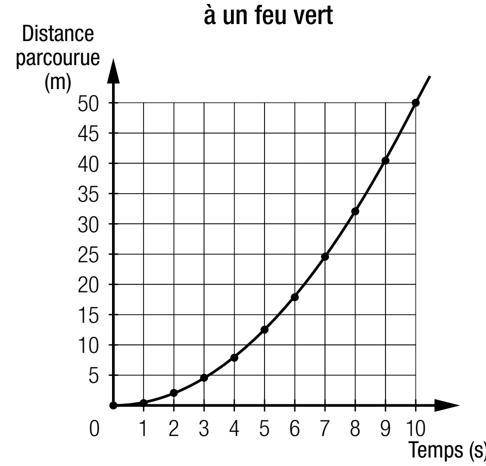
b) Temps d'attente dans une file



c) $t(n) = 1{,}5[0{,}05n]$, où $t(n)$ représente le temps d'attente en minutes et n, le nombre de personnes qui nous précèdent dans la file.

d) $t(n) = 1{,}5[0{,}05n] + 3$, où $t(n)$ représente le temps d'attente en minutes et n, le nombre de personnes qui nous précèdent dans la file.

f) Distance parcourue par une auto après le départ à un feu vert



Il s'agit d'une fonction quadratique, car la deuxième différence est toujours constante, elle est de 1.

g) $d(t) = \frac{1}{2}t^2$, où $d(t)$ représente la distance parcourue en mètres et t, le temps écoulé en secondes.

h) 112,5 m

Vue d'ensemble (*suite*) — Page 59

11. La conjecture est fausse. Si l'on donne une valeur de 2 à n et de 4 à x, on obtient :

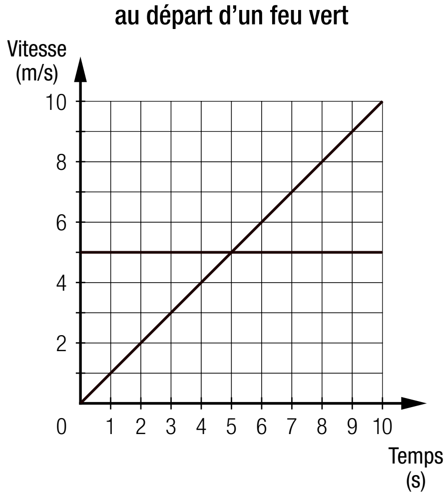
$-\left[-\frac{4}{2}\right] - 1 = -[-2] - 1 = 2 - 1 = 1$ et

$\left[\frac{4}{2}\right] = [2] = 2.$

Comme $1 \neq 2$, alors $-\left[-\frac{x}{n}\right] - 1 \neq \left[\frac{x}{n}\right]$.

12. a) 5 m/s

b) Vitesse d'une auto au départ d'un feu vert



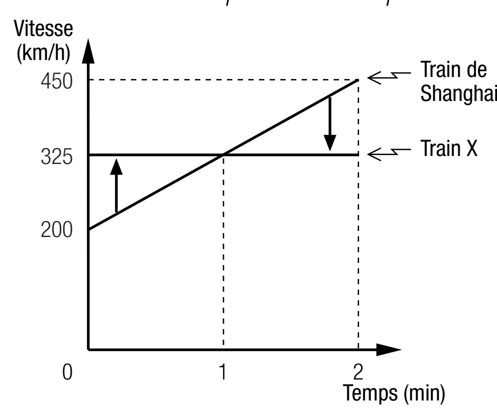
c) C'est la même valeur, soit 50.

d) Durant les 2 premières secondes, la vitesse moyenne est de 1 m/s, et durant les 5 premières secondes, de 2,5 m/s.

e) 2 m, 12,5 m et 50 m.

Banque de problèmes — Page 60

13. La différence entre les deux distances parcourues est 5 km.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :



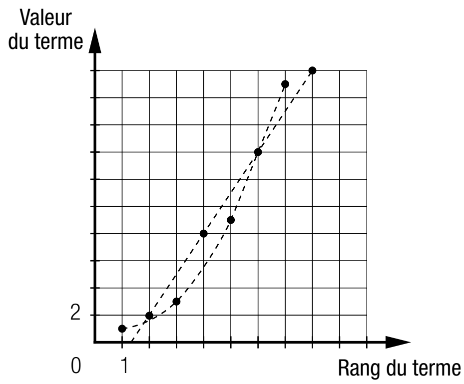
Durant la première expérience, la vitesse du train passe de 200 km/h à 450 km/h. Le taux de variation de la vitesse est constant. La vitesse du train au milieu de la durée de l'expérience, soit après 1 min, est donc de 325 km/h.
Si un autre train, disons un train X, avait roulé à cette vitesse de 325 km/h pendant les 2 min de l'expérience, il aurait parcouru la même distance que le train de Shanghai. En effet, la vitesse excédentaire de ce train X durant la première minute serait exactement compensée par la vitesse excédentaire du train de Shanghai durant la deuxième minute.
Le même raisonnement s'applique dans la deuxième expérience. Dans ce cas, le train de Shanghai parcourt la même distance qu'un train Y roulant à une vitesse constante de 175 km/h pendant 2 min.

La différence entre les distances parcourues (en km) durant les deux expériences est donc égale à la différence entre les distances parcourues par les trains X et Y, soit :
$325 \times \frac{2}{60} - 175 \times \frac{2}{60} = 150 \times \frac{2}{60} = 5.$

Banque de problèmes (*suite*) **Page 61**

14. *Plusieurs explications possibles. Exemple :*
En associant la valeur de chaque terme de la suite à son rang, on obtient un ensemble de couples que l'on peut représenter graphiquement. Les couples sont (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 8), (5, 9), (6, 14), (7, 19), (8, 20), …

Leur représentation :



Les points de rang impair se trouvent sur une parabole et ceux de rang pair, sur une droite. On en déduit que la suite initiale est formée de deux suites intercalées.

1re suite (celle qui correspond aux points situés sur la parabole) : 1, 3, 9, 19, 33, …

Les différences entre deux termes successifs sont 2, 6, 10, 14, … La deuxième différence est constante à 4. Cette suite se poursuit donc avec les termes 51 (soit 33 + 18), 73 (soit 51 + 22), 99 (soit 73 + 26), etc.

4 4 4 **4** **4** **4**
2 6 10 14 **18** **22** **26**
1 3 9 19 33 **51** **73** **99**

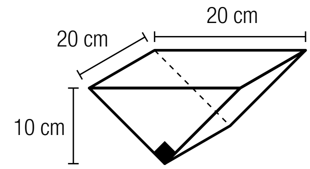
2e suite (celle qui correspond aux points situés sur la droite) : 2, 8, 14, 20, …

Les différences sont constantes et égales à 6. Cette suite se poursuit avec les termes 26, 32, 38, etc.

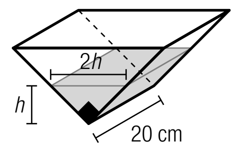
On peut poursuivre la suite initiale avec les nombres en gras ci-dessous (les termes de la première suite sont soulignés ; ceux de la deuxième sont en italique).

1, *2*, 3, *8*, 9, *14*, 19, *20*, 33, ***26*, 51, *32*, 73, *38*, 99, …**

15. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Il faut que le récipient ait nécessairement la forme d'un prisme à base triangulaire, les deux bases de ce prisme étant placées comme dans l'exemple ci-dessous.



Dans cet exemple, la forme du récipient correspond à celle d'un cube que l'on aurait coupé en deux, en équilibre sur une arête.
L'ouverture du récipient sur le dessus est un carré de 20 cm de côté. La hauteur du récipient est de 10 cm.
Pour démontrer que ce récipient possède bien la propriété recherchée, on suppose qu'il contient du liquide jusqu'à une hauteur h exprimée en centimètres.



Dans ce cas, le liquide aura la forme d'un prisme à base triangulaire dont les bases sont des triangles rectangles isocèles. La hauteur de ce prisme correspond à la distance entre les deux bases, soit 20 cm.

Soit V le volume du prisme formé par le liquide (en cm^3).
V = aire de la base × hauteur du prisme
$= (2h)h \div 2 \times 20$
$= 20h^2$
Le volume est donc directement proportionnel au carré de la hauteur du liquide.

16. *Plusieurs équations équivalentes sont possibles. Exemple :*
Soit x le nombre de l'horloge indiquant les secondes et n, le nombre entier affiché à l'écran. L'équation est :
$n = 10\,000x - 10[1000x] + 1.$

Explication :
Le nombre affiché à l'écran est 1 de plus que la valeur du chiffre qui se trouve à la position des dix-millièmes dans le nombre indiquant les secondes. Pour obtenir la valeur de ce chiffre, on peut procéder de la façon suivante.

Exemple avec $x = 9{,}6075$

Multiplier le nombre de secondes par 1000.	$1000 \times 9{,}6075 = 9607{,}5$
Obtenir la partie fractionnaire de la réponse en lui soustrayant sa partie entière.	$9607{,}5 - [9607{,}5] = 0{,}5$
Puisque cette partie fractionnaire n'a qu'une seule décimale, il suffit de la multiplier par 10 pour obtenir la valeur du chiffre.	$10 \times 0{,}5 = 5$

Cette suite d'opérations correspond à l'expression $10(1000x - [1000x])$. En ajoutant 1 et en réduisant l'expression, on obtient la valeur de *n,* soit $10\ 000x - 10[1000x] + 1$.

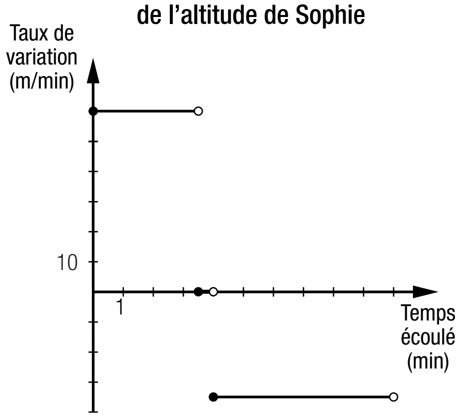
Banque de problèmes (*suite*) **Page 62**

17. Sophie se trouvait à une altitude de 380 m.

Démarche :

La variation d'altitude est égale à 0 dans l'intervalle [3,5, 4[, car la fonction est à la fois positive et négative dans cette partie du domaine. Cette fonction en escalier prend seulement deux autres valeurs, soit 60 dans l'intervalle [0, 3,5[et $^{-}35$ dans l'intervalle [4, 10]. Voici la représentation graphique de cette fonction :

Taux de variation de l'altitude de Sophie



De ce graphique, on peut déduire que Sophie, pour atteindre le sommet, est montée de 210 m, soit $60 \times 3,5$, puisqu'elle est restée à la même altitude pendant 0,5 min pour finalement redescendre à un rythme de 35 m/min pendant 6 min afin de revenir, probablement, à son point de départ, puisque $^{-}0,35 \times 6 = {}^{-}210$.

Sachant que le sommet de la montagne se trouve à une attitude de 450 m, le point de départ se situe à 240 m, soit $450 - 210$. Pendant les 6 premières minutes, Sophie monte au sommet (variation d'altitude : $^{+}210$ m) puis, après une pause, redescend à un taux de 35 m/min pendant 2 min (variation d'altitude : $^{-}70$ m). Son altitude après 6 min est donc de 380 m, soit $240 + 210 - 70$.

18. La course en taxi coûtera 22,55 $.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

En roulant pendant un temps *t* à une vitesse *v,* le taxi parcourt une distance *vt.* C'est pourquoi le tarif selon la distance peut être déterminé à l'aide de l'expression $0,05\ [26(vt)]$, qui équivaut à $0,05\ [(26v)t]$. Ce tarif sera supérieur ou égal au tarif selon le temps écoulé si $26v \geq 599$. Le taximètre fonctionne donc selon le tarif de la distance si $v \geq \frac{500}{26}$, soit à partir d'une vitesse approximative de 23,04 km/h.

Durant le trajet, le taxi s'est arrêté pendant 5 min et roule moins vite que 23,04 km/h pendant 7 min, pour une durée totale de 12 min ou 0,2 h.

Pendant le reste du temps, il parcourt $10\frac{2}{3}$ km, soit $40 \times \frac{10}{60} + 30 \times \frac{8}{60}$.

Si l'on ajoute la somme à payer à la prise en charge, le coût (en $) est donc de :

$2,75 + 0,05\ [599 \times 0,2] + 0,05\left[26 \times 10\frac{2}{3}\right] =$
$2,75 + 5,95 + 13,85 = 22,55$.

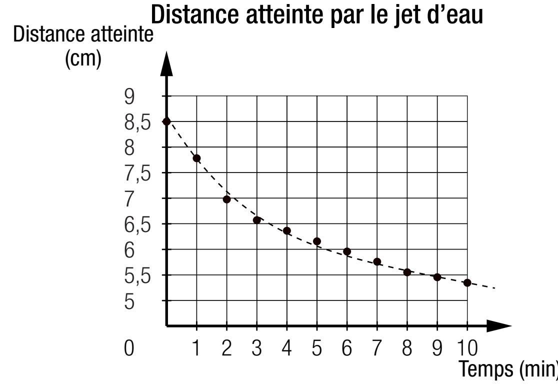
Banque de problèmes (*suite*) **Page 63**

19. *Plusieurs réponses possibles selon les données recueillies par les élèves. Exemple :*

Le lien entre le temps et la distance atteinte par le jet d'eau est représenté graphiquement ci-dessous en considérant les données suivantes, tirées d'une expérimentation.

Temps (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Distance atteinte (cm)	8,5	7,8	7	6,6	6,4	6,2	6	5,8	5,6	5,5	5,4

Distance atteinte par le jet d'eau



Le choix du modèle : même si la corrélation linéaire est forte ($r \approx {}^{-}0,94$), la forme du nuage de points suggère qu'une ligne courbe serait plus appropriée qu'une droite pour modéliser la situation. En effet, le taux de variation de la distance atteinte par le jet en fonction du temps a tendance à diminuer de plus en plus au fur et à mesure que l'expérience se déroule.

Si l'on tient compte du contexte et des résultats de l'expérience, le modèle doit avoir les propriétés suivantes :

– il possède une ordonnée à l'origine (la distance initiale atteinte par le jet) et une abscisse à l'origine (l'instant où l'eau arrête de couler);

– la fonction est positive ;
– la fonction est décroissante (taux de variation négatif, qui se rapproche de plus en plus de 0 au fur et à mesure que le temps s'écoule).

La courbe tracée dans le graphique ci-dessus (avec son prolongement éventuel) possède ces propriétés.

20. Les deux égalités sont :

1 $[x] + \left[x + \frac{1}{2}\right] = \mathbf{[2x]}$

2 $[x] + \left[\boldsymbol{x + \frac{1}{3}}\right] + \left[\boldsymbol{x + \frac{2}{3}}\right] = [3x]$

Démonstration :

Il est possible de décomposer x en sa partie entière et fractionnaire.

Soit $x = n + r$, où $n \in \mathbb{Z}$ et $r \in [0, 1[$.

1 En remplaçant x par $n + r$ dans l'égalité 1, on obtient :

$[n + r] + \left[n + r + \frac{1}{2}\right] = [2(n + r)]$.

Puisque n est un nombre entier, cette équation équivaut à :

$n + [r] + n + \left[r + \frac{1}{2}\right] = 2n + [2r]$.

En soustrayant $2n$ de chaque côté et en utilisant le fait que $[r] = 0$, on obtient :

$\left[r + \frac{1}{2}\right] = [2r]$.

On peut alors constater que cette dernière égalité est vraie pour toutes les valeurs de r, car :

si $0 \leq r < \frac{1}{2}$, alors $r + \frac{1}{2}$ et $2r$ sont deux nombres positifs inférieurs à 1 ; leur partie entière est donc égale à 0 et l'égalité est vraie ;

si $\frac{1}{2} \leq r < 1$, alors $r + \frac{1}{2}$ et $2r$ sont deux nombres supérieurs à 1 mais inférieurs à 2 ; leur partie entière est donc égale à 1 et l'égalité est encore vraie.

2 Pour démontrer la deuxième égalité, on procède de la même façon.

L'équation $[n + r] + \left[n + r + \frac{1}{3}\right] + \left[n + r + \frac{2}{3}\right] = [3(n + r)]$ équivaut à :

$n + [r] + n + \left[r + \frac{1}{3}\right] + n + \left[r + \frac{2}{3}\right] = 3n + [3r]$

ou, encore, à $\left[r + \frac{1}{3}\right] + \left[r + \frac{2}{3}\right] = [3r]$.

Si $0 \leq r < \frac{1}{3}$, alors $r + \frac{1}{3}$, $r + \frac{2}{3}$ et $3r$ sont trois nombres positifs inférieurs à 1 ; leur partie entière est donc égale à 0 et l'égalité devient $0 + 0 = 0$, ce qui est vrai ;

si $\frac{1}{3} \leq r < \frac{2}{3}$, alors $r + \frac{1}{3}$ est un nombre positif inférieur à 1, et $r + \frac{2}{3}$ et $3r$ sont deux nombres supérieurs à 1 mais inférieurs à 2 ; leur partie entière est donc égale à 0 ou à 1, selon le cas, et l'égalité devient $0 + 1 = 1$, ce qui est vrai ;

si $\frac{2}{3} \leq r < 1$, alors $r + \frac{1}{3}$ et $r + \frac{2}{3}$ sont deux nombres supérieurs à 1 mais inférieurs à 2, et $3r$ est un nombre supérieur à 2 mais inférieur à 3 ; leur partie entière est donc égale à 1 ou à 2, selon le cas, et l'égalité devient $1 + 1 = 2$, ce qui est vrai.

VISION 2 | L'équivalence en algèbre

RÉVISION 2

Réactivation 1

Page 66

a. **1)** **i)** $\sqrt{2}$ **ii)** $\sqrt[3]{5^2}$ **iii)** $\sqrt[4]{6^3}$ **iv)** $\sqrt[n]{b^m}$

2) $(-5)^{1,5} = \sqrt{(-5)^3} = \sqrt{-125}$

La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas dans l'ensemble des nombres réels.

b. **1)** **i)** $\sqrt{15}$ **ii)** $\sqrt[3]{77}$ **iii)** $\sqrt{33}$ **iv)** $\sqrt{c \times d}$

2) $\sqrt{3} \times \sqrt[3]{5} = 3^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{3}}$

L'exposant associé à chacune des bases du produit n'est pas le même.

c. **1)** **i)** $\sqrt{2}$ **ii)** $\sqrt{3}$ **iii)** $\sqrt[4]{0,6}$ **iv)** $\sqrt[3]{\frac{g}{h}}$

2) $\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[9]{11}} = \frac{7^{\frac{1}{3}}}{11^{\frac{1}{9}}}$

L'exposant associé à chacune des bases du quotient n'est pas le même.

Réactivation 2

Page 67

a. $(6x + y)$ m et $(y + 4)$ m.

b. $(y^2 + 4y + 4)$ m^2

c. Oui, car l'expression sous la forme factorisée est $(y + 2)^2$ m^2.

d. $(6xy + 24x - 4)$ m^2

e. Oui, car en mettant 2 en évidence, l'expression devient $2(3xy + 12x - 2)$ m^2.

Mise à jour

Page 70

1. **a)** $\sqrt{21}$ **b)** $\sqrt{6}$ **c)** $\sqrt{2}$ **d)** $\sqrt{a\pi}$ **e)** $x^3\sqrt{x}$

f) $\sqrt{3y}$ **g)** $\sqrt{\frac{7}{10}}$ **h)** $\sqrt{x + 3}$ **i)** $\sqrt{y}$

2. **a)** 4 **b)** 10 **c)** 2 **d)** 4 **e)** 27 **f)** 3

3. **a)** Non, car $1 \neq 2 \times \sqrt{1} \times \sqrt{1}$. **b)** Non, car $16 \neq 2 \times \sqrt{1} \times \sqrt{8}$. **c)** Oui, car $8 = 2 \times \sqrt{1} \times \sqrt{16}$.

d) Oui, car $12 = 2 \times \sqrt{4} \times \sqrt{9}$. **e)** Non, car $25 \neq 2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{16}$. **f)** Oui, car $3,6 = 2 \times \sqrt{1,44} \times \sqrt{2,25}$.

g) Non, car $0,54 \neq 2 \times \sqrt{0,36} \times \sqrt{0,81}$. **h)** Oui, car $\frac{6}{5} = 2 \times \sqrt{1} \times \sqrt{\frac{9}{25}}$. **i)** Non, car $\frac{15}{7} \neq 2 \times \sqrt{\frac{1}{4}} \times \sqrt{\frac{16}{49}}$.

4. **a)** $4bx(2x - 1)$ **b)** $(g + 2)(g - 4)$ **c)** $x^2y^2(8y - 9x)^2$ **d)** $(y - 9)^2$

e) $(2x + 3)^2$ **f)** $(5b^2 - 3)(b - 4)$ **g)** $(0,6u + 0,5w)^2$ **h)** $(0,6x - 0,8y)(0,6x + 0,8y)$

i) $(z - 1)(8y^2 - 3x^2)$ **j)** $(3x + y)^2$

Mise à jour (*suite*)

Page 71

5. **a)** $A = b \times h$

$5ab - 15a + 14b - 42 = (5a + 14)(b - 3)$

$b = 5a + 14$ et $h = b - 3$.

b) $A = c^2$

$36m^2 + 60m + 25 = (6m + 5)^2$

$c = 6m + 5$

c) $A = \frac{D \times d}{2}$

$\frac{16a^2 - 25}{2} = \frac{(4a + 5)(4a - 5)}{2}$

$D = 4a + 5$ et $d = 4a - 5$.

d) $A = \frac{\text{Périmètre} \times \text{apothème}}{2}$

$7z^2 - 14az - 8a + 4z = \frac{5(1{,}4z + 0{,}8) \times \text{apothème}}{2}$

apothème $= 2z - 4a$

6. a) 1) $58y + 7$ et $22x + 9$. **2)** $64y + 7$ et $28x + 9$.

b) $1792xy + 576y + 196x + 63$

c) $164xy + 18y + 14x$

d) 1) 28 441 cm^2 **2)** 7324 cm^2

Mise à jour (*suite*)

7. a) $(6x + 9)$ cm

b) $(6x + 3)^2$ cm^2

c) $((6x + 9)^2 - (6x + 3)^2)$ cm^2

d) $(6x + 3)^2 = 225$

$6x + 3 = 15$

$x = 2$

Carré rouge : $6(2) + 3 = 15$ cm.

Carré jaune : $6(2) + 9 = 21$ cm.

Carré bleu : $8(2) + 9 = 25$ cm.

8. a) 1) La double mise en évidence. **2)** La différence de deux carrés. **3)** Le trinôme carré parfait.

b) 1 $(2a + 5)$ et $(5b + 1)$. 2 $(10xy^2 - 6x^2y)$ et $(10xy^2 + 6x^2y)$. 3 $(4v - 5)$ et $(4v - 5)$.

Mise à jour (*suite*)

9. a) Oui, car l'expression qui représente l'aire totale de la table est un trinôme carré parfait.

b) 1) $(6{,}25x^2 + 7{,}5x + 2{,}25)$ dm^2 **2)** $\sqrt{128x^2 + 96x + 18}$ dm **3)** $(39x^2 + 18x)$ dm^2

c) $(2{,}5x + 1{,}5)^2 = 64$

$2{,}5x + 1{,}5 = 8$

$x = 2{,}6$

Comme la mesure d'un côté de la table est de $(8x + 3)$ dm et que $x = 2{,}6$, alors $8(2{,}6) + 3 = 23{,}8$ dm. Les dimensions de ce dessus de table sont donc de 23,8 dm sur 23,8 dm.

10. a) Prisme droit à base rectangulaire : $\sqrt{105}$ cm^3. Cylindre circulaire droit : $13\pi x\sqrt{17x}$ cm^3.

b) Prisme droit à base rectangulaire : $2(\sqrt{15} + \sqrt{21})$ cm^2. Cylindre circulaire droit : $2\pi x\sqrt{221}$ cm^2.

c) Prisme droit à base rectangulaire : $2(\sqrt{15} + \sqrt{21} + \sqrt{35})$ cm^2. Cylindre circulaire droit : $(2\pi x\sqrt{221} + 26\pi x)$ cm^2.

SECTION 2.1 Les expressions algébriques équivalentes

Problème

Plusieurs réponses possibles, selon la conjecture que les élèves choisissent d'étudier. Exemple :

La somme de deux nombres triangulaires consécutifs est un nombre carré.

Premièrement, on peut constater que cette conjecture est vraie dans le cas des six premiers nombres triangulaires qui sont présentés :

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$
$$3 + 6 = 9 = 3^2$$
$$6 + 10 = 16 = 4^2$$
$$10 + 15 = 25 = 5^2$$
$$15 + 21 = 36 = 6^2$$

Pour généraliser, on travaillera à partir des nombres triangulaires n et $n + 1$.

On a déterminé que la valeur du n^e nombre triangulaire est : $\frac{n(n+1)}{2}$.

Pour déterminer l'expression du nombre triangulaire de rang $(n + 1)$, on remplace n par $n + 1$ dans l'expression précédente. On trouve alors que le nombre triangulaire de rang $(n + 1)$ est : $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

En faisant la somme de ces deux expressions, on peut montrer que la valeur sera un nombre carré.

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = \frac{(n+1)}{2}(n + (n+2))$$

Par une mise en évidence simple de $\frac{(n-1)}{2}$.

$$= \frac{(n+1)}{2}(2n+2)$$

Par la réduction de termes semblables.

$$= \frac{2(n+1)(n+1)}{2}$$

Par une mise en évidence simple de 2.

$$= (n+1)^2$$

Par la simplification.

La somme de deux nombres triangulaires consécutifs est donc bel et bien un nombre carré.

Activité 1

Page 75

1 $x - 2$ 2 $x^2 - xy$

3 $2y^2 - 3$ 4 $x^2 - y^2 + 2y - 2$

5 x^2 6 $x^2 + 2x - 4$

7 $x^2 + y^2$ 8 $x^3 - 4x$

La somme des valeurs de ces expressions évaluées lorsque $x = 3$ et $y = 2$ est 64, soit $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$.

Activité 2

Page 76

a. Non.

$$\begin{array}{r|l} 15x^2 + 26x + 10 & 3x + 4 \\ \cline{2-2} -(15x^2 + 20x) & 5x + 2 \\ \cline{1-1} 6x + 10 & \\ -(6x + 8) & \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

En faisant $5x$ paquets de $(3x + 4)$ cubes, on utilise $(15x^2 + 20x)$ cubes, soit $5x(3x + 4)$. Il reste alors $(6x + 10)$ cubes à regrouper, soit $(15x^2 + 26x + 10) - (15x^2 + 20x)$. À partir des cubes restants, on peut faire 2 autres paquets de $(3x + 4)$ cubes. Dans ce cas, on utilise $(6x + 8)$ cubes, soit $2(3x + 4)$. Il reste donc 2 cubes, soit $(6x + 10) - (6x + 8)$.

b. $(15x^2 + 26x + 10) = (5x + 2)(3x + 4) + 2$

On peut vérifier cette égalité en effectuant la multiplication des deux binômes dans le membre de droite, puis en regroupant les termes semblables.

$$\begin{aligned}(15x^2 + 26x + 10) &= (5x + 2)(3x + 4) + 2 \\ &= 15x^2 + 6x + 20x + 8 + 2 \\ &= 15x^2 + 26x + 10\end{aligned}$$

c. **3)** $x^3 - 5x^2 + 12$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 0x + 12 & x - 2 \\ \cline{2-2} -(x^3 - 2x^2) & x^2 - 3x - 6 \\ \cline{1-1} -3x^2 + 0x + 12 & \\ -(-3x^2 + 6x) & \\ \cline{1-1} -6x + 12 & \\ -(-6x + 12) & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Activité 3

Page 77

a. **1)** $\frac{n^2 + 2n}{2n^2} = \frac{n(n+2)}{2n^2} = \frac{n+2}{2n}$

2) $\frac{1}{n} + \frac{5}{2n^2} = \frac{2n}{2n} \times \frac{1}{n} + \frac{5}{2n^2} = \frac{2n}{2n^2} + \frac{5}{2n^2} = \frac{2n+5}{2n^2}$

b. **1)** $\frac{n+2}{2n} \times \frac{n}{2n+4} = \frac{n+2}{2n} \times \frac{n}{2(n+2)} = \frac{1}{4}$

2) $\frac{n-2}{n} \div \frac{2n-4}{n^2+4n} = \frac{n-2}{n} \times \frac{n^2+4n}{2n-4} =$

$\frac{n-2}{n} \times \frac{n(n+4)}{2(n-2)} = \frac{n+4}{2}$

c. Non. À la question **a,** n ne peut pas égaler 0. À la question **b 1),** n ne peut pas égaler 0 ou $^-2$. Enfin, à la question **b 2),** n ne peut pas égaler 0 ou $^-4$. Les valeurs de n admises ne doivent pas annuler le dénominateur des expressions rationnelles. Si c'était le cas, on aurait alors une division par 0, donc un résultat non défini.

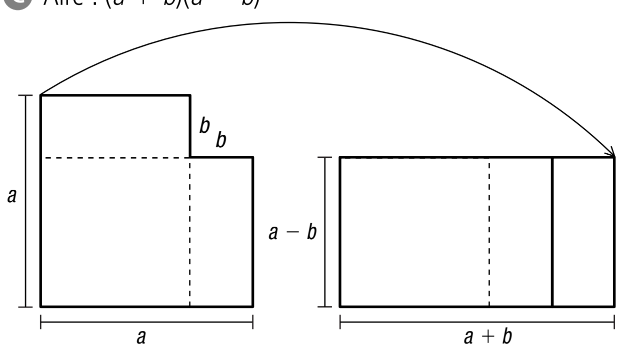
Activité 4

Page 78

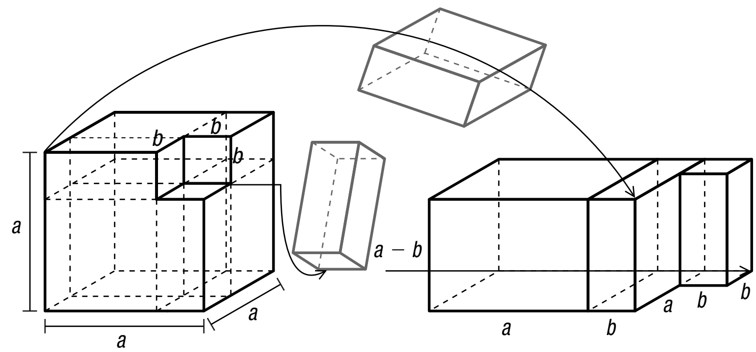
a. A Aire : $a^2 + 2ab + b^2$

B Volume : $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

b. C Aire : $(a + b)(a - b)$



D Volume : $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$



c. A $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

C $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

D $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

d. A $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
$= a^2 + ab + ab + b^2$
$= a^2 + 2ab + b^2$

B $(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b)$
$= (a^2 + 2ab + b^2)(a + b)$
$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$
$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

C $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$
$= a^2 - b^2$

D $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - ab^2 - a^2b - b^3$
$= a^3 - b^3$

Mise au point 2.1

Page 82

1. a) $3x^2 + 13x - 10$ **b)** $6x^2 + 11x + 3$
c) $25x^2 - 16$ **d)** $12x^2 - 25x + 12$
e) $9x^2 + 30x + 25$ **f)** $25x^2 - 20x + 4$

2. a) $2x^2 + 3xy - 2y^2$ **b)** $8x^2 - 14xy + 3y^2$
c) $^-2x^2 + 15xy - 7y^2$ **d)** $10x^2 - 23xy + 13y^2$
e) $50x^2 - 65xy - 132y^2$ **f)** $2x^2 + 2xy + \frac{1}{2}y^2$

3. a) $x^3 - 2x^2 - 13x + 6$ **b)** $12x^3 - 25x^2 + 15x - 4$
c) $x^3 - x^2 - 3x - 1$ **d)** $^-6x^3 - 11x^2 + 7x + 2$
e) $x^2 + 3xy + 3x + 3y + 2y^2$
f) $4x^2 - 5xy - 5x + 10y - 6y^2$

4. a) $6x + 9$
b) $2x^2 + 6x + 4$
c) $3x^2 + \frac{5}{2}x - 2$

5. a) 1) $(2x + 3)(3x + 1)(x - 4)$
$(6x^2 + 2x + 9x + 3)(x - 4)$
$(6x^2 + 11x + 3)(x - 4)$
$6x^3 - 24x^2 + 11x^2 - 44x + 3x - 12$
$6x^3 - 13x^2 - 41x - 12$

2) $(3x + 1)(x - 4)(2x + 3)$
$(3x^2 - 12x + x - 4)(2x + 3)$
$(3x^2 - 11x - 4)(2x + 3)$
$6x^3 + 9x^2 - 22x^2 - 33x - 8x - 12$
$6x^3 - 13x^2 - 41x - 12$

b) Première façon : $(x + 3)(x + 3)(x - 3)$
$(x^2 + 3x + 3x + 9)(x - 3)$
$(x^2 + 6x + 9)(x - 3)$
$x^3 - 3x^2 + 6x^2 - 18x + 9x - 27$
$x^3 + 3x^2 - 9x - 27$

Deuxième façon : $(x + 3)(x + 3)(x - 3)$
$(x + 3)(x^2 - 3x + 3x - 9)$
$(x + 3)(x^2 - 9)$
$x^3 + 3x^2 - 9x - 27$

Mise au point 2.1 (*suite*)

Page 83

6. Soit n, le plus petit nombre parmi ceux du carré de nombres choisi. Les autres nombres peuvent alors être représentés par les expressions $n + 1$, $n + 7$ et $n + 8$. La soustraction du produit du plus petit nombre par le plus grand nombre du produit des deux autres nombres est alors représentée par l'expression $(n + 1)(n + 7) - n(n + 8)$.
En la réduisant, on obtient : $(n + 1)(n + 7) - n(n + 8)$
$n^2 + 8n + 7 - (n^2 + 8n)$
$n^2 + 8n + 7 - n^2 - 8n$
7

7. a) $4x - 3$ **b)** $5x - 4$ **c)** $x^2 + 1$
d) $2x^2 + x + 7$ **e)** $x^2 - 3x + 5$ **f)** $4x^2 - 2x + 1$

8. a) $(20 - 1)(20 + 1)$ On reconnaît une différence de carrés.
$20^2 - 1^2$
$400 - 1$
399

b) $(80 - 4)(80 + 4)$ On reconnaît une différence de carrés.
$80^2 - 4^2$
$6400 - 16$
6384

c) $(50 - 1)^2$ On reconnaît le carré d'une différence.
$2500 - 100 + 1$
2401

d) $(30 + 1)^2$ — On reconnaît le carré d'une somme.
$900 + 60 + 1$
961

e) $(20 - 18)(20 + 18)$ — On reconnaît une différence de carrés.
$2 \cdot 38$
76

f) $(35 - 5)(35 + 5)$ — On reconnaît une différence de carrés.
$30 \cdot 40$
1200

g) $\left(3 + \frac{1}{3}\right)^2$ — On reconnaît le carré d'une somme.
$9 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$
$9 + 2 + \frac{1}{9}$
$11\frac{1}{9}$

h) $\left(5\frac{1}{4}\right)^2 - \left(4\frac{3}{4}\right)^2$ — On reconnaît une différence de carrés.
$\left(5\frac{1}{4} - 4\frac{3}{4}\right)\left(5\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4}\right)$
$\frac{1}{2} \cdot 10$
5

9. a) $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$, **c)** $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$ et **f)** $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$.

10. $4y^2 + 20y + 25$ et $4a^2 - 4ab + b^2$ car, dans ces deux polynômes, le terme central est le double du produit de la racine carrée des deux autres termes.

11. a) $(2x - 3)(2x + 3)$ **b)** $4x(x - 2)$
c) $(2x - 1)^2$ **d)** $(x - 3)^2$
e) $(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})$ **f)** $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$
g) $2(x^2 + 8xy + 8y^2)$ **h)** $(5x - 1)(x + 1)$
i) $(3x + 4)(x + 2)$

Mise au point 2.1 (*suite*) — Page 84

12. a) $2x^3 - 18x$ **b)** $4x + 8$
c) $24x^2 + 1$ **d)** $^-1$
e) $x^3 + 2x^2 - 6x + 8$ **f)** $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$
g) $^-40x^3 + 20x^2 - 2x$ **h)** $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

13. a) $x + 1$ **b)** 4 **c)** x^2
d) $^-\frac{1}{x}$ **e)** $1 - \frac{3}{x}$ **f)** 4

14. a) $18x^3 - 60x^2 - 150x$
b) L'augmentation est de 2,5 fois le volume de l'escalier de 3 marches.

15. $\left(6 + 3\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}\right)x^2 - (3\pi + 18)x + \frac{5\pi}{2}$

Mise au point 2.1 (*suite*) — Page 85

16. a) ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{19}{20}$ ④ $\frac{1}{3}$

b) ① 0 et 1. ② $^-2$ et 2. ③ $^-\frac{1}{2}$ et 0.
④ Toutes les valeurs de x et de y pour lesquelles $y = {}^-x$.

c) ① $\frac{(x + 1)}{x}$ ② $\frac{(x - 2)}{(x + 2)}$ ③ $\frac{2x - 1}{2x}$ ④ $\frac{x - y}{x + y}$

17. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Si $a = 10$ et $b = 5$, alors $m = 7{,}5$.

$$\frac{2}{ab} = \frac{1}{am} + \frac{1}{bm}$$
$$\frac{2}{10 \times 5} = \frac{1}{10 \times 7{,}5} + \frac{1}{5 \times 7{,}5}$$
$$\frac{2}{50} = \frac{1}{75} + \frac{1}{37{,}5}$$
$$\frac{1}{25} = \frac{1}{25}$$

b)
$$\frac{1}{am} + \frac{1}{bm} = \frac{b}{abm} + \frac{a}{abm}$$
$$= \frac{b + a}{abm}$$
$$= \frac{2m}{abm} \quad (\text{car } 2m = a + b)$$
$$= \frac{2}{ab}$$

18. a) 1 **b)** $x(x - 1)$ **c)** $\frac{1}{x - 1}$
d) $\frac{x}{x + 1}$ **e)** $\frac{1}{x(x + 1)}$ **f)** $\frac{1}{x(x + 1)}$

19. Oui, c'est un triangle rectangle puisque la relation de Pythagore est vérifiée, comme le montrent les égalités ci-dessous.
$$(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4 + 4a^2b^2$$
$$= a^4 + 2a^2b^2 + b^4$$
$$= (a^2 + b^2)^2$$

Mise au point 2.1 (*suite*) — Page 86

20. $x^3 + 2x^2 + x$ ou $x(x + 1)^2$.

21. a) $8x^3 - 27$ **b)** $x^3 + 64$
c) $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$
d) $64x^3 - 144x^2 + 108x - 27$
e) $8x^3 + 4x^2 - 2x - 1$ **f)** $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$

22. a) $(x^2 + 10x + 26) \div (x + 5) = (x + 5) + \frac{1}{(x + 5)}$
b) $(^-8x^3 + 3x + 6) \div (x - 1) =$
$(^-8x^2 - 8x - 5) + \frac{1}{(x - 1)}$
c) $(2x^2 + 8x + 4) \div (2x + 2) = (x + 3) - \frac{2}{(2x + 2)}$
$= (x + 3) - \frac{1}{x + 1}$
d) $(4x^2 - 5x + 1) \div (2x + 1) = 2x - \frac{7}{2} + \frac{9}{4x + 2}$
e) $(x^3 - x + 1) \div (x + 2) = (x^2 - 2x + 3) - \frac{5}{(x + 2)}$
f) $(x^2 - 3x^3 + 1) \div (3x - 1) = {}^-x^2 + \frac{1}{(3x - 1)}$

23. $2(a - b)(a + b)$

24. L'aire du carré orange est la moitié de l'aire du carré bleu, qui est de a^2.
Le côté du carré orange mesure donc $\sqrt{\frac{a^2}{2}}$ ou $a\sqrt{\frac{1}{2}}$.

On en déduit les dimensions du triangle représentant la route.
Mesure de la base : $a\sqrt{\frac{1}{2}} - c$
Hauteur : $a\sqrt{\frac{1}{2}} + c$
Aire du triangle :
$\left(a\sqrt{\frac{1}{2}} - c\right)\left(a\sqrt{\frac{1}{2}} + c\right) \div 2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a^2 - c^2\right)$

Mise au point 2.1 (*suite*) **Page 87**

25. $\frac{4\pi x}{3}(x^2 - 180x + 10\ 800)$

26. $\frac{5}{2}t^2(n^2 - 1)$

27. a) $\frac{a + b}{b}$

b) a = 1

c) Le coefficient du terme constant est 96.

d) $x = 24$

Mise au point 2.1 (*suite*) **Page 88**

28. a) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

b) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

c) Non. Lorsqu'on substitue ^-b à b dans l'expression algébrique $a^2 - b^2$, on n'obtient pas une somme de carrés, mais on trouve l'identité de départ, puisque $(^-b)^2$ est égal à b^2.

29. **A** Vraie. Tout nombre impair peut être exprimé sous la forme $2n + 1$, où n est un nombre naturel. En l'élevant au carré et en soustrayant 1, on obtient :
$(2n + 1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n + 1 - 1 = 4n^2 + 4n = 4(n^2 + n)$.
Le résultat est un multiple de 4, il est donc nécessairement divisible par 4.

B Vraie. Si $(2n + 1)$ est le premier nombre impair, où n est un nombre naturel, alors $(2n + 3)$ est le nombre impair suivant.

$$\begin{aligned}\text{On a } (2n + 1)(2n + 3) + 1 &= 4n^2 + 8n + 3 + 1\\ &= 4n^2 + 8n + 4\\ &= (2n + 2)^2\end{aligned}$$

On voit alors qu'on obtient le carré du nombre $2n + 2$ et, puisque n est un nombre naturel, $2n + 2$ l'est également. On obtient donc le carré d'un nombre naturel.

C Fausse. Par exemple, on peut considérer les nombres impairs 7 et 1. Leur différence est 6 et leur somme est 8. Or, on voit que le nombre premier 3 divise la différence de ces deux nombres impairs et ne divise pas leur somme. La conjecture est donc fausse.

30. a) La conjecture de Rosalie est vraie.
Soit un polynôme de la forme $ax^2 + bx + c$ que l'on divise par $(x - 1)$.

$$\begin{array}{r|l} ax^2 + bx + c & x - 1 \\ \cline{2-2} -\ (ax^2 + ax) & ax + (b + a) \\ \hline (a + b)x + c & \\ -\ (a + b)x - a - b & \\ \hline a + b + c & \end{array}$$

On constate donc que le reste est la somme des coefficients du polynôme.

b) Si l'on divise un polynôme $P(x)$ par $(x - \text{a})$, le reste de cette division est égal à $P(\text{a})$, soit la valeur du polynôme lorsqu'on remplace x par la constante a.

Mise au point 2.1 (*suite*) **Page 89**

31. $2ad = v_f^{\,2} - v_i^{\,2}$

32. a) Pour isoler la variable q dans l'équation $\frac{1}{4} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$, on peut procéder ainsi :

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} &= \frac{q + p}{pq}\\ pq &= 4q + 4p\\ pq - 4q &= 4p\\ q(p - 4) &= 4p\\ q &= \frac{4p}{p - 4}\end{aligned}$$

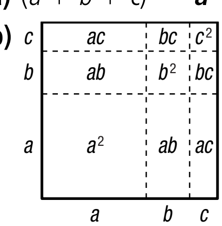
La distance entre l'image et le foyer le plus proche est donc de $\frac{4p}{p - 4} - 4$.
Cette expression se réduit à $\frac{16}{p - 4}$.

b) *Plusieurs démarches possibles. Exemple :*
En supposant que $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$, on obtient les équations équivalentes suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= \frac{q + p}{pq}\\ pq &= fq + fp\\ pq - fq - fp &= 0\end{aligned}$$

On a donc $(p - f)(q - f) = pq - fp - fq + f^2 = 0 + f^2 = f^2$.

33. a) $(a + b + c)^2 = \boldsymbol{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc}$

b)


c) 1) $4x^2 + 9y^2 + 25 + 12xy + 20x + 30y$
2) $9x^2 + y^2 + 4 - 6xy + 12x - 4y$
3) $x^4 + x^2 + 1 - 2x^3 - 2x^2 + 2x$

SECTION **2.2**

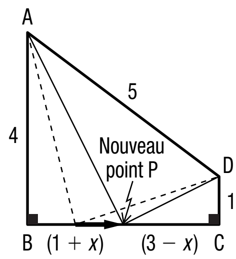
La factorisation et la résolution d'équations

Problème

Page 90

Première structure

Il faut déplacer le point P de 1 unité vers la droite.



Plusieurs démarches possibles. Exemple :
Soit x, le déplacement du point P vers la droite. Le nouveau point P se trouve à $(1 + x)$ unités du point B et à $(3 - x)$ unités du point C, comme le montre l'illustration ci-contre. Puisque les triangles ABP et PCD sont rectangles, on a, par le théorème de Pythagore :

$(\text{m } \overline{AP})^2 = (\text{m } \overline{AB})^2 + (\text{m } \overline{BP})^2 = 4^2 + (1 + x)^2 = x^2 + 2x + 17$

$(\text{m } \overline{PD})^2 = (\text{m } \overline{PC})^2 + (\text{m } \overline{CD})^2 = (3 - x)^2 + 1^2 = x^2 - 6x + 10$

L'angle APD sera un angle droit si l'égalité $(\text{m } \overline{AP})^2 + (\text{m } \overline{PD})^2 = (\text{m } \overline{AD})^2$ est vraie par rapport à la nouvelle position du point P. Il faut donc que : $(x^2 + 2x + 17) + (x^2 - 6x + 10) = 5^2$.

Cette équation équivaut aux équations qui suivent.

$2x^2 - 4x + 27 = 25$
$2x^2 - 4x + 2 = 0$
$x^2 - 2x + 1 = 0$
$(x - 1)^2 = 0$

Le seul nombre qui, élevé au carré, donne 0 est 0. Donc, il faut que $x - 1 = 0$, c'est-à-dire $x = 1$.

Deuxième structure

Le point P doit rester à la même place ou être déplacé de 3 unités vers la droite.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :
En reprenant la façon dont on a procédé avec la première structure, et en conservant la même variable, on trouve :

$(\text{m } \overline{AP})^2 = 4^2 + (1 + x)^2 = x^2 + 2x + 17$
$(\text{m } \overline{PD})^2 = (4 - x)^2 + 1^2 = x^2 - 8x + 17$

Dans ce cas, l'angle APD sera un angle droit si
$(x^2 + 2x + 17) + (x^2 - 8x + 17) = (\sqrt{34})^2$.

Cette équation équivaut à $x^2 - 3x = 0$.

Par la mise en évidence simple, on obtient $x(x - 3) = 0$, donc $x = 0$ ou $x = 3$.

Troisième structure

Le point P doit être déplacé de $\sqrt{5}$ unités vers la droite ou vers la gauche.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :
Encore une fois, en procédant de la même façon, on trouve :

$(\text{m } \overline{AP})^2 = 4^2 + (3 + x)^2 = x^2 + 6x + 25$
$(\text{m } \overline{PD})^2 = (3 - x)^2 + 1^2 = x^2 - 6x + 10$

Dans ce cas, l'angle APD sera un angle droit si
$(x^2 + 6x + 25) + (x^2 - 6x + 10) = (\sqrt{45})^2$.
Cette équation équivaut à $x^2 - 5 = 0$.

En utilisant l'identité de la différence de deux carrés, on obtient $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$, donc $x = \sqrt{5}$ ou $x = {}^-\sqrt{5}$.

Activité 1

Page 91

a. Le raisonnement d'Alice :

$$(a + b)(c + d) = a(\mathbf{c} + \mathbf{d}) + \mathbf{b}(\mathbf{c} + \mathbf{d})$$
$$= \mathbf{ac} + \mathbf{ad} + \mathbf{bc} + \mathbf{bd}$$

Le raisonnement d'Alain :

	c	*d*
a	***ac***	***ad***
b	***bc***	***bd***

b. Le produit des termes dans la première et la quatrième case est égal au produit des termes dans la deuxième et la troisième case.

c. *Exemple de solution avec la méthode d'Alain :*

Chaque terme du polynôme correspond à l'aire d'une région du rectangle.

$36a^2x$	$48abx$
$15ab$	$20b^2$

On trouve ensuite les dimensions de chaque région en cherchant le facteur commun dans les termes d'une rangée ou d'une colonne.

	$3a$	$4b$
$12ax$	$36a^2x$	$48abx$
$5b$	$15ab$	$20b^2$

La réponse est $(12ax + 5b)(3a + 4b)$.

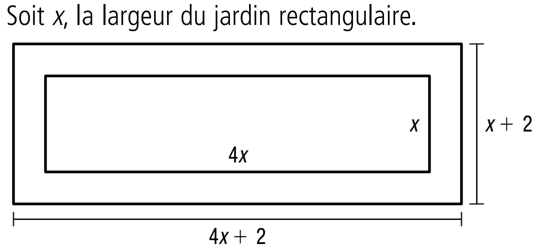
d. Le défi d'Alice : $(5b - 1)(2a - 3)$.
Le défi d'Alain : $(2x + 3y)(3x + 4)$.

e. Réponses personnelles.

Activité 2

Page 92

a. Soit x, la largeur du jardin rectangulaire.



$(4x + 2)(x + 2) = 130$	(définition de l'aire d'un rectangle)
$4x^2 + 10x + 4 = 130$	(réduction du membre de gauche)
$4x^2 + 10x - 126 = 0$	(soustraction de 130 de chaque côté de l'équation)
$2x^2 + 5x - 63 = 0$	(division de chaque côté de l'équation par 2)

b. La décomposition en facteurs de $2x^2 + 5x - 63$ donne $(x + 7)(2x - 9)$.
L'équation est $2x^2 + 5x - 63 = 0$ et est donc équivalente à
$(x + 7)(2x - 9) = 0$
$(x + 7) = 0$ ou $(2x - 9) = 0$
$x = {}^-7$ ou $x = 4{,}5$.
La solution négative doit être rejetée étant donné que $x > 0$ selon le contexte.
Longueur du jardin : $4x = 4(4{,}5) = 18$
Le jardin mesure donc 18 m sur 4,5 m.

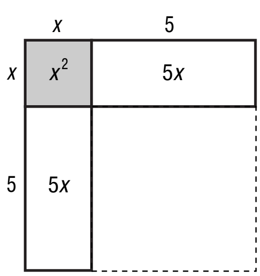
c. Dans ce cas, l'équation serait $2x^2 + 5x - 88 = 0$.
Il y aurait encore deux solutions : $x = {}^-8$, qui doit être rejetée, et $x = 5{,}5$.
Le jardin mesurerait 22 m sur 5,5 m.

d. Cette situation se traduit par l'équation suivante :
$x(x + 7) = (x + 2)(x + 9) - x(x + 7)$.
Cette équation est équivalente à
$x^2 + 3x - 18 = 0$
$(x + 6)(x - 3) = 0$
$x = {}^-6$ ou $x = 3$.
La réponse négative doit être rejetée. La largeur est donc de 3 m.
Longueur du jardin : $x + 7 = 3 + 7 = 10$
Le jardin mesurerait 10 m sur 3 m.

Activité 3

Page 93

a.



Aire de la partie ajoutée : 25
Aire du carré obtenu : 64
Mesure du côté du carré obtenu : 8
La valeur de x est donc égale à 3.

b. $x = {}^-13$

c. $x^2 + 10x + \mathbf{25} = 39 + \mathbf{25}$
$(\boldsymbol{x} + \mathbf{5})^2 = \mathbf{64}$
$\boldsymbol{x} + \mathbf{5} = \mathbf{8}$ ou $\boldsymbol{x} + \mathbf{5} = \mathbf{{}^-8}$
$x = \mathbf{3}$ ou $x = \mathbf{{}^-13}$

d. $x^2 + 8x = 4$
$x^2 + 8x + 16 = 4 + 16$
$(x + 4)^2 = 20$
$x + 4 = \sqrt{20}$ ou $x + 4 = {}^-\sqrt{20}$
$x = {}^-4 + \sqrt{20}$ ou $x = {}^-4 - \sqrt{20}$

e. $2x^2 - 12x + 10 = 0$
$x^2 - 6x + 5 = 0$ (division de chaque côté de l'équation par 2)
$x^2 - 6x = {}^-5$ (soustraction de 5 de chaque côté de l'équation)
$x^2 - 6x + 9 = {}^-5 + 9$ (complétion du carré par l'ajout de 9)
$(x - 3)^2 = 4$
$x - 3 = 2$ ou $x - 3 = {}^-2$
$x = 5$ ou $x = 1$

Mise au point 2.2

Page 96

1. **a)** $(2a + 7)(3x - 4)$ **b)** $(9x - 2)(4y - 1)$
c) $(x^2 + 1)(x + 1)$ **d)** $(5a + 6)(3ab + 4)$
e) $(x + y)(ay - x)$ **f)** $(2a + 5b)(2ab - 4)$

2. En factorisant $20 - 4x + 5y - xy$ par la mise en évidence double, on obtient $(4 + y)(5 - x)$.
Il suffit d'interpréter cette expression en tenant compte du contexte pour conclure que Jason a loué 4 films à 5 $ chacun.

3. **a)** $^-5$ et 6. **b)** $^-12$ et $^-4$. **c)** $^-12$ et 2.
d) 8 et 4. **e)** $^-6$ et 6. **f)** $-\frac{9}{2}$ et $^-4$.

4. **a)** $(x + 4)(12x + 1)$ **b)** Impossible.
c) $(2x - 3)(5x + 1)$ **d)** $(x + 4)(6x - 1)$
e) $(8x - 3)(5x - 2)$ **f)** $(5x + 3)(2x - 3)$
g) $(4x - 5)^2$ **h)** $(5x - 8)(5x - 2)$
i) $(4x + 3)(6x - 5)$

5. **a)** $(3x + 2)(x + 5)$ **b)** $(3x + 10)(x + 1)$
c) $(3x - 2)(x + 5)$ **d)** $(3x + 10)(x - 1)$
e) $(3x - 5)(x + 2)$ **f)** $(3x - 5)(x - 2)$
g) $(3x + 2)(x - 5)$ **h)** $(3x + 1)(x - 10)$
i) $(3x - 1)(x - 10)$

Mise au point 2.2 (*suite*)

Page 97

6. **a)** $(x + 8)(x - 4)$ **b)** $(x - 5)(x - 2)$
c) $(x + 6)(3x - 2)$ **d)** $(2x + 1)^2$
e) $(4x + 1)(x - 4)$ **f)** $(6x - 1)(x - 1)$
g) $(3x + 4)(2x + 3)$ **h)** $(5x + 3)(2x - 1)$
i) $(6x + 5)(2x - 3)$

7. **a)** $(2x - 1)(3x - 2)$
b) L'expression qui peut représenter la hauteur est $3x - 2$.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
On détermine l'aire du trapèze à l'aide de la formule $A = \frac{(b + B)h}{2}$. Sachant que la hauteur est égale

à la mesure de la grande base B et que la petit base b mesure x, on peut écrire $(h + x)h = 2A = 2(2x - 1)(3x - 2) = (4x - 2)(3x - 2)$.
On constate que les deux facteurs à gauche ont une différence de x, comme c'est le cas aussi pour les deux facteurs à droite. L'égalité sera donc vraie si $h = 3x - 2$.

8. a) $(4x - 21)(x - 1)$ **b)** $(2x - 5)(2x + 5)$
c) $(2x - 5)^2$ **d)** $(x^2 + 5)(x - 4)$
e) $(5x + 2)(x - 3)$ **f)** $(4x - 1)(3x + 2)$
g) $(^-5x + 1)(3x + 2)$ **h)** $(3x - 2)(2x + 5)$
i) $2x(3x - 5)$ **j)** $(8x + 5)(2x + 5)$
k) $(4x - 5)^2$ **l)** $(8x^2 + 5)(2x + 5)$
m) $(4x^2 - 5)(4x^2 + 5)$ **n)** $(3x - y)(x - 8y)$
o) $7xy(7x - 6y)$ **p)** $(5xy + 1)(xy + 3)$
q) $(7xy^2 - 3)^2$ **r)** $(3xy - 2)(2x - 3y)$

9. a) L'aire totale de la boîte est la somme de l'aire de ses 6 faces, et cette aire doit être de 1720 cm. On a donc :

$$2x(x + 1) + 2x(x + 5) + 2(x + 1)(x + 5) = 1720$$
$$2x^2 + 2x + 2x^2 + 10x + 2x^2 + 12x + 10 = 1720$$
$$6x^2 + 24x + 10 = 1720$$
$$6x^2 + 24x - 1710 = 0$$
$$x^2 + 4x - 285 = 0$$

b) La résolution de $x^2 + 4x - 285 = 0$ donne $x = 15$ ou $x = ^-19$.
La valeur de x doit être positive puisqu'elle représente la hauteur de la boîte ; elle est donc de 15. En évaluant les autres expressions avec $x = 15$, on trouve les autres dimensions de la boîte. Elle mesure donc 15 cm sur 16 cm sur 20 cm.

Mise au point 2.2 (*suite*) Page 98

10. L'énoncé se traduit par l'équation $(2x + 10)^2 - 10 = x$.
La résolution de cette équation donne $x = ^-6$ ou $x = ^-3{,}75$.
Le plus petit nombre qui possède cette propriété est donc $^-6$.

11. a) $x = 0$ ou $x = 8$. **b)** $x = 4$ ou $x = ^-4$.
c) $x = 4$ **d)** $x = 1$ ou $x = 2$.
e) $x = ^-9$ ou $x = 4$. **f)** $x = ^-9$ ou $x = ^-4$.
g) $x = ^-\frac{1}{2}$ ou $x = 2$. **h)** $x = \frac{1}{3}$
i) $x = ^-\frac{5}{2}$ ou $x = 3$. **j)** $x = \frac{3}{4}$ ou $x = ^-\frac{5}{2}$.
k) $x = ^-\frac{5}{2}$ ou $x = \frac{2}{5}$. **l)** Impossible.

12. a) $x = 11$ ou $x = ^-1$. **b)** $x = 1$ ou $x = ^-4$.
c) $x = ^-3 \pm \sqrt{10}$ **d)** $x = 1{,}5 \pm \sqrt{7{,}25}$
e) $x = 2$ **f)** $x = ^-1$ ou $x = ^-\frac{1}{2}$.
g) $x = ^-2 + \sqrt{7}$ **h)** $x = ^-1$ ou $x = 3$.
i) $x = \frac{1}{2}$ ou $x = ^-\frac{2}{3}$.

13. a) La nouvelle cabane de Fabien aura un plancher de 3 m sur 4 m.
Démarche : Soit x, l'augmentation en mètres de la longueur et de la largeur. Puisque à l'origine, ces dimensions étaient de 3 m et 2 m respectivement, les nouvelles dimensions sont donc représentées par $(3 + x)$ et $(2 + x)$. L'aire du nouveau plancher est de 12 m², soit $2 \times (2 \times 3)$. On a donc l'équation $(3 + x)(2 + x) = 12$.
La résolution donne $x = 1$ ou $x = ^-6$.
Selon le contexte, la valeur de la variable x doit être supérieure à $^-2$. Il faut rejeter la solution où $x = ^-6$.
Il faut donc ajouter 1 m à chaque dimension.

b) La nouvelle cabane de Fabien aura un plancher d'environ 3,29 m sur 3,65 m.
Démarche : Soit x, l'augmentation en mètres de la longueur. Dans ce cas, l'augmentation de la largeur est de $2x$ et la situation se traduit par l'équation $(3 + x)(2 + 2x) = 12$.
Cette équation équivaut à $x^2 + 4x - 3 = 0$.
Puisqu'il n'y a pas de nombres entiers dont le produit est $^-3$ et que la somme est 4, on doit procéder par complétion du carré. On trouve alors $x = ^-2 \pm \sqrt{7}$.
Selon le contexte, la valeur de la variable x doit être supérieure à $^-1$. Il faut donc rejeter la solution où $x = ^-2 - \sqrt{7}$.
La longueur de la nouvelle cabane :
$3 + x = 3 + (^-2 + \sqrt{7}) = 1 + \sqrt{7} \approx 3{,}65$.
La largeur de la nouvelle cabane :
$2 + 2x = 2 + 2(^-2 + \sqrt{7}) = ^-2 + 2\sqrt{7} \approx 3{,}29$.

Mise au point 2.2 (*suite*) Page 99

14. a) La longueur du morceau qui reste est de 115 cm.
Si x est la longueur de l'un des morceaux, $(115 - x)$ est la longueur de l'autre.
Par la relation de Pythagore, on a $x^2 + (115 - x)^2 = 85^2$.
Cette équation équivaut à :

$$x^2 + 13\,225 - 230x^2 + x^2 = 7225$$
$$2x^2 - 230x + 6000 = 0$$
$$x^2 - 115x + 3000 = 0$$

b) Par décomposition en facteurs, on obtient $(x - 40)(x - 75) = 0$.
La valeur de x est donc 40 ou 75. Si x vaut 40, alors $(115 - x)$ vaut 75, et vice versa.
Les deux morceaux doivent donc mesurer 40 cm et 75 cm.

15. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $\frac{x}{x + 4} = \frac{x + 2}{2x - 1}$.

b) $x^2 - 7x - 8 = 0$, ou toute autre équation équivalente.

c) La résolution de l'équation donne $x = 8$ ou $x = {}^-1$.
La solution négative doit être rejetée, car $x > 3$.
Donc $x = 8$.
Les dimensions du grand rectangle sont de 12 sur 15.
Son aire est de 180.
Les dimensions du petit rectangle sont de 8 sur 10.
Son aire est de 80.
L'aire de la région bleue est donc de 100,
soit $180 - 80$.

16. Le périmètre du losange est de 16 cm.
Démarche : Soit *x*, la longueur de la grande diagonale en centimètres.
Alors $(x - 2)$ représente la longueur de la petite diagonale.
On a l'équation : $\frac{x(x-2)}{2} = 15$.
Cette équation équivaut à $x^2 - 2x - 30 = 0$.
Le trinôme ne se décompose pas en facteurs.
Par complétion du carré, on trouve $x = 1 \pm \sqrt{31}$.
On ne doit garder que la solution positive. La grande diagonale mesure donc
$\left(1 + \sqrt{31}\right)$ cm. La petite diagonale mesure 2 cm de moins, soit $\left({}^-1 + \sqrt{31}\right)$ cm.
Mesure d'un côté :

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{31}}{2}\right)^2 + \left(\frac{{}^-1+\sqrt{31}}{2}\right)^2} &= \sqrt{16}\\ &= 4\end{aligned}$$

Périmètre : $4 \times 4 = 16$

17. a) *Plusieurs démonstrations possibles. Exemple :*
Pour que les expressions rationnelles soient bien définies, *n* ne peut égaler ni 0 ni ⁻1, car certains dénominateurs seraient alors égaux à 0.
En réduisant, le membre de gauche de l'équation, on obtient :

$$\frac{n+1}{n(n+1)} + \frac{n}{n(n+1)} + \frac{1}{n(n+1)} = 1$$

(expressions équivalentes avec le même dénominateur)

$$\frac{2n+2}{n(n+1)} = 1$$

(addition des expressions rationnelles)

Puisque $n \neq 0$ et $n \neq {}^-1$, on peut multiplier chaque membre de l'égalité par $n(n + 1)$.
On obtient ainsi une équation équivalente pour toutes les valeurs de *n* sauf 0 et 1 :

$$\begin{aligned}2n + 2 &= n(n + 1)\\ n^2 - n - 2 &= 0\\ (n - 2)(n + 1) &= 0\\ n = 2 &\text{ ou } n = {}^-1\end{aligned}$$

Puisque *n* ne peut pas égaler ⁻1, alors il y a une seule solution, soit $n = 2$.

b) La fraction est $\frac{1}{5}$.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
On doit résoudre l'équation $\frac{2}{n} = \frac{1}{n-2} + \frac{1}{2n+5}$,
qui équivaut à :

$$\begin{aligned}\frac{2}{n} &= \frac{(2n+5)+(n-2)}{(n-2)(2n+5)}\\ \frac{2}{n} &= \frac{3n+3}{(n-2)(2n+5)}\end{aligned}$$

Si $n \neq 0$, $n \neq 2$ et $n \neq {}^-\frac{5}{2}$, cette équation équivaut à :

$$\begin{aligned}2(n - 2)(2n + 5) &= n(3n + 3)\\ n^2 - n - 20 &= 0\\ (n - 5)(n + 4) &= 0\\ n = 5 &\text{ ou } n = {}^-4\end{aligned}$$

Selon le contexte, on doit rejeter $n = {}^-4$, car il s'agit de fractions unitaires utilisées par les Égyptiens de l'Antiquité, et ces fractions sont nécessairement positives. Donc, la valeur de *n* est 5 et la fraction recherchée est $\frac{1}{5}$.

Mise au point 2.2 (*suite*)

Page 100

18. a) On ajoute 9 aux deux premiers termes pour obtenir un trinôme carré parfait. On soustrait 9 ensuite pour que l'expression obtenue reste équivalente au trinôme initial.

b) De la 1[re] ligne à la 2[e] ligne : on factorise le trinôme carré parfait et on réduit $^-9 + 4$.
De la 2[e] ligne à la 3[e] ligne : la deuxième ligne est une différence de deux carrés, car on peut voir 5 comme le carré de $\sqrt{5}$. On applique ici l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

c) En multipliant les 3 termes du premier facteur par les 3 termes du deuxième, on obtient l'expression suivante :
$x^2 + 3x - \sqrt{5}x + 3x + 9 - 3\sqrt{5} + \sqrt{5}x + 3\sqrt{5} - 5$
Tous les termes contenant $\sqrt{5}$ s'annulent. Le résultat équivaut à $x^2 + 6x + 4$.

d) **1)** $\left(x + 4 + \sqrt{3}\right)\left(x + 4 - \sqrt{3}\right)$
2) $\left(x - 2 + \sqrt{3}\right)\left(x - 2 - \sqrt{3}\right)$
3) $(x + 2)(x + 1)$

19. Soit *x*, l'âge d'Anika et *y*, l'âge de Thomy.
La situation se traduit par l'équation suivante :
$x^2 - xy = xy - y^2$.
Cette équation équivaut à :

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 &= 0\\ (x - y)^2 &= 0\\ x - y &= 0\end{aligned}$$

Anika et Thomy ont donc le même âge (ce sont des jumeaux).

20. a) Pour simplifier une expression rationnelle, on doit diviser tout le numérateur et tout le dénominateur par une même expression.

b) Cet élève n'aurait pas tout à fait tort si $x = 0{,}4$.
Démarche : On doit chercher la ou les valeurs de x pour lesquelles $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 3x + 2} = 6$.
En supposant que $x^2 - 3x + 2 \neq 0$, cette équation équivaut à :

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 8 &= 6(x^2 - 3x + 2) \\ 5x^2 - 12x + 4 &= 0 \\ (5x - 2)(x - 2) &= 0 \\ x = 0{,}4 \text{ ou } x &= 2. \end{aligned}$$

On doit rejeter la solution $x = 2$, car c'est justement une valeur qui annule le trinôme $x^2 - 3x + 2$, comme le montre la décomposition de ce trinôme en facteurs : $(x - 2)(x - 1)$.

Mise au point 2.2 (*suite*) Page 101

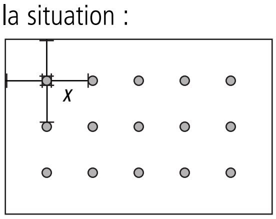
21. Soit x, la hauteur du phare d'Alexandrie.
Par la relation de Pythagore, on a l'équation $40^2 + 6380^2 = (6380 + x)^2$.
La résolution donne $x = ^-6380 \pm \sqrt{40^2 + 6380^2}$.
La solution négative doit être rejetée.
Donc $x = ^-6380 + \sqrt{40^2 + 6380^2} \approx 0{,}125$.
La hauteur du phare était d'environ 125 m.

22. Le rectangle mesure 20 unités sur 45 unités, et le carré mesure 30 unités de côté.
Démarche : La situation se traduit par l'équation $x(2x + 5) = (x + 10)^2$.
Cette équation équivaut à :

$$\begin{aligned} x^2 - 15x - 100 &= 0 \\ (x - 20)(x + 5) &= 0 \\ x = 20 \text{ ou } x &= ^-5. \end{aligned}$$

La solution négative doit être rejetée. Donc $x = 20$.

23. Soit x, la distance qui sépare deux colonnes successives sur une rangée. On retrouve la même distance entre chaque rangée et entre les murs du stationnement et les colonnes les plus proches. Voici un schéma représentant la situation :



La longueur de la surface rectangulaire du stationnement est de $6x + 5$.
Sa largeur est de $(4x + 3)$.
La situation est traduite par l'équation $(6x + 5)(4x + 3) = 1650$.
Cette équation équivaut à $24x^2 + 38x - 1635 = 0$.
En factorisant le trinôme, on obtient :
$(12x + 109)(2x - 15) = 0$
$x = ^-\frac{109}{12}$ ou $x = \frac{15}{2}$.
On ne doit garder que la solution positive, soit $\frac{15}{2}$.
La distance qui sépare chaque colonne est donc de 7,5 m.

Mise au point 2.2 (*suite*) Page 102

24. a) Soit x, le nombre de personnes dans le groupe.
S'il y avait une personne de plus, chaque personne devrait investir $\frac{60\,000}{x + 1}$ \$.
S'il y avait une personne de moins, chaque personne devrait investir $\frac{60\,000}{x - 1}$ \$.
La deuxième expression correspond à 1500 de plus que la première.
On a donc l'équation suivante :
$\frac{60\,000}{x - 1} = \frac{60\,000}{x + 1} + 1500$.
Puisque $x > 1$, on peut multiplier chaque membre de l'équation par $(x - 1)(x + 1)$ pour obtenir l'équation suivante : $60\,000(x + 1) = 60\,000(x - 1) + 1500(x - 1)(x + 1)$.
Cette équation équivaut à $x^2 - 81 = 0$.

b) Il y a 9 personnes dans le groupe.

25. Philippe a tort. Cela n'est impossible que dans le cas de la clôture de 20 m. Si la clôture mesure 25 m, il peut construire un rectangle de 4,5 m sur 8 m. Si la clôture mesure 30 m, il peut construire un rectangle de 3 m sur 12 m.
Justification de l'impossibilité dans le cas d'une clôture de 20 m :
La longueur de la clôture correspond au périmètre du rectangle.
Soit x, la largeur de ce rectangle. Si son périmètre était de 20 m, la longueur du rectangle (en mètres) serait de $10 - x$.
La situation serait alors traduite par l'équation $x(10 - x) = 36$.
Cette équation équivaut à :

$$\begin{aligned} x^2 - 10x &= ^-36 \\ x^2 - 10x + 25 &= ^-36 + 25 \\ (x - 5)^2 &= ^-11 \end{aligned}$$

Cette dernière équation n'a pas de solution, car un nombre réel au carré ne peut pas être négatif.
Un rectangle de 20 m de périmètre et de 36 m^2 d'aire est donc impossible.

26. Soit n, la mesure du plus petit côté d'un triangle rectangle, $n + 1$ et $n + 2$, les mesures des autres côtés.
Par la relation de Pythagore, on a : $n^2 + (n + 1)^2 = (n + 2)^2$.
Cette équation équivaut à :

$$\begin{aligned} n^2 - 2n - 3 &= 0 \\ (n - 3)(n + 1) &= 0 \\ n = 3 \text{ ou } n &= ^-1. \end{aligned}$$

Puisque n est positif, la seule solution est $n = 3$.
Les nombres 3, 4 et 5 sont donc les seuls nombres consécutifs que Mélanie peut utiliser.

Mise au point 2.2 (*suite*)

Page 103

27. a) m $\overline{AC} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0{,}618$.

Démarche : Soit x, la mesure du segment AC ; alors, la mesure du segment CB est de $1 - x$.

On a donc l'équation suivante : $\frac{1}{x} = \frac{x}{1 - x}$.

Pour les valeurs de x différentes de 0 et de 1, cette équation équivaut à $x^2 + x = 1$.

La résolution donne $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$. On ne doit garder que la solution positive.

b) $\frac{\text{m } \overline{AB}}{\text{m } \overline{AC}} = \frac{1}{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{-1 + \sqrt{5}} \approx 1{,}618$

$\frac{\text{m } \overline{AC}}{\text{m } \overline{CB}} = \frac{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}}{1 - \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \approx 1{,}618$

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 2

Chronique du passé

Page 105

1. $300 = \frac{500v^2}{200}$

$60\,000 = 500v^2$

$120 = v^2$

$10{,}95 \approx v$

La vitesse d'une voiture est environ de 10,95 m/s.

2. La règle de la fonction associée à la table de valeurs est $E = 3v^2 + 25$.

a) L'énergie cinétique est de 457 J.

b) L'énergie cinétique est de 745,75 J.

c) La vitesse est de 23 m/s.

d) La vitesse est de 2,5 m/s.

Le monde du travail

Page 107

1. La règle de la fonction associée à cette situation est $y = -2{,}5\sqrt{10x} + 100$, où y représente l'efficacité (en %) et x, la distance du trajet (en km).
Résoudre l'équation $25 = -2{,}5\sqrt{10x} + 100$.
La distance maximale qu'un signal doit parcourir avant d'être réamplifié est de 90 km.

2. a) Résoudre l'équation $0 = 0{,}001r^2 + 0{,}04r - 0{,}6$.
Les solutions sont environ −51,62 (à rejeter) et 11,62.
Le rayon maximal est environ de 11,62 cm.

b) Résoudre l'équation $2{,}1 = 0{,}001r^2 + 0{,}04r - 0{,}6$.
Les solutions sont environ −75,68 (à rejeter) et 35,68.
Le rayon maximal est environ de 35,68 cm.

3. La règle de la fonction associée à la table de valeurs « Quantité de fibres de carbone en fonction de la pression exercée » est $y = 0{,}005(x + 1)^2 + 0{,}1$, où y représente la quantité de fibres de carbone (en g/cm^3) et x, la pression exercée (en MPa).
La quantité de fibres de carbone est de 0,42 g/cm^3.
La règle de la fonction associée à la table de valeurs « Coefficient de glisse en fonction de la quantité de fibres de carbone » est $y = 10x + 4{,}5$, où y représente le coefficient de glisse et x, la quantité de fibres de carbone (en g/cm^3). Le coefficient de glisse d'une planche à neige est 8,7.

Vue d'ensemble

Page 108

1. a) (5, 8) **b)** (−2, −7) **c)** (−3, 1) **d)** (1,5, 1,75) **e)** (−4, 0)
f) (0,5, −12,5) **g)** (5, 4) **h)** (2, 3) **i)** (−4, 1)

2. a) -4 et −1. **b)** ≈ −1,42 et ≈ −2,58. **c)** ≈ −4,54 et ≈ 1,54. **d)** −12 et 9.
e) −234 **f)** Aucun zéro. **g)** −27 **h)** −21 et 15.
i) Aucun zéro. **j)** ≈ 1,16 et ≈ 3,09. **k)** ≈ −0,61 **l)** −7 et 11.

3. a) $y = (x - 1)^2 - 3$ **b)** $y = 0{,}5(x - 3)^2 + 1$ **c)** $y = -2(x + 4)^2 + 8$ **d)** $y = -3(x - 6)^2 + 27$

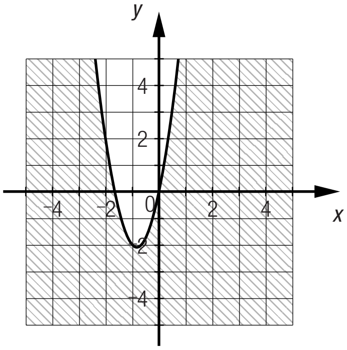
4. a) 1) $x \approx -6{,}73$ et $x \approx -3{,}27$. **2)** $]-\infty, \approx -6{,}73[\cup]\approx -3{,}27, +\infty[$ **3)** $]\approx -6{,}73, \approx -3{,}27[$

b) 1) $x = -7$ et $x = -1$. **2)** $]-7, -1[$ **3)** $]-\infty, -7[\cup]-1, +\infty[$

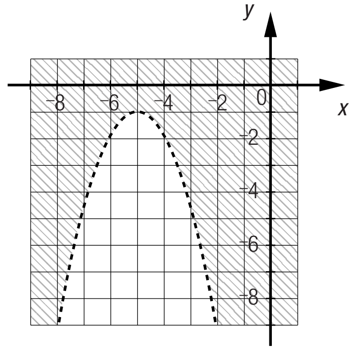
c) 1) $x \approx -4{,}94$ **2)** $[-5, \approx -4{,}94[$ **3)** $]\approx -4{,}94, +\infty[$

d) 1) $x = 7$ **2)** $]7, +\infty[$ **3)** $[3, 7[$

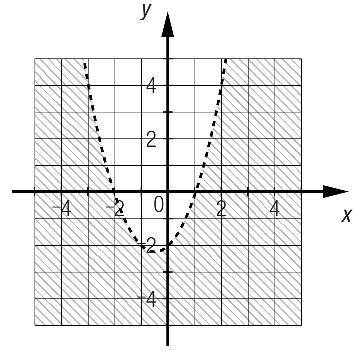
5. a)



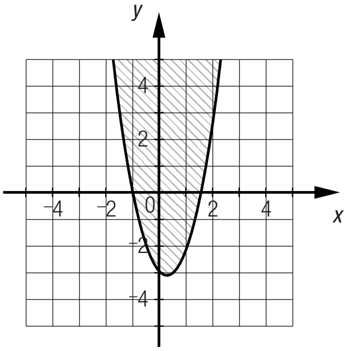
b)



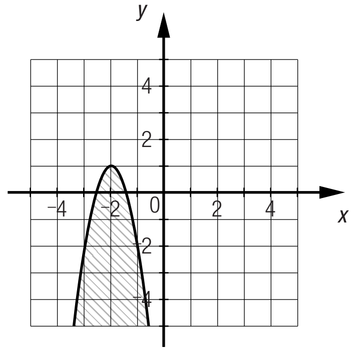
c)



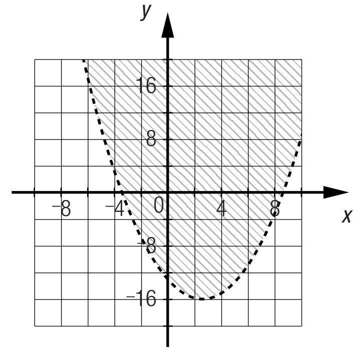
d)



e)



f)



Vue d'ensemble (*suite*)

6. a) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $]-\infty, 4]$ **3)** Maximum : 4. **4)** Croissante sur $]-\infty, 4]$; décroissante sur $[4, +\infty[$.
5) 2 et 6. **6)** Positif sur $[2, 6]$; négatif sur $]-\infty, 2] \cup [6, +\infty[$.

b) 1) $[-4, +\infty[$ **2)** $[0{,}5, +\infty[$ **3)** Minimum : 0,5. **4)** Croissante sur $[-4, +\infty[$.
5) Aucun zéro. **6)** Positif sur $[-4, +\infty[$.

c) 1) $[2, +\infty[$ **2)** $]-\infty, 2]$ **3)** Maximum : 2. **4)** Décroissante sur $[2, +\infty[$.
5) 6 **6)** Positif sur $[2, 6]$; négatif sur $[6, +\infty[$.

d) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $[0, +\infty[$ **3)** Minimum : 0. **4)** Croissante sur $[5, +\infty[$; décroissante sur $]-\infty, 5]$.
5) 5 **6)** Positif sur $\mathbb{R}$; négatif sur $\{5\}$.

e) 1) $]-\infty, 2]$ **2)** $]-\infty, 2]$ **3)** Maximum : 2. **4)** Croissante sur $]-\infty, 2]$.
5) -2 **6)** Positif sur $[-2, 2]$; négatif sur $]-\infty, -2]$.

f) 1) $\mathbb{R}$ **2)** $]-\infty, 4]$ **3)** Maximum : 4. **4)** Croissante sur $]-\infty, 0]$; décroissante sur $[0, +\infty[$.
5) -4 et 4. **6)** Positif sur $[-4, 4]$; négatif sur $]-\infty, -4] \cup [4, +\infty[$.

7. a) f : $0 = 2x + 4$
$-4 = 2x$
$x = -2$

g : $0 = -3x + 6$
$3x = 6$
$x = 2$

h : $0 = 1{,}5x - 4{,}5$
$4{,}5 = 1{,}5x$
$x = 3$

b) 1) $(f \times g)(x) = (2x + 4)(-3x + 6)$
$= -6x^2 + 12x - 12x + 24$
$= -6x^2 + 24$

2) $(f \times h)(x) = (2x + 4)(1{,}5x - 4{,}5)$
$= 3x^2 - 9x + 6x - 18$
$= 3x^2 - 3x - 18$

c) $f \times g$: $0 = -6x^2 + 24$
$6x^2 = 24$
$x^2 = 4$
$x = -2$ et $x = 2$

$f \times h$: $0 = 3x^2 - 3x - 18$
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(3)(-18)}}{2(3)}$$
$$x = \frac{3 \pm 15}{6}$$
$x = 3$ et $x = -2$.

d) Les deux zéros du produit des fonctions correspondent au zéro de chacune des fonctions impliquées dans le produit.

8. a) $y = -2x^2 + 4x + 6$ et $y = -2(x + 1)(x - 3)$.

b) $y = 2(x - 0{,}75)^2 - 0{,}125$ et $y = 2(x - 1)(x - 0{,}5)$.

c) $y = 0{,}5x^2 + 4x + 3{,}5$ et $y = 0{,}5(x + 7)(x + 1)$.

d) $y = x^2 - 8x + 15$ et $y = (x - 4)^2 - 1$.

e) $y = 2(x - 1)^2 - 8$ et $y = 2(x + 1)(x - 3)$.

f) $y = 3x^2 - 54x + 240$ et $y = 3(x - 8)(x - 10)$.

g) $y = x^2 - 3x - 10$ et $y = (x - 1{,}5)^2 - 12{,}25$.

h) $y = -2(x + 0{,}75)^2 + 3{,}125$ et $y = -2(x - 0{,}5)(x + 2)$.

i) $y = 2x^2 - 8x + 6$ et $y = 2(x - 2)^2 - 2$.

Vue d'ensemble (*suite*)

9. a) Positif sur $]-\infty, -0{,}5] \cup [2, +\infty[$; négatif sur $[-0{,}5, 2]$.

b) Positif sur $\left]-\infty, -\frac{5}{8}\right] \cup [3, +\infty[$; négatif sur $\left[-\frac{5}{8}, 3\right]$.

c) Positif sur $\left[\frac{41}{16}, +\infty\right[$; négatif sur $\left[2, \frac{41}{16}\right]$.

d) Positif sur $]-\infty, 0{,}5] \cup [5, +\infty[$; négatif sur $[0{,}5, 5]$.

e) Positif sur $]-\infty, -225]$; négatif sur $[-225, 400]$.

f) Positif sur $]-\infty, \approx -9{,}66] \cup [\approx 4{,}66, +\infty[$; négatif sur $[\approx -9{,}66, \approx 4{,}66]$.

g) Positif sur $]-\infty, -4]$.

h) Positif sur $\mathbb{R}$.

i) Positif sur $[-43, -2{,}5]$; négatif sur $]-\infty, -43]$.

j) Positif sur $]-\infty, -2] \cup [-1, +\infty[$; négatif sur $[-2, -1]$.

k) Positif sur $[13, 29]$; négatif sur $[29, +\infty[$.

l) Positif sur $\left]-\infty, \frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{3}{4}, +\infty\right[$; négatif sur $\left[\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right]$.

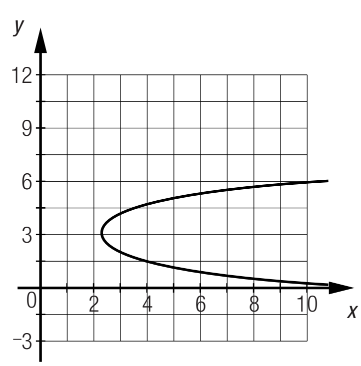
10. a) $y = \sqrt{x - 1} + 3$ **b)** $y = -0{,}5\sqrt{x + 5} + 4$ **c)** $y = -\sqrt{-(x + 3)} - 6$

d) $y = 2\sqrt{-(x - 35)} + 8$ **e)** $y = -3\sqrt{-(x + 12)} - 1$ **f)** $y = -2\sqrt{x + 20} - 36$

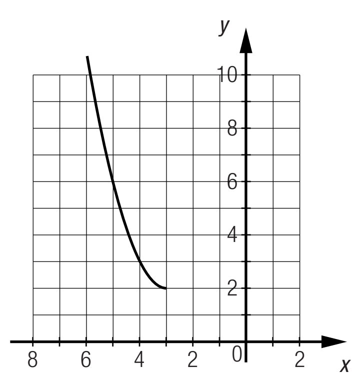
11. a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	**15,5**	**8**	**3,5**	**2**	**3,5**	**8**	**15,5**	**26**
$g(x)$	**Non défini.**	**Non défini.**	**−3**	**−4**	**≈ −4,41**	**≈ −4,73**	**−5**	**≈ −5,24**

b) 1)



2)



c) Non, car une même valeur de la variable indépendante est associée à plus d'une valeur de la variable dépendante.

12. a) 1) $(f+g)(x) = (3x-2) + (^-2x^2 + 4x + 1)$
$= {^-2x^2} + 7x - 1$

2) $(f-g)(x) = (3x-2) - (^-2x^2 + 4x + 1)$
$= 3x - 2 + 2x^2 - 4x - 1$
$= 2x^2 - x - 3$

3) $f(g(x)) = 3(^-2x^2 + 4x + 1) - 2$
$= {^-6x^2} + 12x + 3 - 2$
$= {^-6x^2} + 12x + 1$

4) $g(f(x)) = {^-2}(3x-2)^2 + 4(3x-2) + 1$
$= {^-2}(9x^2 - 12x + 4) + 12x - 8 + 1$
$= {^-18x^2} + 24x - 8 + 12x - 7$
$= {^-18x^2} + 36x - 15$

5) $h(f(x)) = {^-\sqrt{(3x-2)-2}} - 3$
$= {^-\sqrt{3x-4}} - 3$

b) 1) À une fonction polynomiale de degré 2.
2) À une fonction polynomiale de degré 2.
3) À une fonction polynomiale de degré 2.
4) À une fonction polynomiale de degré 2.
5) À une fonction racine carrée.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 111**

13. a) Résoudre l'équation $x(5 + x) = 176$.
Les solutions sont $x = {^-16}$ (à rejeter) et $x = 11$. Les dimensions du rectangle sont de 11 cm sur 16 cm.

b) Résoudre l'équation $81 = 0{,}5(2x + 6)(x + 3)$.
Les solutions sont $x = {^-12}$ (à rejeter) et $x = 6$. Donc, $z \approx 9{,}22$ cm.

c) Résoudre l'équation $3(x - 3)(x + 4) = 180$.
Les solutions sont $x = {^-9}$ (à rejeter) et $x = 8$. L'aire totale du prisme droit est de 222 cm^2.

d) Résoudre l'équation $9(x^2 - 6x + 9) = 81$.
Les solutions sont $x = 0$ et $x = 6$. La mesure d'un côté de la base est de 3 cm.

14. a) $x = {^-\frac{5}{3}}$ et $x = 0$. **b)** $x = 1$ **c)** $x = 3$ et $x = 4$. **d)** $x = 27$
e) $x = {^-0{,}4}$ et $x = 3$. **f)** $x = {^-39}$ **g)** $\varnothing$ **h)** $x = {^-2{,}045}$
i) $x = 256{,}5$ **j)** $\varnothing$

15. a) $1 < x < 4$ **b)** $x \leq {^-4}$ et $x \geq 2$. **c)** $^-1 < x < 2{,}5$ **d)** $x \leq {^-2}$ et $x \geq 1$.
e) $x \leq {^-7}$ et $x \geq 5$. **f)** $3 \leq x \leq 19$ **g)** $5 \leq x \leq 21$ **h)** $\varnothing$
i) $^-7{,}5 \leq x \leq 0{,}5$ **j)** $x > 24$

16. a) 1) Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine $[3, {^+\infty}[$. **2)** 5 **3)** Minimum : 3.
4) Croissante sur $[1, {^+\infty}[$; décroissante sur $]{^-\infty}, 1]$.

b) 1) Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine $[{^-30{,}25}, {^+\infty}[$. **2)** $^-24$ **3)** Minimum : $^-30{,}25$.
4) Croissante sur $[2{,}5, {^+\infty}[$; décroissante sur $]{^-\infty}, 2{,}5]$.

c) 1) Domaine : $]{^-\infty}, {^-4}]$; codomaine $]{^-\infty}, {^-11}]$. **2)** Aucune valeur initiale. **3)** Maximum : $^-11$.
4) Croissante sur $]{^-\infty}, {^-4}]$.

d) 1) Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine $[{^-8}, {^+\infty}[$. **2)** 1 **3)** Minimum : $^-8$.
4) Croissante sur $[3, {^+\infty}[$; décroissante sur $]{^-\infty}, 3]$.

e) 1) Domaine : $]{^-\infty}, {^-2}]$; codomaine $[5, {^+\infty}[$. **2)** Aucune valeur initiale. **3)** Minimum : 5.
4) Décroissante sur $]{^-\infty}, {^-2}]$.

f) 1) Domaine : $[3, {^+\infty}[$; codomaine $]{^-\infty}, 2{,}25]$. **2)** Aucune valeur initiale. **3)** Maximum : 2,25.
4) Décroissante sur $[3, {^+\infty}[$.

g) 1) Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine $[{^-84{,}5}, {^+\infty}[$. **2)** $^-72$ **3)** Minimum : $^-84{,}5$.
4) Croissante sur $[{^-2{,}5}, {^+\infty}[$; décroissante sur $]{^-\infty}, {^-2{,}5}]$.

h) 1) Domaine : $]{^-\infty}, 0{,}75]$; codomaine $[{^-3}, {^+\infty}[$. **2)** $\sqrt{3} - 3 \approx {^-1{,}27}$ **3)** Minimum : $^-3$.
4) Décroissante sur $]{^-\infty}, 0{,}75]$.

Vue d'ensemble (*suite*)

17. Par la relation de Pythagore : $x^2 + 24^2 = (3x + 4)^2 \Rightarrow 8x^2 + 24x - 560 = 0$.
$x = {}^-10$ (à rejeter) et $x = 7$.
L'hypoténuse mesure 25 m.

18. a) 1) $y = (x - 3{,}5)^2 - 7{,}25$ **2)** $x = \sqrt{7{,}25} + 3{,}5$ ou $\approx 6{,}19$ et $x = {}^-\sqrt{7{,}25} + 3{,}5$ ou $\approx 0{,}81$.
b) 1) $y = 3\sqrt{x - 2} - 5$ **2)** $x = \frac{43}{9}$
c) 1) $y = 2\sqrt{{}^-(x + 2)} - 7$ **2)** $x = {}^-14{,}25$
d) 1) $y = 0{,}1(x - 1)^2 - 4$ **2)** $x = \sqrt{40} + 1$ ou $\approx 7{,}32$ et $x = {}^-\sqrt{40} + 1$ ou $\approx {}^-5{,}32$.

19. a) $I = {}^-0{,}00005t^2 + 0{,}04t$
$I = {}^-0{,}00005(t - 400)^2 + 8$
L'intensité maximale du flash correspond à la valeur du paramètre k de la règle de la fonction, soit 8 candelas.

b)
$$0 = {}^-0{,}00005(t - 400)^2 + 8$$
$$160\,000 = (t - 400)^2$$
$400 = t - 400$ $\quad\quad$ ${}^-400 = t - 400$
$t = 800$ $\quad\quad$ $t = 0$
$800 - 0 = 800$
Le flash dure 800 millisecondes.

c)
$$4 = {}^-0{,}00005(t - 400)^2 + 8$$
$$80\,000 = (t - 400)^2$$
$\sqrt{80\,000} = t - 400$ $\quad\quad$ ${}^-\sqrt{80\,000} = t - 400$
$t \approx 682{,}84$ $\quad\quad$ $t \approx 117{,}16$
Ce flash atteint la moitié de son intensité maximale à environ 117,16 millisecondes et à 682,84 millisecondes.

d)
$$6 < {}^-0{,}00005(t - 400)^2 + 8$$
$$40\,000 < (t - 400)^2$$
$200 > t - 400$ $\quad\quad$ ${}^-200 < t - 400$
$600 > t$ $\quad\quad$ $200 < t$
L'intensité du flash est supérieure à 6 candelas pendant]200, 600[millisecondes, c'est-à-dire pendant environ 400 millisecondes.

Vue d'ensemble (*suite*)

20. a) La règle est $y = {}^-28(x - 0{,}5)^2 + 8$, où y est la hauteur du ballon (en m) et x, le temps (en s).
b) La hauteur maximale est de 8 m.

c)
$$0 = {}^-28(x - 0{,}5)^2 + 8$$
$$\frac{2}{7} = (x - 0{,}5)^2$$
$\sqrt{\frac{2}{7}} = x - 0{,}5$ $\quad\quad$ ${}^-\sqrt{\frac{2}{7}} = x - 0{,}5$
$x \approx 1{,}03$ $\quad\quad$ $x \approx {}^-0{,}0345$ (à rejeter)
La gymnaste rattrape le ballon environ à 1,03 s.

d)
$$4 < {}^-28(x - 0{,}5)^2 + 8$$
$$\frac{1}{7} > (x - 0{,}5)^2$$
$\sqrt{\frac{1}{7}} > x - 0{,}5$ $\quad\quad$ ${}^-\sqrt{\frac{1}{7}} < x - 0{,}5$
$x < \approx 0{,}88$ $\quad\quad$ $x > \approx 0{,}12$
$0{,}88 - 0{,}12 = 0{,}76$
La hauteur du ballon est supérieure à 4 m pendant environ 0,76 s.

21. a) Résoudre l'inéquation $(3x - 2)^2 < (2x - 1)^2$. $\quad x \in \,]0{,}6,\ 1[$
b) Résoudre l'inéquation $(3x - 2)^2 > (2x - 1)^2$.
Tenir compte du fait que les valeurs inférieures ou égales à 0,5 doivent être rejetées. $\quad x \in \,]0{,}5,\ 0{,}6[\ \cup\ [1, {}^+\infty[$
c) Résoudre l'équation $2(3x - 2)^2 = (2x - 1)^2$. $\quad x \approx 0{,}61$ (à rejeter) et $x \approx 0{,}82$.

22. a) Règle de la fonction associée à la phase ① : $y = ^-3(x - 3{,}5)^2 + 36{,}75$.
La profondeur maximale atteinte est de 36,75 m.

b) $18 = ^-3(x - 3{,}5)^2 + 36{,}75$
$x = 6$
La descente débute à 3,5 min et se termine à 6 min.
$6 - 3{,}5 = 2{,}5$ min
La descente dure donc 2,5 min.

c) Règle de la fonction associée à la phase ③ : $y = ^-0{,}96(x - 15)^2 + 42$.
On cherche x quand $y = 0$.
$0 = ^-0{,}96(x - 15)^2 + 42$
$x \approx 21{,}61$
La durée totale de la plongée est environ de 21,61 min.

d)
$$^-3(x - 3{,}5)^2 + 36{,}75 > 35$$
$$(x - 3{,}5)^2 < \frac{7}{12}$$

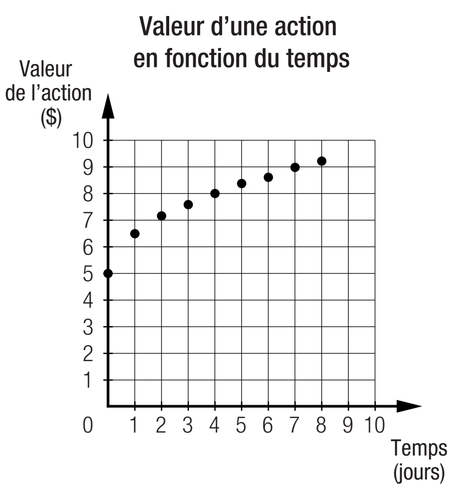
$\sqrt{\frac{7}{12}} > x - 3{,}5$ $\qquad$ $^-\sqrt{\frac{7}{12}} < x - 3{,}5$
$x < \approx 4{,}26$ $\qquad$ $x > \approx 2{,}74$

$$^-0{,}96(x - 15)^2 + 42 > 35$$
$$(x - 15)^2 < \frac{175}{24}$$

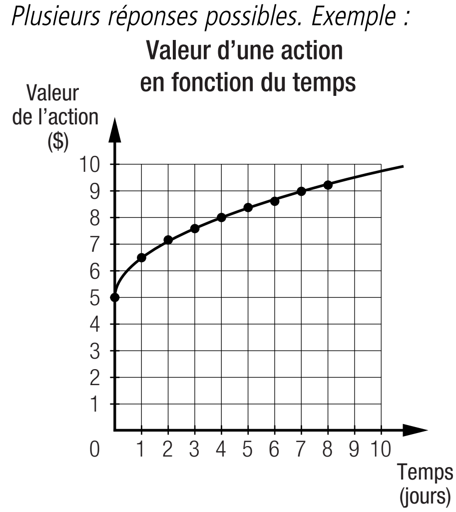
$\sqrt{\frac{175}{24}} > x - 15$ $\qquad$ $^-\sqrt{\frac{175}{24}} < x - 15$
$x < \approx 17{,}7$ $\qquad$ $x > \approx 12{,}3$

Les moments où le plongeur se trouve à une profondeur inférieure à 35 m sont $]\approx 2{,}74, \approx 4{,}26[$ min et $]\approx 12{,}3, \approx 17{,}7[$ min.

23. a)



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



c) À une fonction racine carrée.

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $y = 1{,}5\sqrt{x} + 5$

e) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$12 = 1{,}5\sqrt{x} + 5$
$7 = 1{,}5\sqrt{x}$
$\frac{14}{3} = \sqrt{x}$
$x \approx 21{,}\overline{7}$
La valeur de l'action sera de 12 $ au cours de la 22e journée.

Vue d'ensemble (*suite*)

24. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

Quelle est la règle de la fonction associée à cette situation ? $y = {}^-0{,}02(x - 22)^2 + 22$, où y représente l'énergie dépensée (en kJ) et x, le temps (en s).

Quelle est l'énergie dépensée à 43 s ? L'énergie dépensée est environ de 13,18 kJ.

25. a) La règle de la fonction est $y = {}^-2\sqrt{x + 9} + 27$, où y est le volume (en millions de m³) et x, le temps (en années).

b)
$$\begin{aligned} 0 &= {}^-2\sqrt{x + 9} + 27 \\ {}^-27 &= {}^-2\sqrt{x + 9} \\ 13{,}5 &= \sqrt{x + 9} \\ 182{,}25 &= x + 9 \\ x &= 173{,}25 \end{aligned}$$

Le glacier sera complètement fondu dans 173,25 ans.

c) Résoudre l'équation ${}^-2\sqrt{x + 9} + 27 = 11$.

Le volume du glacier sera de 11 millions de mètres cubes dans 55 ans.

d) Résoudre l'inéquation ${}^-2\sqrt{x + 9} + 27 > 7$.

Le volume du glacier sera supérieur à 7 millions de mètres cubes pendant encore 91 ans.

Vue d'ensemble (*suite*)

26. a) La règle associée à la fonction g est $g(x) = {}^-0{,}5(x - 9)^2 + 8$.

On doit trouver les zéros de cette fonction.

$$\begin{aligned} 0 &= {}^-0{,}5(x - 9)^2 + 8 \\ 16 &= (x - 9)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 &= x - 9 \\ x &= 13 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} {}^-4 &= x - 9 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

La règle associée à la fonction h est $h(x) = 2\sqrt{x - 5}$.

La règle associée à la fonction f est $f(x) = 2\sqrt{{}^-(x - 13)}$.

On calcule le point d'intersection entre les fonctions h et f.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x - 5} &= 2\sqrt{{}^-(x - 13)} \\ x - 5 &= {}^-(x - 13) \\ x - 5 &= {}^-x + 13 \\ 2x &= 18 \\ x &= 9 \\ h(x) &= 2\sqrt{9 - 5} = 4 \end{aligned}$$

Les coordonnées du point d'intersection sont (9, 4).

b)
$$\begin{aligned} f(x) &\leq 3 \\ 2\sqrt{{}^-(x - 13)} &\leq 3 \\ {}^-(x - 13) &\leq 2{,}25 \\ x - 13 &\geq {}^-2{,}25 \\ x &\geq 10{,}75 \end{aligned}$$

Donc, $f(x) \leq 3$ sur l'intervalle [10,75, 13].

$$\begin{aligned} g(x) &\leq 3 \\ {}^-0{,}5(x - 9)^2 + 8 &\leq 3 \\ (x - 9)^2 &\geq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{10} &= x - 9 \\ x &\approx 12{,}16 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} {}^-\sqrt{10} &= x - 9 \\ x &\approx 5{,}84 \end{aligned}$$

Donc, $g(x) \leq 3$ sur l'intervalle $]-\infty, \approx 5{,}84] \cup [\approx 12{,}16, +\infty[$.

$$\begin{aligned} h(x) &\leq 3 \\ 2\sqrt{x-5} &\leq 3 \\ x - 5 &\leq 2{,}25 \\ x &\leq 7{,}25 \end{aligned}$$

Donc, $h(x) \leq 3$ sur l'intervalle $[5, 7{,}25]$.

27. La règle de la fonction est $y = -2(x - 3)^2 + 90$, où y représente l'humidité (en %) et x, le temps (en h).

$$\begin{aligned} -2(x-3)^2 + 90 &> 85 \\ (x-3)^2 &< 2{,}5 \end{aligned}$$

$\sqrt{2{,}5} = x - 3$ $\qquad$ $-\sqrt{2{,}5} = x - 3$

$x \approx 4{,}58$ $\qquad$ $x \approx 1{,}42$

$4{,}58 - 1{,}42 = 3{,}16$

Cette salle d'entreposage ne respecte pas la norme de qualité, car l'humidité est supérieure à 85 % pendant environ 3,16 h.

28. Valeur de x : $\dfrac{0 + 4}{2} = 2$.

Valeur de y : $\dfrac{0 + 8}{2} = 4$.

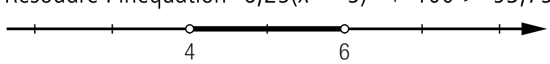
a)
$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-2)^2 + 8 \\ 4 &= a(4-2)^2 + 8 \\ a &= -1 \\ f(x) &= -(x-2)^2 + 8 \\ f(x) &= -x^2 + 2x + 4 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} g(x) &= a(x-2)^2 \\ 4 &= a(4-2)^2 \\ a &= 1 \\ g(x) &= (x-2)^2 \\ g(x) &= x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 117**

29. **a)** La règle de la fonction est $y = -6{,}25(x - 5)^2 + 100$, où y représente l'efficacité (en %) et x, le temps (en h).

b) Résoudre l'inéquation $-6{,}25(x - 5)^2 + 100 > 93{,}75$.



c) Résoudre l'inéquation $-6{,}25(x - 5)^2 + 100 \geq 43{,}75$. La douleur est inexistante de la 2e à la 8e heure.

30. **a)** L'avion roule sur la piste pendant 8 s.

b)
$$\begin{aligned} A &= 460\sqrt{36 - 8} \\ &\approx 2434{,}09 \end{aligned}$$

L'altitude de l'avion est environ de 2434,09 m.

c)
$$\begin{aligned} 460\sqrt{t-8} &= 6900 \\ t - 8 &= 225 \\ t &= 233 \end{aligned}$$

L'avion vole à une altitude de 6900 m à 233 s.

d)
$$\begin{aligned} 460\sqrt{t-8} &< 1500 \\ t - 8 &< 10{,}63 \\ t &< 18{,}63 \end{aligned}$$

L'altitude de l'avion est inférieure à 1500 m pendant environ 18,63 s.

31. **a)** Si y représente la masse (en kg) et x, l'âge (en années), voici la règle de chacune des courbes.

Courbe de 95 % : $y = 8\sqrt{x} + 5$ $\qquad$ Courbe de 75 % : $y = 7\sqrt{x} + 4$

Courbe de 50 % : $y = 6\sqrt{x} + 3$ $\qquad$ Courbe de 5 % : $y = 5\sqrt{x} + 2$

b) **1)** Oui, car en résolvant l'équation $y = 6\sqrt{3{,}5} + 3$, la solution est 14,22 kg. Cela signifie que 50 % des enfants âgés de 3 ans et demi ont une masse inférieure ou égale à 14,22 kg. Par conséquent, plus de 50 % des enfants ont une masse inférieure à 14,5 kg.

2) Oui, car en résolvant l'équation $y = 7\sqrt{3} + 4$, la solution est 16,12 kg. Cela signifie que 75 % des enfants âgés de 3 ans ont une masse inférieure ou égale à 16,12 kg. Par conséquent, plus de 75 % des enfants ont une masse inférieure à 17 kg.

3) Non, car en résolvant l'équation $y = 8\sqrt{2} + 5$, la solution est 16,31 kg. Cela signifie que 95 % des enfants âgés de 2 ans ont une masse inférieure ou égale à 16,31 kg. Par conséquent, moins de 95 % des enfants ont une masse inférieure à 16 kg.

Banque de problèmes

Page 118

1. Déterminer les dimensions de la base de chacun des conteneurs afin de calculer leur aire totale.

Conteneur de type A	Conteneur de type B
Le périmètre est de 32 m, alors les dimensions de la base sont de x m sur $(16 - x)$ m.	Le périmètre est de 24 m, alors les dimensions de la base sont de x m sur $(12 - x)$ m.
Résoudre l'équation $2x(16 - x) = 56$.	Résoudre l'équation $2x(12 - x) = 40$.
Les solutions sont $x = 2$ et $x = 14$.	Les solutions sont $x = 2$ et $x = 10$.
Les dimensions de la base sont de 2 m sur 14 m.	Les dimensions de la base sont de 2 m sur 10 m.
L'aire totale du conteneur est de 120 m^2.	L'aire totale du conteneur est de 88 m^2.
L'aire totale des 15 conteneurs est de 1800 m^2.	L'aire totale des 12 conteneurs est de 1056 m^2.

L'aire totale à repeindre est de 2856 m^2. 357 L de peinture seront nécessaires, au coût, avant les taxes, de 3927 $.
Pour des taxes en vigueur de 5 % pour la TPS et de 7,5 % pour la TVQ, le coût total de la peinture est de 4432,60 $.

2. Établir la règle de la fonction qui correspond à la situation.
Déterminer les valeurs des paramètres a et k à l'aide d'un système d'équations à deux variables.
① $1 = a(^-10)^2 + k$ ② $2,6 = a(4 - 10)^2 + k$
La règle de cette fonction est $y = {}^-0,025(x - 10)^2 + 3,5$, où y représente l'altitude (en km) et x, le temps (en s).
Résoudre l'inéquation $^-0,025(x - 10)^2 + 3,5 > 3$.
L'intervalle de temps pendant lequel la fusée vole à une altitude supérieure à 3000 m est environ de 8,94 s.
La fusée ne respecte donc pas les exigences.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 119

3. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

Eau douce	Eau salée
$y = 18\sqrt{x} + 1400$	$y = 22\sqrt{x + 2} + 1440$

Établir la règle de la fonction associée à chacune des situations si y représente la vitesse du son (en m/s) et x, la température de l'eau (en °C).
Déterminer la vitesse du son dans l'eau douce et celle du son dans l'eau salée à une température de 50 °C.
Eau douce : ≈ 1527,28 m/s Eau salée : ≈ 1598,64 m/s
L'écart entre les vitesses du son est environ de 71,36 m/s, ce qui réfute l'affirmation de ce chercheur.

4. Établir la règle de la fonction qui correspond à la courbe en orange. Déterminer les valeurs des paramètres a et h à l'aide d'un système d'équations à deux variables.
① $6 = a\sqrt{34 - h} + 5$ ② $7 = a\sqrt{46 - h} + 5$
La règle de cette fonction est donc $y = 0,5\sqrt{x - 30} + 5$.
Établir la règle de la fonction qui correspond à la courbe en vert.
$y = 0,05(x - 20)^2$, où y est la hauteur (en m) et x, le temps (en s).
La valeur initiale de cette fonction correspond à la hauteur de l'aigle pêcheur au début de la manœuvre. L'aigle pêcheur a donc amorcé sa manœuvre à une hauteur de 20 m.

Banque de problèmes (*suite*)

5. Établir la règle de chacune des fonctions associées à la variation de la valeur de chacune des voitures.
Voiture A : $y_1 = 2\sqrt{x} + 1{,}5$. Voiture B : $y_2 = 1{,}25\sqrt{x} + 3$.
La valeur totale des voitures en fonction du temps est déterminée par l'addition des règles.
$y_1 + y_2 = 3{,}25\sqrt{x} + 4{,}5$
La valeur totale initiale des voitures est de 4500 $.
Résoudre cette équation pour une valeur de 18 000 $.
$18 = 3{,}25\sqrt{x} + 4{,}5$
Le collectionneur devrait vendre ses deux voitures après environ 17,25 ans.

6. Résoudre les équations ci-dessous afin de déterminer les dimensions minimales et maximales de la piscine.

$(x + 12)(x + 3) = 90$	$(x + 12)(x + 3) = 136$
Les solutions sont ⁻18 (à rejeter) et 3. Les dimensions minimales de la piscine sont de 6 m sur 10 m. Avec le trottoir, les dimensions sont de 16 m sur 20 m.	Les solutions sont ⁻20 (à rejeter) et 5. Les dimensions maximales de la piscine sont de 8 m sur 12 m. Avec le trottoir, les dimensions sont de 18 m sur 22 m.

Les dimensions minimales de la piscine sont supérieures aux dimensions du terrain. Il est donc impossible de construire cette piscine sur ce terrain.

Banque de problèmes (*suite*)

7. Établir l'équation qui correspond au volume d'une rondelle et la résoudre.
$2\pi(x - 2)^2 - 2\pi(0{,}5x - 1)^2 = 400\pi$
$0{,}75x^2 - 3x + 3 = 200$
Les solutions sont $x \approx {}^-14{,}33$ (à rejeter) et $x \approx 18{,}33$.
Le diamètre d'une rondelle est environ de 32,66 cm.

8. La phase du lancement se termine à 4 s.
$y = {}^-5(4)^2 + 40(4) = 80$
Donc à 4 s, la pièce pyrotechnique se trouve à 80 m de hauteur.
Alors, la courbe associée à la phase de l'explosion passe par le point (4, 80).
Trouver la valeur de k_1.
$y = 8\sqrt{x - 4} + k_1$
$80 = 8\sqrt{4 - 4} + k_1$
$k_1 = 80$
Règle associée à la phase de l'explosion : $y = 8\sqrt{x - 4} + 80$
La phase de l'explosion se termine à 13 s.
$y = 8\sqrt{13 - 4} + 80$
$y = 104$
Donc à 13 s, la pièce pyrotechnique se trouve à 104 m de hauteur.
Alors, la courbe associée à la phase de la descente passe par le point (13, 104).
Trouver la valeur de k_2.
$y = {}^-5(x - 13)^2 + k_2$
$104 = {}^-5(13 - 13)^2 + k_2$
$k_2 = 104$
Règle associée à la phase de la descente : $y = {}^-5(x - 13)^2 + 104$
Résoudre les trois inéquations suivantes en tenant compte de l'intervalle de temps de chacune des phases.

$^-5x^2 + 40x > 60$	$8\sqrt{x - 4} + 80 > 60$	$^-5(x - 13)^2 + 104 > 60$
Solution :]2, 4[s	Solution :]4, 13[s	Solution :]13, ≈ 15,97[s

La pièce pyrotechnique se trouve à une hauteur supérieure à 60 m durant environ 13,97 s. Le pyrotechnicien n'a donc pas raison.

La fonction quadratique

RÉVISION 3

Réactivation 1

Page 124

a. $a < 20\ 000$, où a correspond au salaire horaire de M. Leboeuf.
$b \leq 20\ 000$, où b correspond au revenu annuel de Mme Beausoleil.
$c > 20\ 000$, où c correspond au revenu par match de Victor Karpov.
$d \geq 20\ 000$, où d correspond au revenu mensuel de Mme Parvenue.

b. **1)** $10\ 000 + \frac{b}{2} > b + 1000$ **2)** $12d < 300\ 000$
3) $\frac{c}{15} \geq 2000$ **4)** $a + 10\ 000 \leq 2a$

c. **1)** $b < 18\ 000$ **2)** $d < 25\ 000$
3) $c \geq 30\ 000$ **4)** $a \geq 10\ 000$

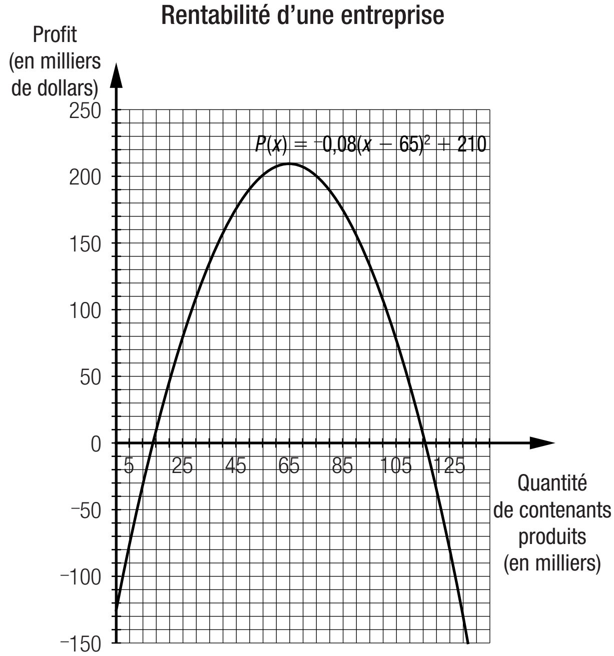
d. Salaire horaire de M. Leboeuf : [10 000, 20 000[
Revenu annuel de Mme Beausoleil : [0, 18 000[
Revenu par match de Victor Karpov : [30 000, +∞[
Revenu mensuel de Mme Parvenue : [20 000, 25 000[

Réactivation 2

Page 125

a. $P(10) = -32$ $P(30) = 112$ $P(100) = 112$
Ces valeurs montrent que la production de 10 000 contenants se traduira par des pertes de 32 000 $, et que la production de 30 000 et de 100 000 contenants générera des profits de 112 000 $.

b. Rentabilité d'une entreprise



c. -128
Plusieurs interprétations possibles. Exemple :
Le nombre 128 correspond à l'investissement nécessaire (en milliers de dollars) pour commencer à produire le médicament.
On peut aussi dire que si l'entreprise ne produisait rien pendant la période visée, elle subirait une perte de 128 000 $.

d. Le profit sera nul pour la production de $(65 - 5\sqrt{105})$ et de $(65 + 5\sqrt{105})$ milliers de contenants, soit, à la centaine près, 13 800 et 116 200 contenants.

e. **1)** Si l'entreprise produit moins de 13 800 contenants ou plus de 116 200 contenants.
2) Si l'entreprise produit entre 13 800 et 116 200 contenants.

f. L'entreprise 65 000 contenants et le profit sera de 210 000 $.

Mise à jour

Page 128

1. a) **1)** $x > 7$ **2)** $x \leq 10$
3) $20 - 2x < 4$ **4)** $12x - 0{,}6 \cdot 12x > 40$
5) $x + 4{,}50 \geq 3(x - 4{,}50)$
b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 8,75 $

2. a) $]-\infty, -2[$ **b)** $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$ **c)** $]-\infty, 4[$
d) $]-\infty, -4]$ **e)** $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right[$ **f)** $[-8, +\infty[$
g) $\varnothing$ **h)** $]-\infty, -2[$ **i)** $\mathbb{R}$

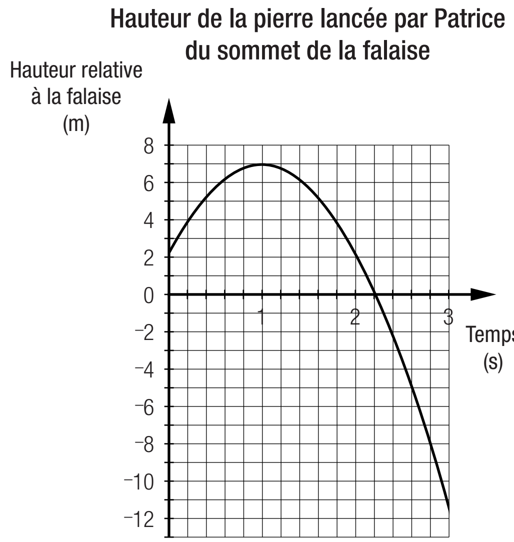
3. a) Soit x, la température d'hier. La température d'aujourd'hui est donc de $x - 8$.
On a donc $\frac{x + (x - 8)}{2} > -5$.
b) La température actuelle se situe entre -9 et -8 °C.

4. a) $B \geq 0$ **b)** $B \leq 0$ **c)** $B \in \mathbb{R}$

Mise à jour (*suite*)

Page 129

5. a)



b) Durant 1 s.

c) Une hauteur de 7,1 m au-dessus du sommet de la falaise.

d) L'ordonnée est 2,2. Cette valeur représente la hauteur (en m), relativement au sommet de la falaise, de laquelle Patrice a lancé la pierre.

e) La hauteur en m où la pierre se trouve plus basse que le sommet de la falaise.

f) La pierre se trouve plus basse que le sommet de la falaise lorsque $t \in \left]1 + \sqrt{\frac{7,1}{4,9}}, +\infty\right[$, c'est-à-dire environ 2,2 s après le lancer.

g) La falaise a une hauteur de 12,5 m.

6. a) $[1, 3]$ **b)** $]-\infty, -0,5] \cup [4,5, +\infty[$

c) $\left[-1 - \sqrt{\frac{3}{2}}, -1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right]$

SECTION 3.1 La fonction quadratique (forme générale)

Problème

Page 130

La hauteur atteinte serait d'environ 16,3 m et la balle tomberait sur le sol après 8,9 s, environ.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

L'expérience qui est décrite se passe sur la Terre.
Par conséquent, dans la règle de la fonction $h(t) = at^2 + bt + c$, la valeur du paramètre a est $-4,9$.
La hauteur initiale de la balle lancée est de 1 m, donc $c = 1$.
Il ne reste qu'à déterminer la valeur du paramètre b. Sachant que $h(t) = 0$ si $t = 1,56$, on a $0 = -4,9(1,56)^2 + b(1,56) + 1$.

La résolution donne $b \approx 7,00$.

Si l'on répète la même expérience sur la Lune, la hauteur sera donnée par la règle $h(t) = -0,8t^2 + 7t + 1$.

En construisant une table de valeurs ou un graphique à l'aide d'un outil technologique, on peut observer que le zéro positif de cette fonction, arrondi au dixième près, est 8,9 et que le maximum de la fonction, arrondi au dixième près, est de 16,3.

Activité 1

Page 131

a.

Règle de la fonction	Valeur de a	Valeur de b	Valeur de c	Abscisse du sommet
$y_1 = 2x^2 - 12x + 14$	**2**	**−12**	**14**	**3**
$y_2 = 3x^2 - 12x + 6$	**3**	**−12**	**6**	**2**
$y_3 = 2x^2 + 16x + 30$	**2**	**16**	**30**	**−4**
$y_4 = -2x^2 + 16x - 25$	**−2**	**16**	**−25**	**4**
$y_5 = -2x^2 - 8x - 6$	**−2**	**−8**	**−6**	**−2**
$y_6 = -x^2 + 8x - 14$	**−1**	**8**	**−14**	**4**

L'abscisse du sommet est égale à $\frac{-b}{2a}$.

b. $f(x) = a(x - h)^2 + k$
$f(x) = ax^2 - 2ahx + ah^2 + k$
Le paramètre b de la forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$ est donc égal à $-2ah$.
En isolant le paramètre h, qui représente l'abscisse du sommet, on détermine que $h = -\frac{b}{2a}$.

c. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Une fois que l'on connaît la première coordonnée du sommet, représentée par le paramètre h, on évalue la fonction pour cette valeur, soit $f(h)$.
Exemple : Soit $f(x) = 2x^2 + 8x + 3$

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{4} = -2$$

L'ordonnée du sommet est $f(-2) = 2(-2)^2 + 8(-2) + 3 = -5$.

Activité 2

Page 132

a.

Règle sous la forme canonique	Règle sous la forme générale	Coordonnées du sommet	Ordonnée à l'origine
$f_1(x) = (x + 2)^2 - 9$	$\mathbf{f_1(x) = x^2 + 4x - 5}$	**(⁻2, 9)**	**⁻5**
$f_2(x) = 3(x - 1)^2 - 3$	$\mathbf{f_2(x) = 3x^2 - 6x}$	**(1, ⁻3)**	**0**
$f_3(x) = {}^-2(x - 3)^2 + 10$	$\mathbf{f_3(x) = {}^-2x^2 + 12x - 8}$	**(3, 10)**	**⁻8**
$\mathbf{f_4(x) = (x + 3)^2 - 4}$	$f_4(x) = x^2 + 6x + 5$	**(⁻3, ⁻4)**	**5**
$\mathbf{f_5(x) = 3(x - 1)^2 - 5}$	$f_5(x) = 3x^2 - 6x - 2$	**(1, ⁻5)**	**⁻2**
$\mathbf{f_6(x) = {}^-4\left(x - \frac{9}{8}\right)^2 + \frac{161}{16}}$	$f_6(x) = {}^-4x^2 + 9x + 5$	$\mathbf{\left(\frac{9}{8}, \frac{161}{16}\right)}$	**5**

b. Premièrement, on sait que le paramètre a est le même dans les deux formes d'écriture. Quant au paramètre h, on peut le calculer à l'aide de la relation $h = \frac{{}^-b}{2a}$ que l'on a établie dans l'**activité 1.** En évaluant la fonction en h, on obtient ensuite la valeur du paramètre k. Il ne reste alors qu'à écrire la règle sous la forme canonique en utilisant les valeurs des paramètres a, h et k que l'on a déterminées.

c. $f(x) = a\left(x - \frac{{}^-b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$

d. Pour f_1 : ⁻5 et 1.
Pour f_2 : 0 et 2.
Pour f_3 : $3 - \sqrt{5}$ et $3 + \sqrt{5}$.
Pour f_4 : ⁻5 et ⁻1.
Pour f_5 : $1 - \frac{\sqrt{15}}{3}$ et $1 + \frac{\sqrt{15}}{3}$.
Pour f_6 : $\frac{9 - \sqrt{161}}{8}$ et $\frac{9 + \sqrt{161}}{8}$.

e. $x_i = h \pm \sqrt{\frac{{}^-k}{a}}$

f. $x_i = \frac{{}^-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Activité 3

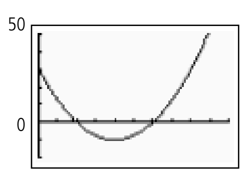
Page 133

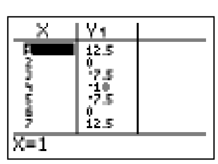
a. Après 2 s, la distance entre le koudou et la lionne sera de 0 m.
La lionne l'aura donc attrapé.
Plusieurs démarches possibles. Exemples :

Par la complétion du carré

$2{,}5t^2 - 20t + 30 = 0$
$2{,}5t^2 - 20t = {}^-30$
$t^2 - 8t = {}^-12$
$t^2 - 8t + 16 = {}^-12 + 16$
$(t - 4)^2 = 4$
$t - 4 = {}^\pm 2$, c'est-à-dire $t - 4 = 2$
ou $t - 4 = {}^-2$.
$t = 6$ ou $t = 2$

À l'aide de la calculatrice à affichage graphique





Par la factorisation

$2{,}5t^2 - 20t + 30 = 0$
$2{,}5(t^2 - 8t + 12) = 0$
$2{,}5(t - 6)(t - 2) = 0$
$t - 6 = 0$ ou $t - 2 = 0$.
$t = 6$ ou $t = 2$.

À l'aide de la formule quadratique

Pour les zéros t_1 et t_2, on a :

$t_i = \frac{{}^-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$t_i = \frac{{}^-({}^-20) \pm \sqrt{({}^-20)^2 - 4(2{,}5)(30)}}{2(2{,}5)}$

$t_i = \frac{20 \pm 10}{5}$

On obtient donc $t_1 = 6$ et $t_2 = 2$.
Peu importe la méthode employée, on ne doit garder, selon le contexte, que la solution la plus petite, soit $t = 2$.

b. Non, car la fonction qui décrit l'avance du koudou serait alors $f(t) = 2{,}5t^2 - 20t + 50$, et cette fonction n'a aucun zéro.

c. Non, car la fonction qui décrit l'avance du koudou serait alors $f(t) = 2{,}5t^2 - 20t + 40$. Cette fonction a un zéro qui est 4.

d. Si $b^2 - 4ac = 0$, alors la fonction a un seul zéro.
Si $b^2 - 4ac > 0$, alors la fonction a deux zéros.
Si $b^2 - 4ac < 0$, alors la fonction n'a aucun zéro.

Technomath

Page 134

a. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

1) La parabole est de plus en plus fermée.
2) L'axe de symétrie s'éloigne de plus en plus de l'axe des ordonnées.
3) L'ordonnée à l'origine s'éloigne de plus en plus de l'axe des abscisses.

b. Si l'on considère la fonction de base $y = x^2$, seule la modification des paramètres b et c entraîne un changement dans la position du sommet.

c. Lorsqu'on fait varier le paramètre b dans l'équation $y = x^2 + bx$, le sommet se déplace le long d'une parabole dont l'équation est $y = -x^2$.

Mise au point 3.1

Page 137

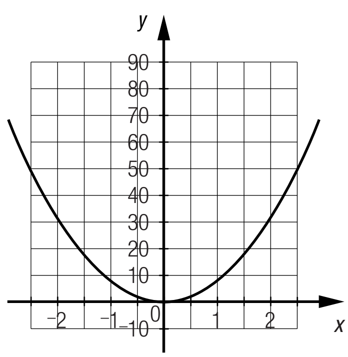
1.

	1	2	3
a)	$x = 0$	$x = \frac{5}{2}$	$x = -\frac{1}{2}$
b)	(0, 0)	$\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{243}{4}\right)$

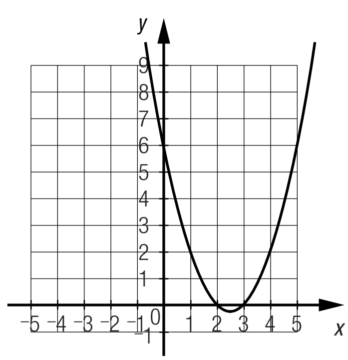
	4	5	6
a)	$x = 0$	$x = 1$	$x = -\frac{17}{20}$
b)	(0, 16)	$\left(1, \frac{5}{2}\right)$	$\left(-\frac{17}{20}, -\frac{2209}{200}\right)$

c) *Plusieurs réponses possibles.*

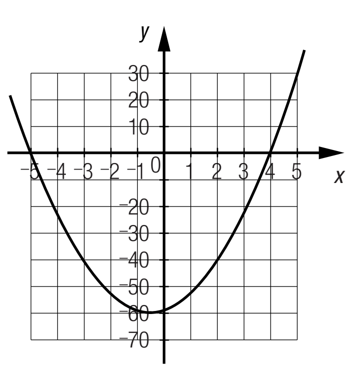
d) 1



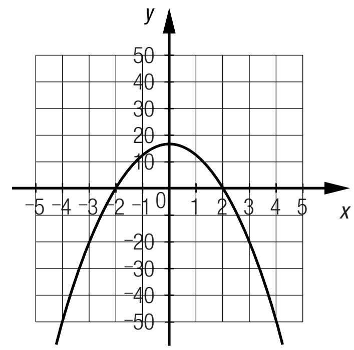
2



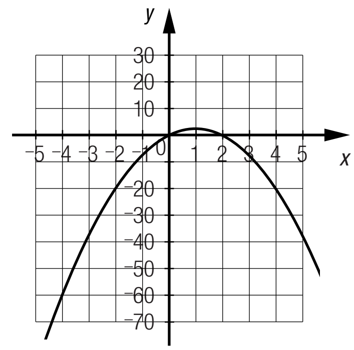
3



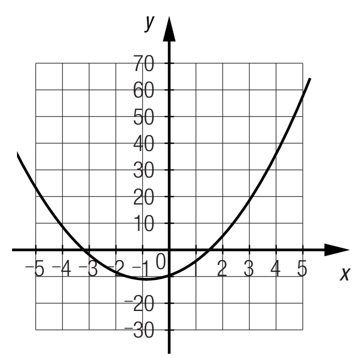
4



5



6



2.

	1	2
a)	(3, −1)	(−1, 0)
b)	2 et 4	−1
c)	$f_1(x) = x^2 - 6x + 8$	$f_2(x) = -2x^2 - 4x - 2$
d)	$h = \frac{6}{2} = 3$ $k = \frac{4 \cdot 1 \cdot 8 - 6^2}{4} = -1$	$h = \frac{4}{-4} = -1$ $k = \frac{4 \cdot -2 \cdot -2 - 4^2}{-8} = 0$
e)	2 et 4	−1

	3	4
a)	(−2, 12)	(4, −6)
b)	−4 et 0	Aucun
c)	$f_3(x) = -3x^2 - 12x$	$f_4(x) = -2x^2 + 16x - 38$
d)	$h = \frac{12}{-6} = -2$ $k = \frac{4 \cdot -3 \cdot 0 - 12^2}{-12} = 12$	$h = \frac{-16}{-4} = 4$ $k = \frac{4 \cdot -2 \cdot -38 - 16^2}{-8} = -6$
e)	−4 et 0	Aucun

3.

	1	2
a)	(5, −15)	(−1, −14)
b)	$f_1(x) = (x - 5)^2 - 15$	$f_2(x) = 2(x + 1)^2 - 14$

	3	4
a)	(2, 22)	$\left(-\frac{3}{4}, \frac{23}{8}\right)$
b)	$f_3(x) = -3(x - 2)^2 + 22$	$f_4(x) = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}$

4. Si k = c, alors b = 0 et h = 0.
En effet, $k = \frac{4ac - b^2}{4a} = c - \frac{b^2}{4a}$. Si k = c, alors $\frac{b^2}{4a} = 0$, donc b = 0. Puisque $h = \frac{-b}{2a}$, si b = 0, alors h = 0.

Mise au point 3.1 (*suite*) **Page 138**

5. a) 2 zéros, −6 et 1. **b)** 1 zéro, −2.
c) 2 zéros, −6 et −4. **d)** Aucun zéro.
e) 2 zéros, $-2\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$. **f)** 1 zéro, 1.

6.

	1	2	3
a)	$x = 3$	$x = -2$	$x = \frac{1}{6}$
b)	$[-4, +\infty[$	$]-\infty, 0]$	$\left]-\infty, -\frac{47}{12}\right]$
c)	(3, −4)	(−2, 0)	$\left(\frac{1}{6}, -\frac{47}{12}\right)$
d)	5	−16	−4
e)	Minimum de −4	Maximum de 0	Maximum de $-\frac{47}{12}$
f)	1 et 5	−2	Aucun
g)	$[3, +\infty[$	$]-\infty, -2]$	$\left]-\infty, \frac{1}{6}\right]$
h)	$]-\infty, 3]$	$[-2, +\infty[$	$\left[\frac{1}{6}, +\infty\right[$
i)	$]-\infty, 1] \cup [5, +\infty[$	{−2}	Aucun
j)	[1, 5]	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

7. a) 1) Après 1,5 s. **2)** Après environ 6,6 s.
b) Après 1 s ou 2 s.

8. a) 1) $f_1(x) = (x - 2)^2 - 3$
2) $f_2(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$
3) $f_3(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$
b) *Plusieurs façons de procéder. Exemple :*
$$\begin{aligned} f_4(x) &= 3(x^2 - 2x) + 5 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) - 3(1) + 5 \\ &= 3(x - 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

Mise au point 3.1 (*suite*) **Page 139**

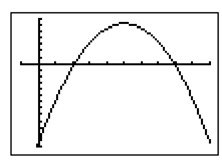
9. a) La température maximale a été de 1,31 °C et a été atteinte vers 20 h 43.
b) Vers 13 h 51.
c) L'ordonnée à l'origine est −10,7. C'est la température (en °C) qu'il aurait fait à minuit au début de la journée du 5 février 2008 si le modèle pouvait s'appliquer à toute la journée.

10. a) $R(x) = -0{,}8x^2 + 32x$
b) Domaine : [0, 40] Image : [0, 320]
c) Les zéros sont 0 et 40. Ils représentent les deux prix de vente qui feront que son profit sera nul.
d) 20 $
e) 1) 10,65 $ **2)** 29,35 $

Mise au point 3.1 (*suite*) **Page 140**

11. a) 1) 4,9 m **2)** 19,6 m
b) Après environ 3,3 s.
c) Après environ 3,0 s.
d) a) 1) 4,9 m **2)** 19,6 m
b) Après environ 4,7 s.
c) Après environ 4,5 s.

12. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Xmin=-5
Xmax=50
Ymin=-130
Ymax=70

b) 

Sommet : (25, 62,5).
Ordonnée à l'origine : −125.
Abscisses à l'origine : environ 10,56 et 39,44.

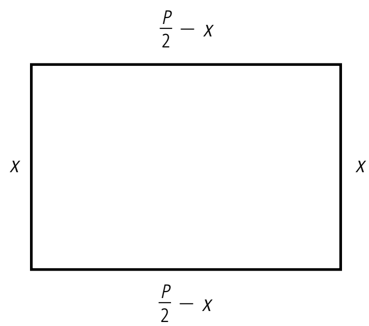
Mise au point 3.1 (*suite*) **Page 141**

13. a) $f(x) = 2x^2 - 120x + 3600$
b) 3600. Il s'agit de l'aire du carré ABCD (en cm²). Lorsque la distance x vaut 0, les deux carrés coïncident.
c) 1800. Il s'agit de l'aire minimale du carré EFGH (en cm²) pouvant être inscrit dans le carré ABCD.
d) La fonction f est croissante dans [30, 60].
La fonction f est décroissante dans [0, 30].

14. a) $f(x) = -2x^2 + 10x$
b)]0, 5[
c)]0, 12,5]
d) Pour $x = 2{,}5$.

e) Il y a deux solutions.
Les deux côtés parallèles peuvent mesurer $\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ m (soit environ 1,38 m) et l'autre côté devra alors mesurer $(5 + \sqrt{5})$ m (soit environ 7,24 m).
ou
Les deux côtés parallèles mesurent $\frac{5 + \sqrt{5}}{2}$ m (soit environ 3,62 m) et l'autre côté mesurera alors $(5 - \sqrt{5})$ m (soit environ 2,76 m).

15. Soit un rectangle dont le périmètre est P.



L'aire de ce rectangle peut être représentée par la fonction $f(x) = x\left(\frac{P}{2} - x\right)$ ou, sous la forme générale, par $f(x) = {}^-x^2 + \frac{P}{2}x$.
Le paramètre a étant négatif, la fonction admet un maximum qui est obtenu lorsque la valeur de x correspond à la première coordonnée du sommet.
Le maximum est donc atteint lorsque $x = \frac{^-\text{b}}{2\text{a}} = \frac{-\left(\frac{P}{2}\right)}{2(^-1)} = \frac{P}{4}$.
Dans ce cas, le rectangle possède 4 côtés isométriques de longueur $\frac{P}{4}$.
Parmi tous les rectangles ayant un périmètre donné, c'est donc le carré qui a la plus grande aire.

SECTION 3.2 La fonction quadratique et les inéquations

Problème

Page 142

Au mètre près, le rayon du cylindre imaginé par O'Neill devrait avoir un rayon d'au moins 2,453 km.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

Puisque la hauteur du cylindre est de 30 km, son aire totale est une fonction de son rayon r, soit $A(r) = 2\pi r^2 + 60\pi r$.

L'intervalle de croissance de cette fonction hors contexte est $[^-30, {}^+\infty[$. Puisque la valeur de r, selon le contexte, est supérieure à 0, on peut donc affirmer que cette fonction est croissante pour tout le domaine de la définition de la variable. Le rayon minimum pour que le cylindre ait une aire de 500 km² est donc la solution positive de l'équation $500 = 2\pi r^2 + 60\pi r$, qui équivaut à $2\pi r^2 + 60\pi r - 500 = 0$.

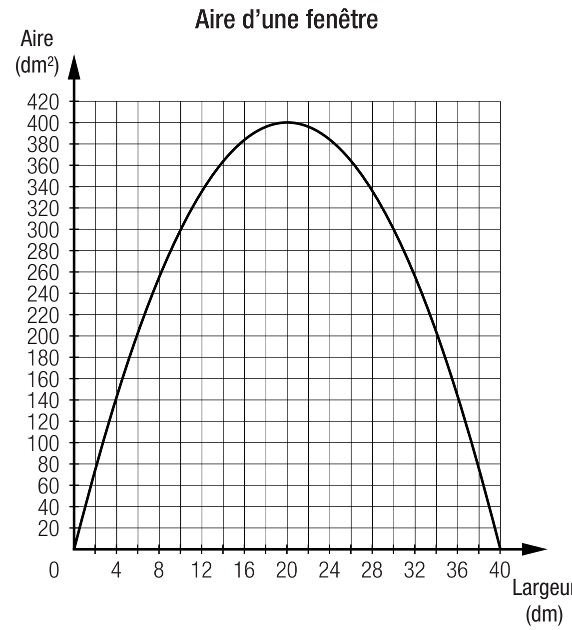
La résolution donne $x = \frac{^-60\pi + \sqrt{3600\pi^2 + 4000\pi}}{4\pi} = {}^-15 + 5\sqrt{9 + \frac{10}{\pi}} \approx 2{,}4521$.

Activité 1

Page 143

a. $f(x) = {}^-x^2 + 40x$

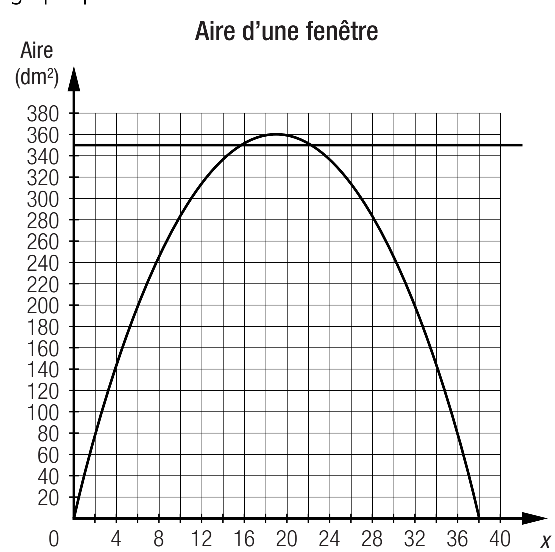
b.



c. $20 - \sqrt{50}$ ou $20 + \sqrt{50}$.

d. N'importe quelle valeur de x dans l'intervalle [12,93, 27,07].

e. *Plusieurs démarches possibles. Exemple :*
La fonction est $g(x) = {}^-x^2 + 38x$. Voici sa représentation graphique :



On voit qu'une partie de la courbe est supérieure à 350. On peut donc construire une fenêtre ayant une aire de plus de 350 dm² en utilisant ce modèle de fenêtre.

Activité 2

Page 144

a. $(4x - 6)^2 < x^2 + (5x - 10)^2$

$16x^2 - 48x + 36 < x^2 + 25x^2 - 100x + 100$

$16x^2 - 48x + 36 < 26x^2 - 100x + 100$

$-10x^2 + 52x - 64 < 0$

$5x^2 - 26x + 32 > 0$

b. $(x - 2)(5x - 16)$

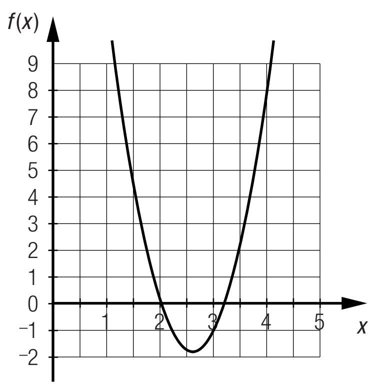
c. A et B ont le même signe.

d.

Valeur de x	$]-\infty, 2[$	**2**	$\left]2, \frac{16}{5}\right[$	$\frac{16}{5}$	$\left]\frac{16}{5}, +\infty\right[$
Signe de $(x - 2)$	−	0	+	+	+
Signe de $(5x - 16)$	−	−	−	0	+

e. $]-\infty, 2[\cup]3{,}2, +\infty[$

f. En se basant sur le graphique et les zéros, on conclut comme précédemment.

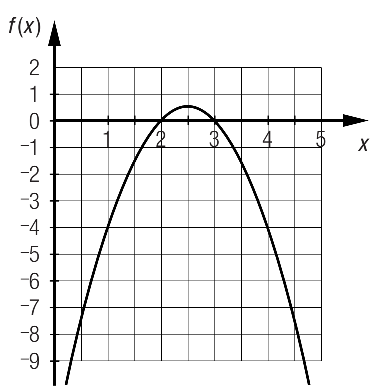


g. $]3{,}2, 4[$

Mise au point 3.2

Page 147

1. a)



b) $[2, 3]$

c) 1) $]1, 4[$ **2)** $\left[-\infty, \frac{5 - \sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{5 + \sqrt{5}}{2}, +\infty\right]$

3) $\frac{5}{2}$ **4)** $\mathbb{R}$

2.

Valeur de x	$]-\infty, -2[$	−2	$\left]-2, \frac{5}{2}\right[$	$\frac{5}{2}$	$\left]\frac{5}{2}, +\infty\right[$
Signe de $(5 - 2x)$	+	+	+	0	−
Signe de $(x + 2)$	−	0	+	+	+

L'ensemble-solution est $]-\infty, -2] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right[$.

3. a) $]-\infty, -3[\cup \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ **b)** $\left]\frac{1}{2}, 2\right[$

c) $\left[-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right]$ **d)** $]-\infty, -8[\cup]8, +\infty[$

e) $]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$ **f)** $\left]-\frac{2}{5}, 2\right[$

g) $]-\infty, -3] \cup [-2, +\infty[$ **h)** $]-\infty, -7] \cup [1, +\infty[$

i) $]-\infty, -3[\cup]2, +\infty[$

4. a) $]-\infty, -3[\cup]-2, +\infty[$ **b)** $\varnothing$ **c)** $\mathbb{R}$

d) $\mathbb{R}$ **e)** $\left[0, \frac{2}{3}\right]$

f) $\left]-\infty, \frac{2 - \sqrt{10}}{2}\right] \cup \left[\frac{2 + \sqrt{10}}{2}, +\infty\right[$

5. a) Les personnes âgées de 22 ans ou moins et les personnes âgées de 68 ans ou plus.

b) Il est impossible d'obtenir ce rabais puisque l'inéquation obtenue n'a pas de solution.

Mise au point 3.2 (*suite*)

Page 148

6. a) L'aire du caisson est de $6c^2 + 80c$.
L'inéquation associée à la situation est $6c^2 + 80c \leq 600$.
D'où l'on trouve $6c^2 + 80c - 600 \leq 0$.

b) 1) Oui. **2)** Oui. **3)** Non.

c) Si l'on considère une précision au millimètre près, l'arête du cube (en dm) doit être comprise dans l'intervalle $]0, 5{,}35]$.

7. Si l'on considère une précision au centimètre près, cet ajout (en m) doit être compris dans l'intervalle $]0, 9{,}72]$.

Mise au point 3.2 (*suite*)

Page 149

8. a) $f(x) = 0{,}5x^2 + 0{,}5x$

b) Il faudrait au moins 141 personnes.

9. a) 1) 0 N **2)** 370 N **3)** 37 000 N

b) Si l'on considère une précision au centimètre près, l'étirement de l'élastique durant les essais devrait se situer dans un intervalle allant de 79 cm à 96 cm.
Plusieurs réponses possibles concernant la procédure à suivre pour effectuer le test. Exemple :
Joëlle peut utiliser un montage d'une longueur de 1,05 m auquel elle attachera la bande élastique de 0,20 cm ; ce montage lui permettra d'étirer l'élastique de 85 cm un millier de fois.

10. Le paramètre a doit se trouver dans l'intervalle $\left[\frac{20}{3}, 10\right]$.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
L'inéquation $ax^2 - 4x + 4 \geq 3{,}4$ équivaut à $ax^2 - 4x + 0{,}6 \geq 0$.
On analyse la fonction $g(x) = ax^2 - 4x + 0{,}6$.
Le paramètre a étant positif, la parabole représentant cette fonction est ouverte vers le haut. Cette fonction ne sera donc positive pour toutes les valeurs de x que si elle a

un seul zéro ou n'en a aucun (si le sommet se situe sur l'axe des x ou au-dessus de celui-ci). En d'autres termes, il faut que le discriminant soit inférieur ou égal à 0.
Le discriminant :
$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4a(0{,}6) = 16 - 2{,}4a$.
La résolution de l'inéquation $16 - 2{,}4a \leq 0$ donne $a \geq \frac{20}{3}$.

Mise au point 3.2 (*suite*)

Page 150

11. a) 3,05 kW

b) En considérant les vitesses du vent au km/h près, on détermine qu'il doit souffler à une vitesse allant de 33 km/h à 55 km/h pour fournir la puissance suffisante.

12. a) Aire latérale du cône : $\pi r^2 + 80\pi r$
Aire du carré : $(2r + 16)^2 = 4r^2 + 64r + 256$
Double de l'aire du carré $= 8r^2 + 128r + 512$

La situation est représentée par l'inéquation
$$\pi r^2 + 80\pi r \geq 8r^2 + 128r + 512$$
Cette inéquation équivaut à :
$$\pi r^2 - 8r^2 + 80\pi r - 128r - 512 \geq 0$$
$$(\pi - 8)r^2 + (80\pi - 128)r - 512 \geq 0$$

b) Soit $f(r) = (\pi - 8)r^2 + (80\pi - 128)r - 512$.
Le paramètre a de la fonction f étant négatif, cette fonction est positive entre les zéros.
Zéros de f :
$$\frac{-(80\pi - 128) \pm \sqrt{(80\pi - 128)^2 - 4(\pi - 8)(-521)}}{2(\pi - 8)},$$
soit, approximativement, 5,22 et 20,16.

Dimensions du cône de balisage au millimètre près
Rayon : de 5,2 cm à 20,1 cm.
Apothème : de 85,2 cm à 100,1 cm.
Côté de la base : de 26,4 cm à 56,2 cm.

c) Non, c'est impossible.
Plusieurs justifications possibles. Exemple :
On doit résoudre l'inéquation
$(\pi - 8)r^2 + (70\pi - 128)r - 512 \geq 0$.
La valeur du paramètre a étant toujours négative, la solution se situe encore une fois entre les zéros de la fonction associée au membre de gauche.
Mais, dans ce cas, la fonction n'a aucun zéro, comme le montre le calcul du discriminant :
$(70\pi - 128)^2 - 4(\pi - 8)(-512) \approx -1502$

Mise au point 3.2 (*suite*)

Page 151

13. a) La hauteur du centre de gravité de Jim lorsqu'il est en position debout.

b) Au millimètre près, Jim atteint une hauteur de 2,279 m.

c) Au centième de seconde près, le centre de gravité de Jim se trouvera au-dessus de 2,1 m de 0,28 s à 0,66 s.

d) Non. Jim a été moins de 0,2 s au-dessus de la hauteur de 2,24 m.

14. a) Pour tous les nombres réels, sauf 4.

b) A et B ont des signes contraires.

c)

Valeur de x	$]-\infty, 2[$	2	$]2, 4[$	4	$]4, +\infty[$
Signe de $(x - 2)$	−	0	+	+	+
Signe de $(4 - x)$	+	+	+	0	−

L'ensemble-solution est $]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$.

d) 1)

Valeur de x	$\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[$	$-\frac{1}{2}$	$\left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$	$\frac{1}{2}$	$\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$
Signe de $(2x + 1)$	−	0	+	+	+
Signe de $(2x - 1)$	−	−	−	0	+

L'ensemble-solution est $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$.

2)

Valeur de x	$]-\infty, -1[$	−1	$\left]-1, -\frac{1}{2}\right[$	$-\frac{1}{2}$	$\left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$	$\frac{1}{2}$	$\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$
Signe de $(x + 1)$	−	0	+	+	+	+	+
Signe de $(2x - 1)$	−	−	−	−	−	0	+
Signe de $(4x + 2)$	−	−	−	0	+	+	+

L'ensemble-solution est $\left]-1, -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}, -\infty\right[$.

3)

Valeur de x	$]-\infty, -4[$	−4	$\left]-4, \frac{5}{2}\right[$	$\frac{5}{2}$	$\left]\frac{5}{2}, 4\right[$	4	$]4, +\infty[$
Signe de $(5 - 2x)$	+	+	+	0	−	−	−
Signe de $(x + 4)$	−	0	+	+	+	+	+
Signe de $(x - 4)$	−	−	−	−	−	0	+

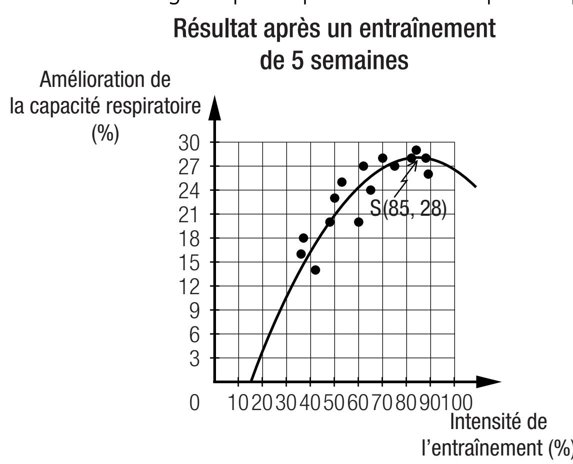
L'ensemble-solution est $]-\infty, -4] \cup \left[\frac{5}{2}, 4\right[$.

SECTION 3.3 La recherche de la règle

Problème

Page 152

Plusieurs réponses possibles. Exemple :
On représente les données dans un plan cartésien, puis on modélise le nuage de points par une fonction quadratique.



Selon ce modèle, on peut lire sur le graphique que l'augmentation de la capacité respiratoire sera d'environ 27 %.

Activité 1

Page 153

a. Ces fonctions ont les mêmes zéros, 3 et 5, et possèdent le même axe de symétrie en $x = 4$.

b. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$f(x) = x^2 - 8x + 15$
$g(x) = -6x^2 + 48x - 90$
$h(x) = 3x^2 - 24x + 45$

c. *Plusieurs conjectures possibles. Exemple :*
La règle de chacune de ces fonctions peut s'écrire sous la forme $f(x) = \mathrm{a}x^2 - 8\mathrm{a}x + 15\mathrm{a}$, ou $f(x) = \mathrm{a}(x^2 - 8x + 15)$ pour une certaine valeur de a.
Plusieurs arguments possibles. Exemple :
Toutes les fonctions de cette famille peuvent s'écrire sous la forme $f(x) = \mathrm{a}(x - 4)^2 + \mathrm{k}$ puisque l'équation de l'axe de symétrie est $x = 4$. De plus, le graphique de chaque fonction passe par le point (5, 0).
On a donc $0 = f(5) = \mathrm{a}(5 - 4)^2 + \mathrm{k} = \mathrm{a} + \mathrm{k}$.
Il en résulte que $\mathrm{k} = -\mathrm{a}$.
La règle de la fonction est donc
$f(x) = \mathrm{a}(x - 4)^2 - \mathrm{a} = \mathrm{a}x^2 - 8\mathrm{a}x + 15\mathrm{a}$.

d. ① 1 et 3. ② 2 et -1.
③ Il y a un seul zéro, -3.

e. ① $f_1(x) = 2x^2 - 8x + 6$ ② $f_2(x) = 3x^2 - 3x - 6$
③ $f_3(x) = x^2 + 6x + 9$

f. $-\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$ est la somme des zéros, $\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}}$ est le produit des zéros.
Soit x_1 et x_2, les zéros d'une fonction. Alors la fonction peut s'écrire :
$f(x) = \mathrm{a}(x - \mathrm{x}_1)(x - \mathrm{x}_2)$.
$f(x) = \mathrm{a}(x^2 - \mathrm{x}_1x - \mathrm{x}_2x + \mathrm{x}_1\mathrm{x}_2)$
$f(x) = \mathrm{a}x^2 - \mathrm{a}(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2)x + \mathrm{a}\mathrm{x}_1\mathrm{x}_2$.
On en déduit que $\mathrm{b} = -\mathrm{a}(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2)$, donc que $-\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}} = (\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2)$.
De la même façon, $\mathrm{c} = \mathrm{a}\mathrm{x}_1\mathrm{x}_2$, donc $\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}} = \mathrm{x}_1\mathrm{x}_2$.

Activité 2

Page 154

a. Fontaine de Tourny
Puisqu'on connaît le sommet, on privilégie l'écriture sous la forme canonique de la fonction.
$f(x) = \mathrm{a}(x + 2)^2 + 3$
On remplace ensuite x et $f(x)$ par les coordonnées du point connu pour déterminer la valeur du paramètre a.
$2{,}6 = \mathrm{a}(-1 + 2)^2 + 3$
$\mathrm{a} = -\frac{2}{5}$
En utilisant cette valeur, on obtient :
$f(x) = -\frac{2}{5}(x + 2)^2 + 3$.

Fontaines de Barcelone
Puisqu'on connaît les zéros, on privilégie l'écriture sous la forme factorisée de la fonction.
$f(x) = \mathrm{a}x(x - 12)$
On remplace ensuite x et $f(x)$ par les coordonnées du point connu pour déterminer la valeur du paramètre a.
$8{,}1 = 3\mathrm{a}(3 - 12)$
$\mathrm{a} = -0{,}3$
En utilisant cette valeur, on obtient : $f(x) = -0{,}3x(x - 12)$.

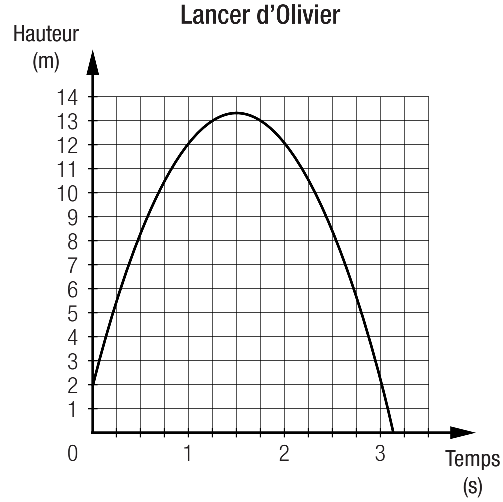
b. $(-2 - \sqrt{7{,}5}, 0)$, soit, au centimètre près, 4,74 m à gauche de la base du centre de la fontaine.

c. 10,8 m

Activité 3

Page 155

a. Lancer d'Olivier

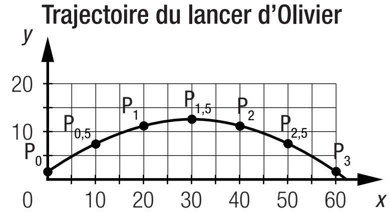


b. Le zéro est $\frac{-15 - \sqrt{265}}{-10}$, soit, approximativement, 3,1.
C'est la durée du lancer en secondes. La balle a touché le sol environ 3,1 s après avoir été lancée par Olivier.

c.

Temps écoulé (s)	*x*	*y*
0	0	2
0,5	10	8,25
1	20	12
1,5	30	13,25
2	40	12
2,5	50	8,25
3	60	2

Trajectoire du lancer d'Olivier



d. $y = -0{,}0125(x - 30)^2 + 13{,}25$ ou, sous la forme générale, $y = -0{,}0125x^2 + 0{,}75x + 2$.

e. L'abscisse à l'origine est $30 + 2\sqrt{265}$, soit, approximativement, 62,56. Elle représente le déplacement horizontal de la balle avant qu'elle ne touche le sol.
Ce déplacement est d'environ 62,56 m.

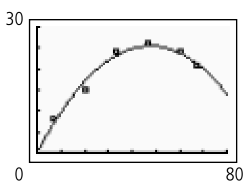
f. Les deux graphiques présentent des paraboles ouvertes vers le bas ayant le même maximum et la même ordonnée à l'origine. Les graphiques diffèrent par l'ouverture des paraboles, donc par leur abscisse à l'origine. De plus, le premier graphique présente deux variables aux dimensions différentes, une d'espace et l'autre de temps, alors que, dans le second, il s'agit de deux dimensions d'espace.

Technomath

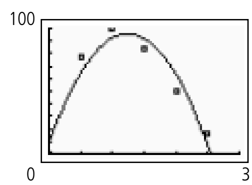
Page 156

a. Ces données représentent les valeurs des paramètres a, b et c de la courbe quadratique qui approxime le mieux le nuage de points de l'écran **2.**

b. **1)**



2)



c. **1)** 9,7278046 **2)** −4218,95

Mise au point 3.3

Page 159

1.

Fonction	1	2	3
a)	P = 33 S = −14	P = −15 S = 2	P = 8 S = 6
b)	−11 et −3	−3 et 5	2 et 4

Fonction	4	5	6
a)	P = −6 S = $-\frac{5}{2}$	P = $-\frac{1}{2}$ S = $-\frac{1}{12}$	P = 1 S = 4
b)	−4 et $\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{3}$	$2 + \sqrt{3}$ et $2 - \sqrt{3}$

2. a) 1 $f_1(x) = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 7$ 2 $f_2(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 3$

3 $f_3(x) = \frac{12}{25}x^2 + \frac{36}{25}x - \frac{73}{25}$

b) La courbe f_2.

3. a) 1 $x = 1$ 2 $x = -6$ 3 $x = 2$

b) 1 4 2 2 3 $\sqrt{3}$

c) **a)** $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ **b)** $d = \frac{x_2 - x_1}{2}$

4. a) Intervalle de croissance : $\left[\frac{7}{2}, +\infty\right[$.

Intervalle de décroissance : $\left]-\infty, \frac{7}{2}\right]$.

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 5$

c) $\left[-\frac{9}{8}, +\infty\right[$

Mise au point 3.3 (*suite*)

Page 160

5. $f(x) = \frac{3}{8}(x - 4)^2 - 6$

6. a) $f(x) = -\frac{5}{16}x^2 + \frac{5}{2}x$ **b)** $f(x) = -4x^2 + 80x - 275$

c) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{13}{2}$ **d)** $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 12$

e) $f(x) = -\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x + 6$ **f)** $f(x) = x^2 - 4x + 3$

g) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 4$ **h)** $f(x) = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{13}{4}$

7. $f_1(x) = -4x^2 + 16x - 12$ $f_2(x) = x^2 + 6x + 5$
$f_3(x) = 2x^2 + 4x - 6$ $f_4(x) = -2x^2 + 6x + 8$
$f_5(x) = \frac{1}{4}(x - 4)^2 - 1$ $f_6(x) = -4(x + 1)^2 + 9$

	f_1	f_2	f_3
Zéros de la fonction	1 et 3	−5 et −1	−3 et 1
Coordonnées du sommet	(2, 4)	(−3, −4)	(**−1**, **−8**)
Ordonnée à l'origine	**−12**	**5**	−6

	f_4	f_5	f_6
Zéros de la fonction	−1 et 4	**2 et 6**	**−2,5 et 0,5**
Coordonnées du sommet	$\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{2}\right)$	(4, −1)	(−1, 9)
Ordonnée à l'origine	8	3	5

Mise au point 3.3 (*suite*)

Page 161

8. a) En plaçant l'origine au point d'impact de la balle, on obtient $y = -\frac{1}{84}x^2 + \frac{12}{7}x$.

b) Au mètre près, la balle a atteint une hauteur de 62 m.

9. a) 8 m

b) Trajectoire orange : $y_1 = -0{,}19x^2 + 5{,}32x - 18{,}24$
On détermine le sommet de la trajectoire verte en évaluant la trajectoire orange en $x = 8$.
On trouve alors S(8, 12,16).
Trajectoire verte : $y_2 = -0{,}19x^2 + 3{,}04x$

Mise au point 3.3 (*suite*)

Page 162

10. a) *Plusieurs réponses possibles, selon la courbe tracée.*
Exemple :
Par la droite de régression quadratique que l'on peut obtenir à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, on détermine que
$f(x) = -0{,}0031x^2 + 0{,}6359x + 13{,}401$.

b) L'ordonnée à l'origine correspond à la hauteur à laquelle le projectile quitte la fronde du trébuchet et l'abscisse à l'origine, à la distance horizontale parcourue par le projectile.

c) *Plusieurs réponses possibles, selon l'équation trouvée.*
Exemple :
En modélisant la situation par la courbe de régression quadratique, on trouve 248 m.

11. a) $f_1(1) = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1 = 0$;
$f_2(1) = -4 \cdot 1^2 + 1 \cdot 1 + 3 = 0$;
$f_3(1) = 0{,}5 \cdot 1^2 + 1{,}5 \cdot 1 - 2 = 0$

b) Pour $f_1 : \frac{1}{2}$ Pour $f_2 : -\frac{3}{4}$ Pour $f_3 : -4$
Explication : la valeur du second zéro est de $\frac{c}{a}$ puisque le produit des zéros est $\frac{c}{a}$ et qu'un des zéros vaut 1.

c) 2 et $-\frac{4}{3}$.

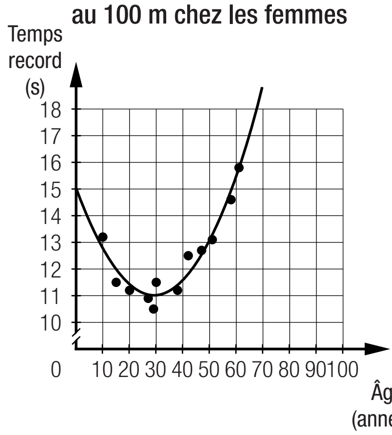
12. a) Le deuxième zéro est -4.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
La somme des deux zéros est -1, car $\frac{-b}{a} = \frac{-k}{k} = 1$.
L'un des zéros étant 3, l'autre zéro est donc $-1 - 3$.

b) Le deuxième zéro est $\frac{1}{2}$.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
Le produit des zéros est égal à 1, car $\frac{c}{a} = \frac{k}{k} = 1$.
La valeur du premier zéro étant 2, le second doit donc valoir $1 \div 2$.

c) $-\frac{1}{2}$
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
Le produit des zéros est égal à k. Puisque le premier zéro est 1, le second est k. La somme des zéros est égale à $-k$. Donc $k + 1 = -k$, ce qui permet de conclure que $k = -\frac{1}{2}$.

Mise au point 3.3 (*suite*) **Page 163**

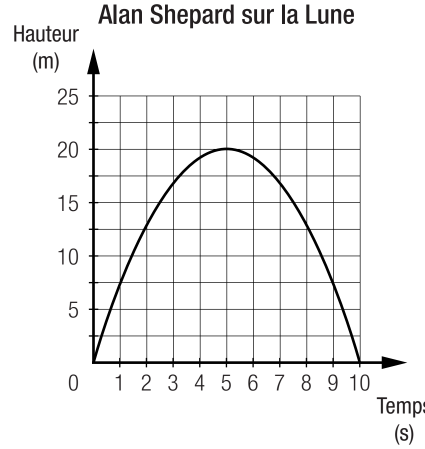
13. a) Records américains au 100 m chez les femmes



b) *Plusieurs réponses possibles, selon la courbe tracée en **a).***
En modélisant les données par la courbe de régression quadratique, on obtient :
$f(x) = 0{,}0046x^2 - 0{,}267x + 14{,}899$.

c) *Plusieurs réponses possibles, selon la règle de la fonction quadratique trouvée en **b).***
Selon la règle présentée ici, on obtient, au dixième de seconde près, 18,7 s.

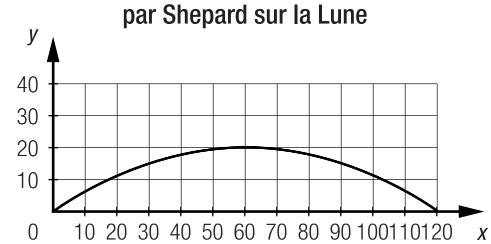
14. a) Balle frappée par Alan Shepard sur la Lune



b) 0 s et 10 s. Les zéros représentent respectivement le moment où la balle est frappée et le moment ou elle touche le sol lunaire.

c) Soit x : le déplacement horizontal de la balle (en m);
y : la hauteur de la balle (en m).

Trajectoire de la balle frappée par Shepard sur la Lune



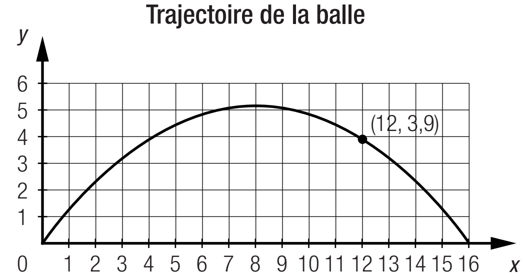
d) $f(x) = -\frac{1}{180}x^2 + \frac{2}{3}x$

e) À 120 m de l'astronaute.

Mise au point 3.3 (*suite*) **Page 164**

15. a) Soit x : le déplacement horizontal de la balle (en m);
y : la hauteur de la balle (en m) relativement au point de départ du lancer.

Trajectoire de la balle



b) *Plusieurs réponses possibles, selon la position des axes. Exemple :*
Pour la trajectoire tracée ci-dessus, l'équation est :
$y = -\frac{13}{160}x(x - 16)$.

c) 6,8 m

16. a) $f(x) = \frac{4}{375}x^2 + 6$

b) À 8,6 cm du bord du récipient.

Chronique du passé

Page 166

1. a) $x^3 = 39x + 200$
La formule de Cardan permet de déterminer que 8 est une solution de cette équation.

b) Par le théorème du reste, on sait que le polynôme $x^3 = 39x + 200$ est divisible par $(x - 8)$. En effectuant cette division, on obtient le quotient $x^2 + 8x + 25$.
On a donc l'équation $(x - 8)(x^2 + 8x + 25) = 0$, ce qui implique que $x - 8 = 0$ ou $x^2 + 8x + 25 = 0$.
Or, l'équation $x^2 + 8x + 25 = 0$ n'a pas de solution réelle, car son discriminant a une valeur négative de $^-36$.

Chronique du passé (*suite*)

Page 167

2. a) $(7 + \sqrt{^-15})(7 - \sqrt{^-15})$ Cette expression correspond à une différence de carré.

$49 - (\sqrt{^-15})^2$ Lorsqu'on élève au carré une racine carrée, la valeur obtenue est celle du radicande. Dans ce cas-ci, on obtient donc $^-15$.

$49 - (^-15) = 64$

b) $(2 + 3i)(2 - 3i)$
$4 - 9i^2$
$4 + 9 = 13$

3. a) $y^2 - 13y + 36 = 0$

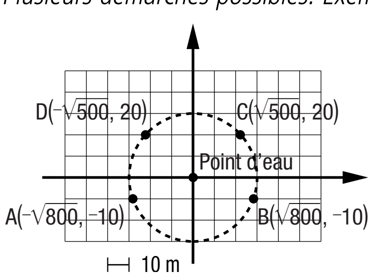
b) $(y - 9)(y - 4) = 0$, d'où l'on trouve $y = x^2 = 9$ et $y = x^2 = 4$.
Les solutions de l'équation sont $^-3$, $^-2$, 2 et 3.

c) $[^-3, ^-2] \cup [2, 3]$

Le monde du travail

Page 168

1. *Plusieurs démarches possibles. Exemple :*

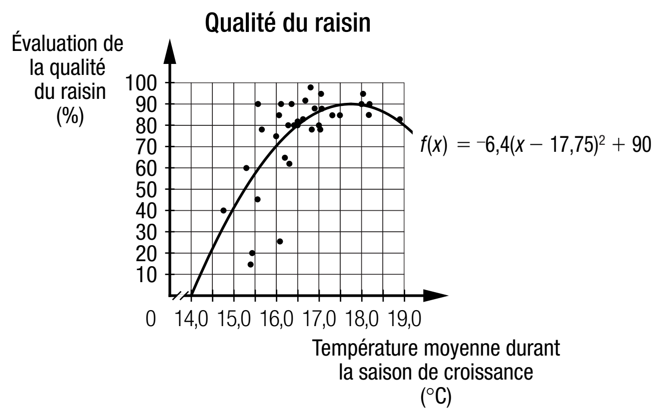


Pour faciliter les explications, on utilise un plan cartésien dans lequel la position du point d'eau est l'origine. Selon la première contrainte, les 4 terriers doivent se trouver à 30 m du point d'eau ; cela signifie qu'ils doivent être placés sur un cercle de 30 m de rayon centré à l'origine du plan cartésien. On sait également que les terriers ne peuvent pas être situés à moins de 20 m des limites du terrain ; dans le plan, cela signifie qu'aucun des points représentant les terriers ne doit avoir une ordonnée inférieure à $^-10$. On choisit l'emplacement des 2 premiers terriers, A et B, en prenant cette valeur limite de $^-10$ comme ordonnée, et on détermine l'abscisse de ces 2 points en appliquant la relation de Pythagore. La distance entre les 2 terriers est alors de $2\sqrt{800}$, soit environ 56,57 m. Pour être certain que l'emplacement des 2 derniers terriers est au moins à 30 m des 2 premiers, on choisit les points qui se trouvent sur le cercle dont l'ordonnée a une valeur supérieure de 30 à celle des points A et B, soit l'ordonnée 20. On calcule ensuite l'abscisse de ces points en utilisant la relation de Pythagore, comme on l'a fait pour les points A et B. Les coordonnées des points C et D sont donc respectivement $(\sqrt{500}, 20)$ et $(^-\sqrt{500}, 20)$. Il ne reste qu'à vérifier si la distance entre les terriers C et D est supérieure à 30 m, ce qui est le cas puisqu'elle est d'environ 44,72 m.

Le monde du travail (*suite*)

Page 169

2. *Plusieurs réponses possibles. Le modèle peut varier légèrement d'un ou une élève à l'autre.*
Le texte devrait expliquer, sur la base des propriétés du modèle comme le sommet, les intervalles de croissance et de décroissance et les zéros, l'évolution de la qualité du raisin en fonction de la température.

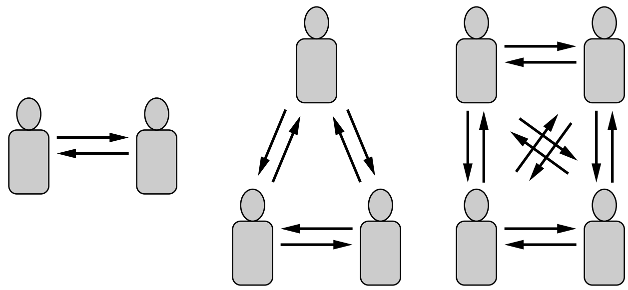


Vue d'ensemble

Page 170

1. a) $y = {}^-2x^2 + 7x - 3$ **b)** $y = 2x^2 + 7x + 3$
c) $y = {}^-2x^2 - 7x - 3$ **d)** $y = 2x^2 + 5x$
e) $y = 2x^2 - 7x + 1$ **f)** $y = 2x^2 - 23x + 66$

2. a) $f(n) = n(n - 1)$
Pour que le schéma corresponde à cette règle, il doit montrer que les joueurs jouent deux parties contre chacune des personnes participant au tournoi.



b) 20 joueurs.

c) 42, 56, 72 ou 90 parties on été disputées.

3.

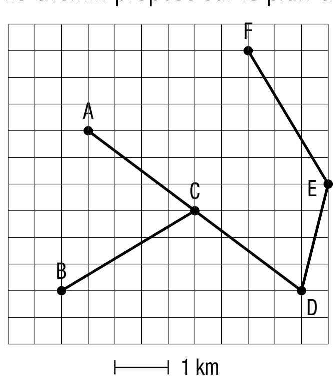
Fonction	1	2
a)	$]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$	$]-\infty, -2[\cup]6, +\infty[$
b)	$\{-2, 2\}$	$\{-2, 6\}$
c)	$]-2, 2[$	$]-2, 6[$

Fonction	3
a)	$\left]\frac{-2-\sqrt{5}}{2}, 0\right[\cup \left]0, \frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right[$
b)	$\left\{\frac{-2-\sqrt{5}}{2}, 0, \frac{-2+\sqrt{5}}{2}\right\}$
c)	$\left]-\infty, \frac{-2-\sqrt{5}}{2}\right[\cup \left]\frac{-2+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right[$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 171

4. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Le chemin proposé sur le plan ci-dessous mesure 12,89 km.



5. a) 1) Après 2 s.
2) La fusée se trouvait à 18,75 m, à 35 m et à 60 m de hauteur.

b) 1) Après 6 s.
2) La fusée a atteint une hauteur de 80 m.

6. a) 1) (2, −1) **2)** (1, 2) **3)** (0, 3)
4) (−1, 2) **5)** (−2, −1)

b) $f(x) = -x^2 + 3$

c) Oui. Les paramètres a des deux règles sont opposés l'un à l'autre, et les paramètres c sont identiques.

d) Soit la règle $f(x) = ax^2 + bx + c$. L'équation de la parabole formée par la position des différents sommets lorsque la valeur du paramètre b varie est $y = -ax^2 + c$.
Démonstration
Si b = 0, l'équation est $y = ax^2 + c$ et les coordonnées du sommet sont (0, c).
Si b = 1, l'équation est $y = ax^2 + x + c$
et les coordonnées du sommet sont $\left(-\frac{1}{2a}, -\frac{1}{4a} + c\right)$.
Si b = −1, l'équation est $y = ax^2 - x + c$
et les coordonnées du sommet sont $\left(\frac{1}{2a}, -\frac{1}{4a} + c\right)$.
Par symétrie, on voit que le sommet de la parabole formée par les sommets des équations est (0, c).
Donc, $y = a_1x^2 + c$. En utilisant le point $\left(\frac{1}{2a}, -\frac{1}{4a} + c\right)$, on détermine que $a_1 = -a$ et, par conséquent, que l'équation de la parabole formée par l'ensemble des sommets est $y = -ax^2 + c$.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 172

7. a) Oui. En plaçant l'origine du système d'axes sur le bord du toit de l'immeuble le plus haut, on trouve l'équation de la trajectoire, soit $y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1$.
Le traceur arrivera à la hauteur du toit de l'immeuble en contrebas lorsque $y = -3$. Le déplacement horizontal du traceur sera alors de 6 m, ce qui est supérieur à la distance entre les deux immeubles.

b) $3\sqrt{5}$ m, soit environ 6,71 m.

8. a) À 6,36 m.

b) $y = -0{,}0754(x - 6{,}36)^2 + 6{,}1$

c) Au centimère près, la distance est de 9 cm.

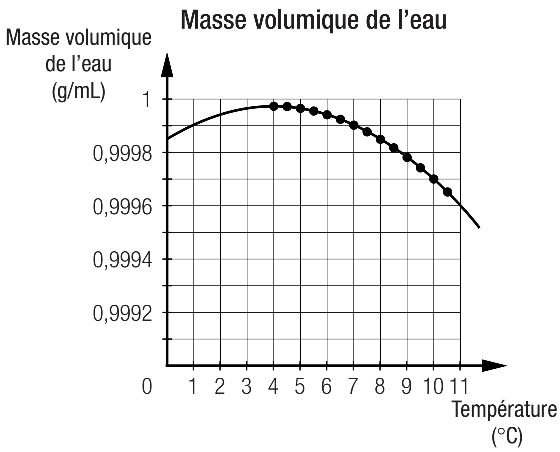
Vue d'ensemble (*suite*)

Page 173

9. a) $(200 + 5n)(1000 - 10n) > 225\ 000$
$200\ 000 - 2000n + 5000n - 50n^2 > 225\ 000$
$-50n^2 + 3000n - 25\ 000 > 0$

b) Oui. Le nombre de groupes supplémentaires de 5 passagers excédentaires devrait se situer entre 10 et 50. L'avion doit transporter entre 250 et 450 passagers pour que la compagnie ait un revenu de plus de 225 000 $.

10. a)



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
La courbe de régression quadratique déterminée à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique donne $f(x) = {}^-7{,}290709 \cdot 10^{-6}x^2 + 5{,}6256743 \cdot 10^{-5} + 0{,}9998657343$.

c) La masse volumique de l'eau à 0 °C.

d) Non. Il pourrait être valable pour des températures allant de 0 à 100 °C puisque, en dehors de cet intervalle, l'eau n'est plus sous forme liquide et il serait inapproprié de présumer que le modèle est toujours valable. Par ailleurs, la masse volumique devant être supérieure à 0, on vérifie que c'est le cas sur tout le domaine de la fonction. Dans le cas où l'eau serait à 100 °C, on trouve que sa densité serait de 0,9326 g/mL, ce qui est une valeur possible pour la masse volumique.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 174

11. a) Amorti court : $f(x) = {}^-\frac{1}{4}x^2 + 1$.

Amorti long : $g(x) = {}^-\frac{1}{27}x^2 - \frac{2}{9}x + 1$.

b) À 2 m.

c) La balle a atteint $\frac{4}{3}$ m de hauteur, soit, au centimètre près, 1,33 m.

d) Environ 2,93 fois.

12. a) $x \in]0, 1[$ **b)** $x \in [4, {}^+\infty[$ **c)** $x \in [0, {}^+\infty[$

13. a) $(x - 1)^3$

b) $x \in]11, 1 + 10\sqrt[3]{2}[$, ou au millimètre près, entre 11,0 et 13,6 mm.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 175

14. a) Oui. La bouteille se trouvera à la hauteur de la nacelle 0,55 s après le lancer de Raoul.

b) Non. La bouteille se trouverait, au minimum, à 1 m sous le niveau de la nacelle, et ce, 1 s après le lancer de Raoul.

15. a) La lance doit se trouver, au mètre près, par rapport au mur, à une distance allant de 0 m à 16 m ou de 34 m à 52 m.

b) La lance doit se trouver, au mètre près, par rapport au mur, à une distance allant de 26 m à 34 m.

16. a) $f_1(x) = 0{,}5(x - 4)^2$ $f_2(x) = {}^-0{,}5(x - 4)^2 + 8$

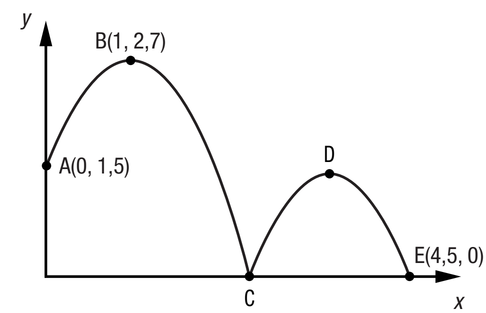
b) $A(4, 8)$ $B(4 - 2\sqrt{2}, 4)$ $C(4, 0)$ $D(4 + 2\sqrt{2}, 4)$

c) $P = 8\sqrt{6}$ u $\approx 19{,}6$ u $A = 16\sqrt{2}$ u$^2 \approx 22{,}63$ u^2

Banque de problèmes

Page 176

17. La hauteur atteinte par la balle au deuxième rebond est de 1,2 m.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
On peut représenter cette situation dans le plan cartésien, comme ci-dessous. La hauteur recherchée correspond alors à l'ordonnée du point D.



1. L'équation de la 1^re^ parabole
Le point B est le sommet de cette parabole. On a donc $y = a(x - 1)^2 + 2{,}7$.
En utilisant les coordonnées du point A, on obtient $1{,}5 = a(0 - 1)^2 + 2{,}7$.
Donc, $a = {}^-1{,}2$.
L'équation est $y = {}^-1{,}2(x - 1)^2 + 2{,}7$.

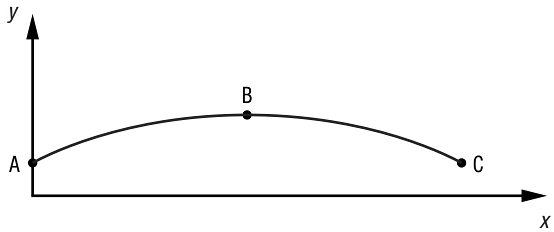
2. L'abscisse du point C
Il suffit de remplacer y par 0 dans l'équation précédente et de résoudre cette équation.

$$0 = {}^-1{,}2(x - 1)^2 + 2{,}7$$
$$(x - 1)^2 = 2{,}25$$
$$x = 1 \pm 1{,}5$$

On doit conserver la solution positive. L'abscisse du point C est donc 2,5.

3. L'ordonnée du point D
Puisque les deux paraboles ont la même ouverture, les deux équations ont donc le même paramètre a.
L'équation de la 2^e^ parabole est donc $y = {}^-1{,}2(x - 2{,}5)(x - 4{,}5)$.
Le point D étant le sommet de cette parabole, son abscisse est 3,5.
L'ordonnée du point D est ${}^-1{,}2(3{,}5 - 2{,}5)(3{,}5 - 4{,}5) = 1{,}2$.

18. *Plusieurs réponses possibles, selon le choix de la position des axes. Exemple :*
Dans un plan cartésien, on peut représenter schématiquement la trajectoire de la balle, telle qu'elle est vue par le cultivateur.

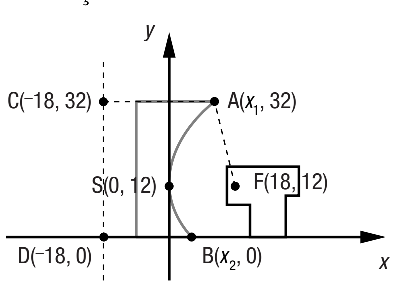


L'axe des x est situé à la hauteur du bord de la fenêtre du train. L'axe des y passe par l'endroit, dans le champ de vision du cultivateur, où la balle est lancée par la personne.
A est la position de la balle au début du lancer, à $t = 0$.
B est la position de la balle au milieu du lancer, à $t = 0{,}4$.
C est la position de la balle à la fin du lancer, à $t = 0{,}8$.
Selon cette position des axes, l'ordonnée de chaque point de la trajectoire correspond à la hauteur de la balle à différents moments du lancer.
Ordonnée de A : $h(0) = -5(0)^2 + 4(0) + 0{,}2 = 0{,}2$
Ordonnée de B : $h(0{,}4) = -5(0{,}4)^2 + 4(0{,}4) + 0{,}2 = 1$
Ordonnée de C : $h(0{,}8) = -5(0{,}8)^2 + 4(0{,}8) + 0{,}2 = 0{,}2$
L'abscisse du point C correspond au déplacement du train vers la droite durant les 0,8 s que dure le lancer.
Ce déplacement est de 16 m, soit $20 \times 0{,}8$.
L'abscisse du point B est la moitié de celle du point C.
Par conséquent, les coordonnées des trois points sont A(0, 0,2), B(8, 1) et C(16, 0,2).
La courbe est une parabole dont le point B est le sommet.
Son équation est de la forme $y = a(x - 8)2 + 1$.
En utilisant les coordonnées du point A, on obtient $0{,}2 = a(0 - 8)^2 + 1$.
La résolution donne $a = \frac{1}{80}$.
L'équation de la trajectoire est donc $y = -\frac{1}{80}(x - 8)^2 + 1$.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 177

19. La distance est de 32,2 m, environ.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
On peut représenter la situation dans un plan cartésien de la façon suivante.



La parabole est formée de tous les points qui sont situés à égale distance du foyer F et de la droite d'équation $x = -18$.
Puisque le point A est situé sur la parabole, on a $d(\text{A, C}) = d(\text{A, F})$, ce qui se traduit par l'équation :
$x_1 - (-18) = \sqrt{(x_1 - 18)^2 + (32 - 12)^2}$.
En élevant au carré, on obtient
$(x_1 + 18)^2 = (x_1 - 18)^2 + 20^2$.
La résolution donne $x_1 = \frac{50}{9}$.
De la même façon, on trouve l'abscisse du point B.
On a $d(\text{B, D}) = d(\text{B, F})$, ce qui se traduit par l'équation :
$x_2 - (-18) = \sqrt{(x_2 - 18)^2 + (0 - 12)^2}$.
En élevant au carré et en isolant la variable, on obtient $x_2 = 2$.
La distance entre les points A et B est :
$\sqrt{\left(\frac{50}{9} - 2\right)^2 + (32 - 0)^2} \approx 32{,}2$.

20. *Plusieurs conjectures et démonstrations possibles. Exemple :*
Conjecture
La somme d'un nombre positif et de son inverse est toujours supérieure ou égale à 2.
Démonstration
Soit x, un nombre réel positif différent de 0.
Son inverse est $\frac{1}{x}$.
On détermine l'ensemble-solution de l'inéquation :
$x + \frac{1}{x} \geq 2$.
Puisque $x > 0$, on peut multiplier chaque membre de cette inéquation par x sans changer le sens de l'inégalité.
On obtient alors les inéquations équivalentes suivantes :
$$x^2 + 1 \geq 2x$$
$$x^2 - 2x + 1 \geq 0$$
$$(x - 1)^2 \geq 0$$
Cette dernière inéquation admet toutes les valeurs de x comme solution, puisque le carré d'un nombre réel est toujours positif. L'ensemble-solution de l'inéquation $x + \frac{1}{x} \geq 2$ est donc $]0, +\infty[$, ce qui démontre la conjecture.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 178

21. La vitesse du courant doit être inférieure à $20\sqrt{3}$ m/min, soit approximativement 34,6 m/min.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
En été, lorsqu'il n'y a pas de courant, il faut 1 min à Lysandre pour franchir 60 m. Sa vitesse est donc de 60 m/min.
Soit x, la vitesse du courant au printemps (en m/min).
Lorsque Lysandre avance en suivant le courant, sa vitesse par rapport à la rive est de $(60 + x)$ m/min, car la vitesse du courant s'ajoute alors à la vitesse de Lysandre par rapport à l'eau. À l'inverse, lorsqu'elle avance à contre-courant, sa vitesse par rapport à la rive est de $(60 - x)$ m/min. Puisque, à l'aller comme au retour, elle parcourt 60 m, le temps du trajet à l'aller est égal à $\left(\frac{60}{60 + x}\right)$ min et celui au retour, à $\left(\frac{60}{60 - x}\right)$ min.

On doit donc résoudre l'inéquation suivante :
$\left(\frac{60}{60 + x}\right) + \left(\frac{60}{60 - x}\right) < 3.$
On peut supposer que $x < 60$, sinon Lysandre ne pourrait pas revenir de la plage ; de plus, $x > 0$, selon le contexte. En multipliant chaque membre de l'inégalité par $(60 + x)(60 - x)$, qui est nécessairement un nombre positif dans le cas présent, et en simplifiant, on obtient :

$$60\,(60 - x) + 60\,(60 + x) < 3\,(60 + x)\,(60 - x)$$
$$7200 < 3(3600 - x^2)$$
$$x^2 < 1200$$

La valeur de x étant positive, on a donc $x < \sqrt{1200}$, ce qui équivaut à $x < 20\sqrt{3}$.

22. Les coordonnées du sommet sont $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{-c(x_1 - x_2)^2}{4x_1x_2}\right)$.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
La règle d'une fonction quadratique écrite sous la forme factorisée est $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$. Puisque $f(0) = c$, on a la suite d'égalités $c = a(0 - x_1)(0 - x_2) = ax_1x_2$.
Par conséquent, $a = \frac{c}{x_1x_2}$. La règle de la fonction peut donc s'écrire sous la forme suivante :
$f(x) = \frac{c(x - x_1)(x - x_2)}{x_1x_2}$.
Soit (h, k) les coordonnées du sommet. L'abscisse h correspond à la moyenne des zéros, car le sommet se trouve sur l'axe de symétrie.
On a donc $h = \frac{x_1 + x_2}{2}$.
L'ordonnée du sommet est
$k = f(h) = f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) =$.
Après réduction, on obtient $k = \frac{-c(x_1 - x_2)^2}{4x_1x_2}$.

23. *Plusieurs solutions possibles. Exemple :*

1re étape : La représentation des zéros irrationnels *s* et *t*
Puisque les coefficients de la fonction quadratique sont des nombres entiers, on peut, en se servant de la formule quadratique, exprimer les zéros de la fonction sous la forme $A \pm \sqrt{B}$, où A et B sont des nombres rationnels.
Sachant que s et t sont des zéros de cette fonction et que $s < t$, on peut écrire :
$s = A - \sqrt{B}$ et $t = A + \sqrt{B}$. De plus, puisque s et t sont des nombres irrationnels,
on sait que B n'est pas un carré parfait, donc que $\sqrt{B}$ est un nombre irrationnel.

2e étape : La détermination des valeurs de A et de B
En substituant ces expressions à s et t dans l'équation $s^2 + 2t = 6$, on obtient :

$$(A - \sqrt{B})^2 + 2(A + \sqrt{B}) = 6$$
$$A^2 - 2A\sqrt{B} + B + 2A + 2\sqrt{B} = 6$$
$$\underbrace{(A^2 + B + 2A)}_{\in \mathbb{Q}} + \underbrace{(2 - 2A)\sqrt{B}}_{?} = \underbrace{6}_{\in \mathbb{Q}}$$

On obtient une somme de deux termes qui est égale à 6. Le premier terme de cette égalité, soit $(A^2 + B + 2A)$, est un nombre rationnel. Puisque 6 est un nombre rationnel, l'égalité n'est possible que si le deuxième terme, $(2 - 2A)\sqrt{B}$, est également rationnel.
Or, $(2 - 2A)\sqrt{B}$ est un nombre rationnel si et seulement si $2 - 2A$ égale 0. On peut donc conclure que $A = 1$.
En remplaçant A par 1 dans l'équation ci-dessus, on obtient $(3 + B) + 0 = 6$. Donc, $B = 3$.

3e étape : La vérification de l'égalité $t^2 + 2s = 6$
On a donc $s = 1 - \sqrt{3}$ et $t = 1 + \sqrt{3}$.
On constate alors que

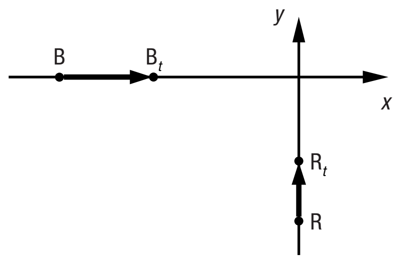
$$\begin{aligned} t^2 + 2s &= (1 + \sqrt{3})^2 + 2(1 - \sqrt{3}) \\ &= 1 + 2\sqrt{3} + 3 + 2 - 2\sqrt{3} \\ &= 6 \end{aligned}$$

Banque de problèmes (*suite*)

Page 179

24. Oui, c'est possible si la décélération de la voiture se situe dans l'intervalle allant de 0,5 m/s² à 0,625 m/s².
Plusieurs justifications possibles. Exemple :
Pour que la voiture ne s'immobilise pas avant 20 s, il faut que l'abscisse du sommet associé à la fonction $d(t)$ soit supérieure ou égale à 20. Cela se traduit par l'inéquation $\frac{-(-25)}{2a} \geq 20$. Cette inéquation équivaut à $a \leq \frac{5}{8}$.
Pour que la voiture n'ait pas dépassé l'intersection lorsque le feu passe au vert après 20 s, il faut que $d(20)$ soit positif. Cela se traduit par l'inéquation $a(20)^2 - 25(20) + 300 \geq 0$. Cette inéquation équivaut à $a \geq \frac{1}{2}$.
Par conséquent, si le paramètre a se trouve dans l'intervalle $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{8}\right]$, la voiture ne s'immobilisera pas avant 20 s (l'automobiliste n'a pas besoin d'accélérer) ni n'arrivera à l'intersection avant 20 s (l'automobiliste n'a pas besoin de freiner).

25. Les deux boules ne se toucheront pas. Elles seront le plus près l'une de l'autre après 2,56 s, environ.
Plusieurs démarches possibles. Exemple :
On peut représenter la position du centre des deux boules dans un plan cartésien en situant les axes sur leur trajectoire. Soit B(−2,1, 0) et R(0, −1,2), la position du centre des deux boules au départ. Chaque boule se déplace à une certaine vitesse dans la direction indiquée par les flèches.



La boule blanche se déplace à une vitesse de 0,8 m/s. Après t secondes, elle se trouvera à $0{,}8t$ mètre à la droite de son point de départ. La position du centre de cette boule après t secondes sera donc $B_t(^-2{,}1 + 0{,}8t,\ 0)$.
La boule rouge se déplace à une vitesse de 0,5 m/s. Après t secondes, elle se trouvera à $0{,}5t$ mètre au-dessus de son point de départ. La position du centre de cette boule après t secondes sera donc $R_t(0,\ ^-1{,}2 + 0{,}5t)$.

La distance entre le centre des deux boules après t secondes est donc décrite par la fonction
$d(t) = \sqrt{((^-2{,}1 + 0{,}8t) - 0)^2 + (0 - (^-1{,}2 + 0{,}5t))^2}$,
qui peut se réduire à $d(t) = \sqrt{0{,}89t^2 - 4{,}56t + 5{,}85}$.

Puisque le rayon des boules est de 3 cm, ou 0,03 m, les boules se toucheront si et seulement si $d(t) = 0{,}06$ pour une certaine valeur de t. En élevant au carré chaque membre de cette équation, on obtient l'équation suivante, qu'on peut chercher à résoudre.
$0{,}89t^2 - 4{,}56t + 5{,}85 = 0{,}0036$
$0{,}89t^2 - 4{,}56t + 5{,}8464 = 0$
Le discriminant :
$(^-4{,}56)^2 - 4(0{,}89)(5{,}8464) = {}^-0{,}019584 < 0$
Puisque le discriminant est négatif, il n'y a pas de solution réelle. Les deux boules ne se toucheront pas.
Pour déterminer le moment où les boules seront le plus près l'une de l'autre, il faut déterminer à quelle valeur de t la distance sera minimale ou, ce qui revient au même, à quelle valeur de t la distance au carré sera minimale.
La distance au carré est une fonction quadratique dont la règle est : $f(t) = 0{,}89t^2 - 4{,}56t + 5{,}85$.
Puisque le paramètre a est positif, le minimum de la fonction est atteint au sommet, c'est-à-dire lorsque $t = \frac{-(^-4{,}56)}{2(0{,}89)} \approx 2{,}56$.

VISION 4 La géométrie analytique et les systèmes d'équations

RÉVISION 4

Réactivation 1

Page 182

a. **1)** (50, 41) **2)** (62, 50)

b. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
(20, 18,5), (30, 26), (40, 33,5)

c. $y = \frac{3}{4}x + 3{,}5$

d. Oui.

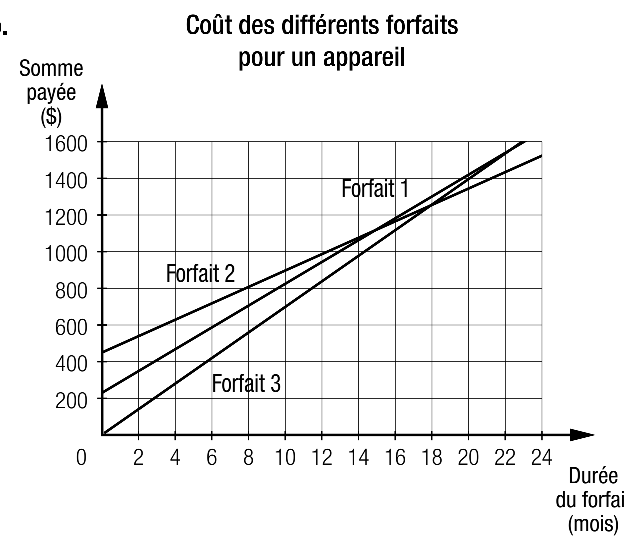
e. C'est la médiatrice du segment GD.

Réactivation 2

Page 183

a. Forfait **1** : $f_1(x) = 60x + 225$ (pour $x \geq 1$ seulement).
Forfait **2** : $f_2(x) = 45x + 450$
Forfait **3** : $f_3(x) = 70x$

b.



c. **1)** Le forfait **3.**
2) Le forfait **2.**
3) Le forfait **2.**

d.

Durée (mois)	16	17	18	19
Somme payée pour le forfait 2 ($)	1170	1215	1260	1305
Somme payée pour le forfait 3 ($)	1120	1190	1260	1330

En observant la table de valeurs, on constate qu'il est préférable de choisir le forfait **2** si l'on s'abonne pour une période supérieure à 18 mois.

e. (15, 1125), (18, 1260), (22,5, 1575)
La première coordonnée de ces points correspond aux trois moments ou 2 des 3 entreprises ont le même tarif, indiqué par la deuxième coordonnée.

f. Il n'est jamais avantageux de choisir le forfait **1.**

Mise à jour **Page 186**

1. a) $\approx$ 561,10 km

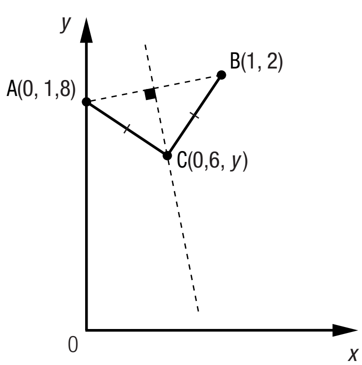
b) *Plusieurs réponses possibles :* Faire le trajet suivant : Bora Bora, Raiatea, Maiao, Tahiti, Thémae, Huahine, Bora Bora.
Ce trajet serait environ de 518,75 km.

2. a) 1) $y = -\frac{3}{2}x + 13$

2) $y = -\frac{3}{2}x + 13$

b) Les trois points A, B et C sont alignés.

3. a)



b) (0,6, 1,4)

c) La longueur de chacune des cordes est de $0{,}2\sqrt{13}$ m, soit environ 72 cm.

Mise à jour (*suite*) **Page 187**

4. a) (4, 5)

b) (−2, −1)

c) Aucune solution.

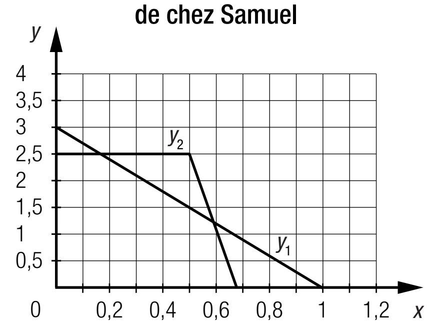
d) $\left(\frac{14}{19}, \frac{92}{19}\right)$

e) (−0,5, −2)

f) Il y a une infinité de solutions (x peut prendre toutes les valeurs réelles).

5. a) $y_1 = 3 - 3x$

b) Distance séparant Jonathan et Léonie de chez Samuel



c) Jonathan et Léonie se trouvent à la même distance de chez Samuel à 12 h 10, et il leur restera alors 2,5 km à parcourir.
Ils se retrouveront une seconde fois à la même distance de chez Samuel à 12 h 35. Il leur restera alors 1,25 km à parcourir.

d) Léonie se trouve deux fois plus proche de chez Samuel vers 12 h 37 min 47 s. Jonathan doit encore parcourir environ 1111 m pour se rendre chez Samuel.

6. a) La température de l'eau et celle de l'alcool au début de l'expérience.

b) *Plusieurs réponses possibles selon la précision du graphique. Exemple :*
Approximativement (70, 55). Les deux liquides étaient à la même température, soit environ 55 °C, 70 s après le début de l'expérience.

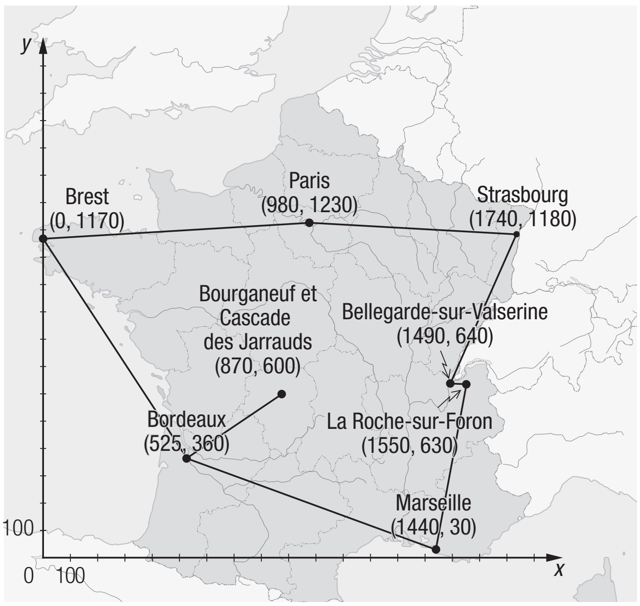
c) $y = 0{,}5x + 20$
$y = 0{,}85x - 5$

d) (71,4, 55,7)

SECTION 4.1 Des points et des segments dans le plan cartésien

Problème

Page 189



La longueur minimale de câble pour ce projet est environ de 5367,58 km.

Activité 1

Page 190

a. L'accroissement des ordonnées est de $^-2$.

b. L'accroissement des abscisses est de 10.

c. Les coordonnées sont (2, 0,25).

d. Il s'agit d'un triangle rectangle.

e. **1)** La distance est de 2 m.

2) La distance est de 10 m.

3) La distance est environ de 10,2 m.

Activité 2

Page 191

a. Les coordonnées sont (10, $^-30$).

b. **1)** Les coordonnées sont ($^-40$, $^-30$).

2) Les coordonnées sont (10, 30).

3) Les coordonnées sont ($^-40$, 30).

c. La borne est située plus près du point C puisque, si l'on divise le segment en trois, le point P est situé à deux parties du point D et à une partie du point C.

d. La borne d'arpentage partage le segment DC dans le rapport 2 : 1.

e) **1)** Les coordonnées sont (40, 30).

2) Les coordonnées sont (60, 90).

3) Les coordonnées sont (60, 30).

Activité 3

Page 192

a. Il faut démontrer que m $\overline{AM}$ = m $\overline{BM}$ = m $\overline{CM}$.

b. A(0, *b*), B(*a*, 0), C(0, 0)

c. $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$

d. **1)** $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ **2)** $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ **3)** $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$

e. m $\overline{AM}$ = m $\overline{BM}$ = m $\overline{CM}$

f. Cette représentation permet de travailler plus facilement avec les coordonnées des sommets du triangle, car celles-ci comportent un nombre minimal de variables.

Technomath

Page 193

a. **1)** On a déplacé le triangle rectangle.

2) On a changé les dimensions du triangle rectangle.

3) On a changé les dimensions du triangle rectangle et la pente du segment AB.

b. **1)** Par exemple, pour l'écran **3** : $\frac{1,7 + 6,7}{2} = 4,2$.

2) Par exemple, pour l'écran **3** : $\frac{1,5 + 4,7}{2} = 3,1$.

c. **1)** Le quotient et la pente du segment AB sont identiques ou presque identiques.

2) Écran **4** : ≈ 5,94 cm
Écran **5** : ≈ 10,57 cm
Écran **6** : ≈ 10,8 cm

d. **1)** Non, il n'existe aucune relation entre la pente d'un segment et sa longueur.

2) La pente est 0.

3) La pente est non définie.

Mise au point 4.1

Page 196

1. *Plusieurs réponses possibles. Exemple:*

Parce que $(3 - 6)^2 = (6 - 3)^2$ puisque $(^-3)^2 = 3^2$ et parce que $(4 - 8)^2 = (8 - 4)^2$ puisque $(^-4)^2 = 4^2$.

2. **a)** $\sqrt{58} \approx 7,62$ u

b) $\sqrt{349} \approx 18,68$ u

c) $10\sqrt{145} \approx 120{,}42$ u

d) $\sqrt{5785} \approx 76{,}06$ u

e) $\sqrt{154{,}25} \approx 12{,}42$ u

3. **a)** $\frac{3}{5}$ **b)** $-\frac{1}{7}$ **c)** -6 **d)** 1

4. **a)** Un triangle rectangle.

b) Un triangle équilatéral.

c) Un triangle isocèle.

d) Un triangle scalène.

e) Un parallélogramme.

f) Un parallélogramme.

g) Un rectangle.

h) Un trapèze isocèle.

i) Un carré.

j) Un losange.

5. **a)** (9, 7) **b)** (10, 14)

c) (0, 8) **d)** (1, 0)

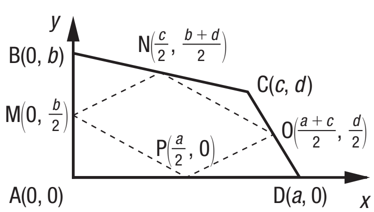
Mise au point 4.1 (*suite*) **Page 197**

6. **a)** $\left(7, \frac{25}{3}\right)$ **b)** (6, 10)

c) (7, 9,25) **d)** $(1, -4)$

e) (6, 12) **f)** $\left(\frac{79}{12}, \frac{158}{15}\right)$

7.



Soit le quadrilatère ABCD et les points M, N, O et P, milieux respectifs des côtés AB, BC, CD et AD. Calculer la pente de chacun des segments MN, OP, NO et MP.

Pente de $\overline{MN}$	Pente de $\overline{OP}$	Pente de $\overline{NO}$	Pente de $\overline{MP}$
$\dfrac{\frac{b+d}{2} - \frac{b}{2}}{\frac{c}{2}} = \dfrac{d}{c}$	$\dfrac{\frac{d}{2}}{\frac{a+c}{2} - \frac{a}{2}} = \dfrac{d}{c}$	$\dfrac{\frac{d}{2} - \frac{b+d}{2}}{\frac{a+c}{2} - \frac{c}{2}} = \dfrac{-b}{a}$	$\dfrac{-\frac{b}{2}}{\frac{a}{2}} = \dfrac{-b}{a}$

Le quadrilatère MNOP est un parallélogramme.

8. **a)** Les coordonnées sont $\left(\frac{-1}{2}, \frac{7}{2}\right)$.

b) La longueur de la nouvelle route est de $\sqrt{74{,}5}$ km, soit environ 8,63 km.

9. **a)** 90°

b) 0

c) -10

d) Ce rapport fait intervenir une division par 0.

e) La pente est non définie.

Mise au point 4.1 (*suite*) **Page 198**

10. **a)** $M_1(0, a)$ $M_2(b + c, a)$

b) **1)** 0 **2)** 0 **3)** 0

c) **1)** $2b$ **2)** $b + c$ **3)** $2c$

d) Ce segment est parallèle aux bases puisque leurs pentes sont égales et que $b + c$ équivaut à la moitié de la somme de $2b$ et $2c$.

11. **a)** Le 2^e^ luminaire partage le segment AB dans le rapport 1: 3.

b) Le 4^e^ luminaire partage le segment BA dans le rapport 1: 3.

c) Le 3^e^ luminaire est situé à la $\frac{1}{2}$ de la longueur de $\overline{AB}$.

Mise au point 4.1 (*suite*) **Page 199**

12. L'agent peut couvrir 212π u^2, soit environ 666,02 u^2.

13. **a)** L'objet doit parcourir une distance d'environ 34,98 m.

b) **1)** L'objet se déplace à 0,6 m/s.

2) L'objet se déplace à environ 1,21 m/s.

3) L'objet se déplace à environ 0,72 m/s.

c) 122 objets peuvent être montés.

14. 164 882 élèves étaient inscrits.

Mise au point 4.1 (*suite*) **Page 200**

15. **a)** Les coordonnées sont $\left(\frac{11}{2}, 0\right)$.

b) La distance est de 1,5 u.

c) La distance est environ de 6,18 u.

16. **a)** La distance est environ de 92,2 m.

b) La distance est environ de 26,34 km.

17. **a)** **1)** La corde est attachée à une hauteur de $\frac{1}{30}$ m.

2) La corde est attachée à une hauteur de $\frac{14}{45}$ m.

b) **1)** La longueur de la corde est environ de 1,54 m.

2) La longueur de la corde est environ de 1,34 m.

Mise au point 4.1 (*suite*)

Page 201

18. **a)** La longueur de l'humérus est environ de 37 cm.

b) La taille d'Andreï est environ de 174 cm.

c) L'écart est environ de 5,5 cm.

19. **a)** Les deux espèces doivent parcourir environ 3400 km.

b) Les coordonnées sont (−1444,2, −1440,6).

c) Le colibri rejoindra le monarque environ 3,04 jours après le départ du monarque.

SECTION 4.2 La droite dans le plan cartésien

Problème

Page 202

Le système d'irrigation déversera environ 53 207,47 L d'eau.

Activité 1

Page 203

a. $y = \frac{-12}{5}x + 118$

b. La pente est $-\frac{12}{5}$ et l'ordonnée à l'origine est 118.

c. **1)** Remplacer *y* par 0, soustraire 118 de chaque côté de l'égalité, multiplier chacun des côtés de l'égalité par 5, puis les diviser par −12.

2) Multiplier chacun des côtés de l'égalité par 5, puis soustraire 5*y* de chaque côté de l'égalité.

d. **1)** 1 **2)** −2 **3)** 120

e. Soustraire *x* de chaque côté de l'égalité, soustraire 120 de chaque côté, puis diviser chacun des côtés de l'égalité par −2.

f. **1)** $-\frac{A}{B}$ **2)** $-\frac{C}{B}$ **3)** $-\frac{C}{A}$

Activité 2

Page 204

a. m $\overline{AC} = \sqrt{117}$, m $\overline{AB} = \sqrt{234}$, m $\overline{BC} = \sqrt{117}$ et effectivement $(\text{m } \overline{AC})^2 + (\text{m } \overline{BC})^2 = (\text{m } \overline{AB})^2$, $117 + 117 = 234$.

b. **1)** $-\frac{3}{2}$ **2)** 5 **3)** $\frac{2}{3}$

c. $-\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = -\frac{6}{6} = -1$

d. **1)** $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

2) $y = -\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$

3) $5 \times -\frac{1}{5} = -\frac{5}{5} = -1$

e. Le produit des pentes de deux droites perpendiculaires est −1.

f. **1)** La pente de d_4 est 1 et celle de d_5 est 1: les deux droites ont la même pente.

2) Les droites d_4 et d_5 sont parallèles.

g) $1 \times -1 = -1$

h) Le quadrilatère DEFG est un trapèze rectangle.

Activité 3

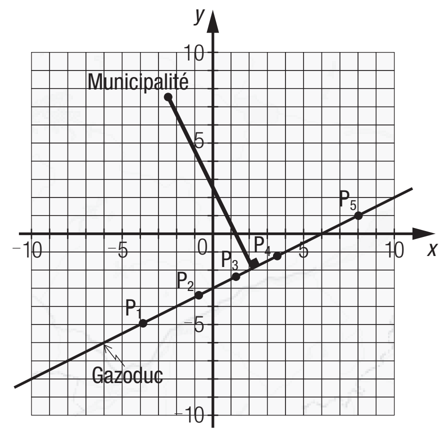
Page 205

a. **1)** Le point P_1 est le plus éloigné.

2) Le point P_4 est le plus près.

3) Elle devrait se raccorder entre les points P_3 et P_4.

b. **1)**



2) Le trait est perpendiculaire au gazoduc.

c. **1.** −2

2. $y = -2x + \frac{5}{2}$

3. $\left(\frac{11}{5}, \frac{-19}{10}\right)$

4. ≈ 12,34 km

Il en coûterait au moins 382 540$ à la municipalité pour se raccorder au gazoduc.

Technomath

Page 206

a. *Plusieurs réponses possibles. Exemple:* (0, 3,43), (4, 4,43), (8, 5,43), (12, 6,43)

b. Les droites d_1 et d_2 ont la même pente, soit 0,25.

c. $0{,}25 \times -4 = -1$

d. $y = -\frac{4}{5}x - \frac{11}{30}$

e. Ordonnée à l'origine de la droite d_1 = 3,47.

Ordonnée à l'origine de la droite d_2 = −1,5.

Ordonnée à l'origine de la droite d_3 ≈ 2,23.

f. La droite d_2 est parallèle à la droite d_1 et elle est perpendiculaire à la droite d_3.

g. **1)** La pente devient 0 et l'équation est $y = b$ ou $By + C = 0$.

2) La pente ne sera plus définie et l'équation sera $Ax + C = 0$.

Mise au point 4.2 **Page 209**

1. **a)** $y = 2x - 4$ **b)** $y = 3$

c) $y = {}^{-}3x$ **d)** $y = \frac{3}{2}x + 4$

e) $y = {}^{-}x + 2$ **f)** $x = {}^{-}5$

2.

	Pente	Ordonnée à l'origine	Abscisse à l'origine
a)	$^{-}1$	23	23
b)	$^{-}12$	5	$\frac{5}{12}$
c)	$^{-}1$	15	15
d)	3	$-\frac{19}{2}$	$\frac{19}{6}$
e)	$^{-}1$	7	7
f)	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{3}$
g)	1	0	0
h)	0	5,7	Aucune
i)	$\frac{147}{2}$	$^{-}168$	$\frac{16}{7}$

3. **a)** **1)** $y = 8x - 3$ **2)** $8x - y - 3 = 0$

b) **1)** $y = {}^{-}2x + 29$ **2)** $2x + y - 29 = 0$

c) **1)** $y = \frac{4}{5}x + \frac{26}{5}$ **2)** $4x - 5y + 26 = 0$

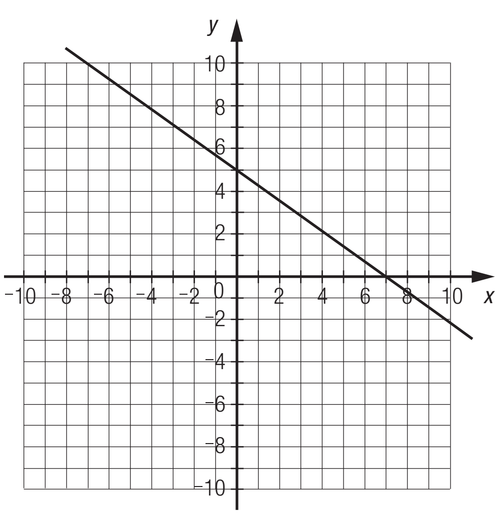
d) **1)** $y = {}^{-}8x + 17$ **2)** $8x + y - 17 = 0$

e) **1)** $y = 2x + 20$ **2)** $2x - y + 20 = 0$

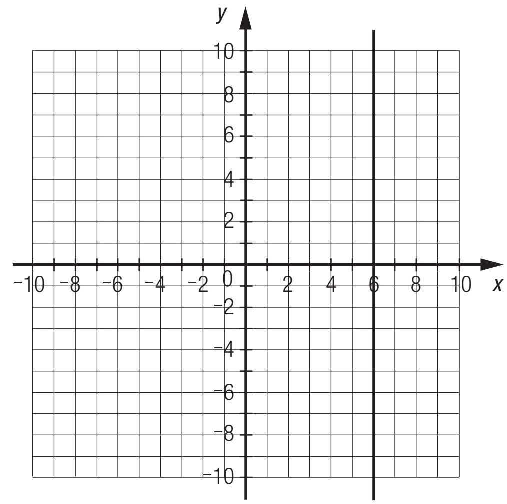
f) **1)** $y = {}^{-}1{,}3x$ **2)** $13x + 10y = 0$

Mise au point 4.2 (*suite*) **Page 210**

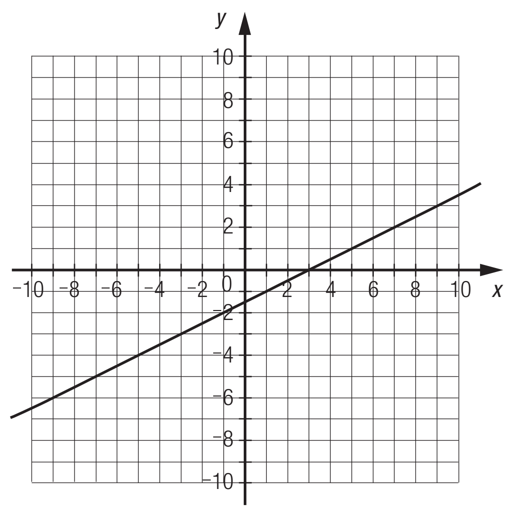
4. **a)**



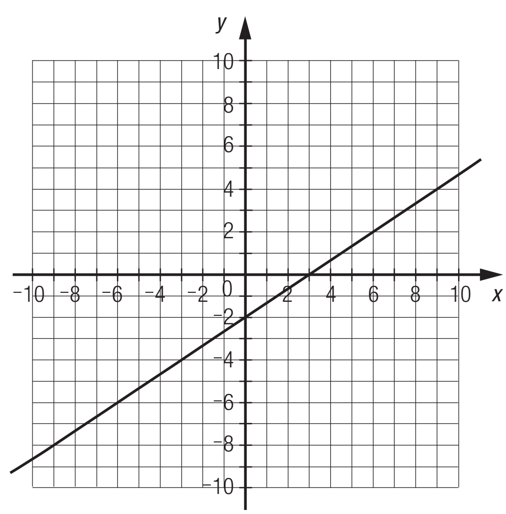
b)



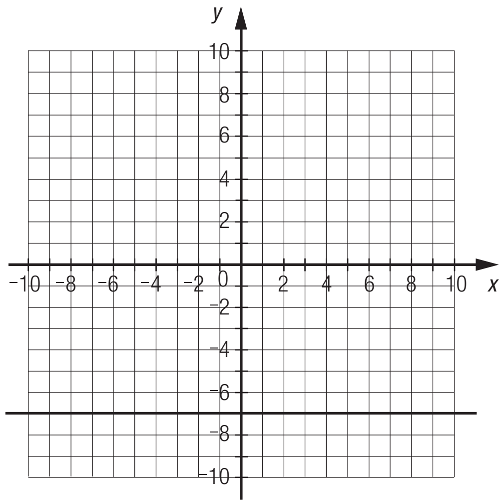
c)



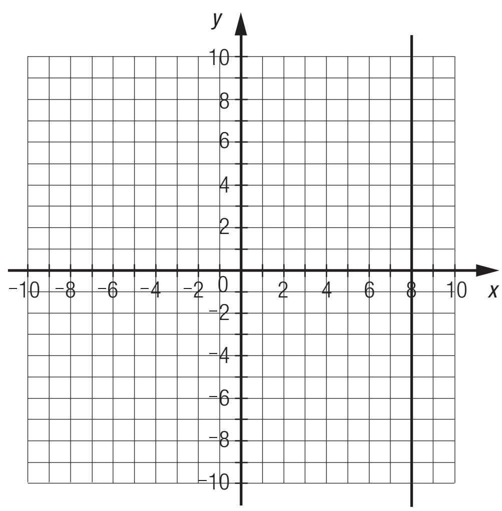
d)



e)



f)



5. **a)** $y = 2x + 3$ **b)** $y = 4$

c) $x = -2$ **d)** $y = -\frac{1}{2}x + 4$

e) $y = -\frac{5}{4}x + 17$ **f)** $y = \frac{2}{5}x - \frac{28}{5}$

6. **a)** $\approx 9{,}22$ u **b)** $\approx 12{,}52$ u

7. **a)** $\frac{-1}{2a}$ **b)** $\frac{2}{ab}$

c) $\frac{-1}{7a^2}$ **d)** $\frac{-5}{2a + 2b}$

Mise au point 4.2 (*suite*) **Page 211**

8. **a)** 30

b) $5x - 2y + 60 = 0$

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple:* $y = -\frac{2}{5}x + 8$

9. **a)** 60 u^2 **b)** $\approx$ 74 u^2

10. **a)** $2x + y + 1 = 0$

b) $x - 7y + 14 = 0$

c) $4x + 5y + 165 = 0$

11. **a)** $y = x + 15$

b) $y = -x + 112$

c) $y = 5x + \frac{5}{2}$

12. 1 et 2.

13. **a)** $y = 0$ **b)** $x = 0$

Mise au point 4.2 (*suite*) **Page 212**

14. **a)** $5x - 3y - 14 = 0$

b) $y = \frac{-3}{5}x + 1$

c) Puisque la pente de $\overline{AB}$ est 0,25 et que celle de $\overline{AC}$ est -4, leur produit est -1.

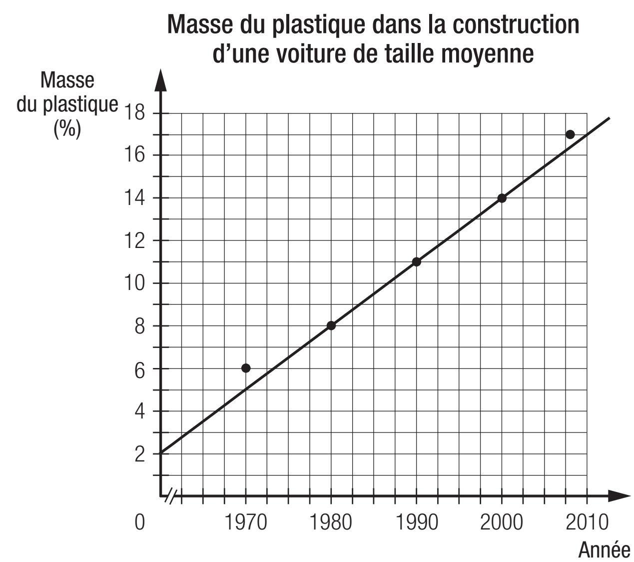
15. **a)** **1)** Deux droites. **2)** $y = 9$ et $y = 21$.

b) **1)** Deux droites. **2)** $x = 12$ et $x = 24$.

c) Une infinité de droites.

d) Un cercle.

16. **a)** et **b)**



c) L'équation de cette droite est $y = 0{,}3x - 586$.

d) La masse de plastique sera de 1840 kg.

Mise au point 4.2 (*suite*) **Page 213**

17. L'aire est de 3750 cm^2.

18. $k = 4$

19. **a)** 1, 2 et 4 ainsi que 3 et 5.

b) Aucune.

20. a) Déterminer la pente des droites parallèles, calculer la pente d'une droite perpendiculaire, déterminer l'équation des droites parallèles et de la droite perpendiculaire, déterminer les points d'intersection des droites parallèles avec la droite perpendiculaire et, finalement, calculer la distance entre ces points.

b) $\approx 2{,}45$ u

21. a) La pente est $-\frac{1}{4}$.

b) L'équation de la droite est $x + 4y - 2200 = 0$.

Mise au point 4.2 (*suite*) **Page 214**

22. a) Les coordonnées sont (19,8, 8,61).

b) Le temps nécessaire est environ de 4,15 min ou 4 min 9 s.

c) La distance est environ de 16,06 km.

23. a) **1)** L'équation est $y = \frac{-1}{2}x + 45$.

2) L'équation est $y = 2x - 30$.

3) L'équation est $y = 0$.

4) L'équation est $y = 2x$.

b) Les coordonnées sont (15, 0).

c) **1)** Le périmètre de la seigneurie est environ de 102,21 km.

2) La superficie de la seigneurie est environ de 495 km^2.

24. a) L'équation de la droite est $y = 2{,}5$.

b) La distance entre le dessus de sa tête et le sommet de la toiture est de 4,73 m.

SECTION 4.3 Les systèmes d'équations du 1er degré

Problème **Page 216**

Sophie se trouve, au mètre près, à 33 m de l'extrémité gauche de la plage et Florence, à 67 m de l'extrémité gauche de la plage.

Soit

x : la position de Sophie par rapport à l'extrémité gauche de la plage ;

y : la position de Florence par rapport à l'extrémité gauche de la plage.

Cette situation peut être représentée par le système d'équations ci-dessous ou par un système équivalent.

$$x = \frac{y}{2}$$

$$y = \frac{1 + x}{2}$$

La solution de ce système est $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

Activité 1 **Page 217**

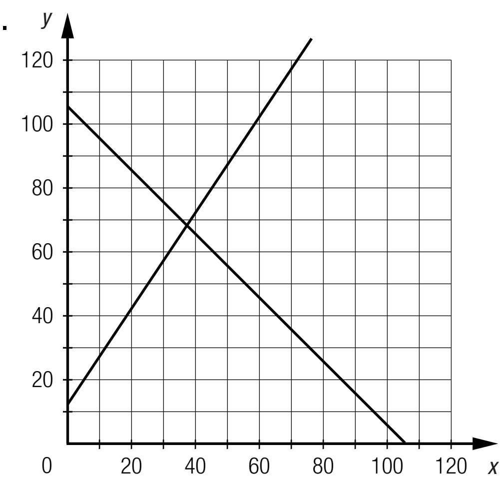
a. $\frac{x + y}{2} = 53$

$y = 1{,}5x + 12$

b. **1)** 91 $ **2)** 86 $ **3)** 76 $ **4)** 61 $ **5)** 56 $

c. **1)** 34,50 $ **2)** 42 $ **3)** 57 $ **4)** 79,50 $ **5)** 87 $

d.



e. Le prix d'un billet serait environ de 38 $ au balcon et de 69 $ au parterre.

f. **1)** $y = 1{,}5x + 12$ **2)** $\frac{x + 1{,}5x + 12}{2} = 53$

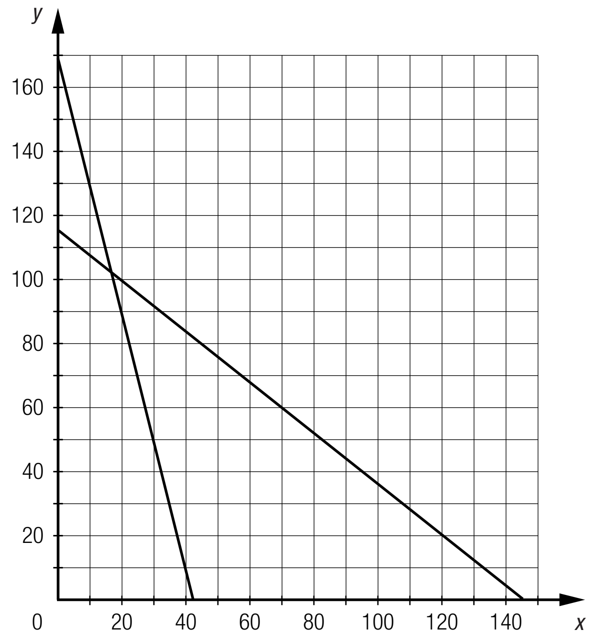
3) Le prix d'un billet au balcon doit être de 37,60 $ et celui d'un billet au parterre, de 68,40 $.

Activité 2 **Page 218**

a. $4x + 5y = 580$

$8x + 2y = 336$

b.



c. $24x + 30y = 3480$
$24x + 6y = 1008$

d. Oui. En multipliant une équation par un nombre, on obtient une équation équivalente pouvant être représentée par la même droite dans le plan cartésien. Ce nouveau système d'équations a donc la même solution que le système de départ.

e. **1)** 0 thermomètre. **2)** 24 burettes. **3)** 2472 $

f. Un thermomètre coûte 16,25 $ et une burette, 103 $.

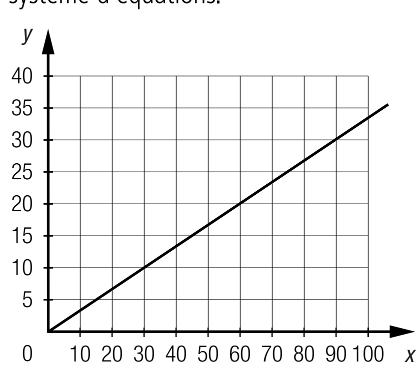
Activité 3

Page 219

a. La première équation permet de s'assurer que la quantité de sucre prélevée dans les deux solutions est la même que la quantité de sucre présente dans la solution sucrée à 30 %.
La deuxième équation permet de respecter la contrainte, qui est d'utiliser 3 fois plus de solution sucrée à 20 % que de solution sucrée à 60 %.

b. Non, ce médecin n'a pas fait une erreur.

c. Les deux équations représentent la même situation, donc deux droites parallèles et confondues.
Tous les couples de cette droite sont des solutions du système d'équations.

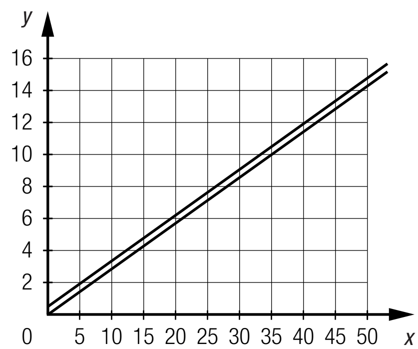


d. Ce médecin n'a qu'à utiliser 3 parties de solution sucrée à 20 % avec chaque partie de solution sucrée à 60 %.

e. $0{,}20x + 0{,}60y = 0{,}30(x + y)$
$2 - x = 3(1 - y)$

f. Aucune solution. $3y = x$
$3y = x + 1$, donc $x = x + 1 \Rightarrow 0 = 1$.

g. L'autre médecin a mal préparé la solution sucrée puisqu'il est impossible d'avoir une valeur de x et une valeur de y qui soient des solutions des deux équations. On voit sur le graphique que les deux droites sont parallèles et qu'elles ne se couperont jamais.



Mise au point 4.3

Page 222

1. a) (1, −2) **b)** (−15, −5) **c)** $\left(-\frac{1}{10}, \frac{16}{5}\right)$
d) (3, −4) **e)** (2, 3) **f)** (−5, 8)

2. a) $\frac{(x + y) \cdot 4}{2} = 30$
$y = 2x - 3$

b) La petite base mesure 6 unités et la grande base, 9 unités.

3. a) $\left(8, -\frac{3}{2}\right)$ **b)** (−4, 2) **c)** $\left(2, \frac{1}{2}\right)$
d) $\left(\frac{3}{2}, -3\right)$ **e)** $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{8}\right)$ **f)** $\left(\frac{9}{2}, 8\right)$
g) (0,85, 0,7) **h)** (−12, 10) **i)** (−8, 15)

4. a) Oui. En remplaçant les valeurs de x et de y dans chacune des équations, on constate que ces valeurs vérifient les deux équations.

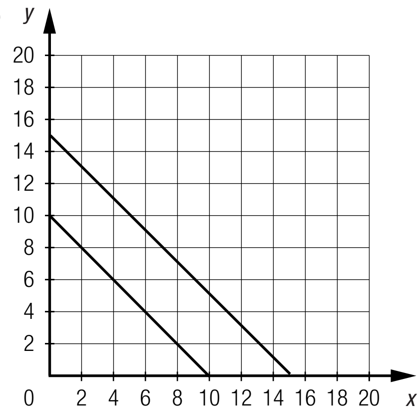
b) Dans un premier temps, l'élève multiplie chacune des deux équations de façon à obtenir une valeur opposée pour le coefficient de y. Il additionne ensuite les deux équations pour obtenir une équation équivalente ne contenant que la variable x, puis il isole cette variable. Il procède de la même manière pour déterminer la valeur de y.

Mise au point 4.3 (*suite*)

Page 223

5. a) Soit x, la mesure de la longueur (en cm) et y, la mesure de la largeur (en cm).
On a : $2x + 2y = 20$
$x - y = 15 - 2y$

b)



c) Il est impossible de construire un tel rectangle.

d) Le graphique présenterait deux droites confondues, et la longueur et la largeur pourraient prendre n'importe quelle valeur positive dans l'intervalle]0, 15[, tel que $y = -x + 15$.

6. a) $\left(-\frac{7}{11}, \frac{40}{11}\right)$ **b)** (4, 4)

c) Aucune solution. **d)** (0, 3)

e) Il y a une infinité de solutions. **f)** (−1,9, 0,8)

7. a) La valeur de x se situera entre 2,3 et 2,4, et la valeur de y, entre 1,8 et 1,85.

b) $\frac{x}{3} + \frac{y}{8} = 1$ $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$

c) $\left(\frac{30}{13}, \frac{24}{13}\right)$

8. a) Il y a dix pièces de monnaie posées sur un comptoir, pour une somme de 3,50 $. Il y a une pièce de 2 $ et des pièces de 10 ¢ et de 25 ¢.

b) Il y a 4 pièces de 25 ¢, 5 pièces de 10 ¢ et une pièce de 2 $.

Mise au point 4.3 (*suite*) **Page 224**

9. a) 1) $y = 0{,}06x + 12$
$y = 0{,}08x$

2) 48 $

b) 1) $x = y + 9$
$x + 2 = 2(y + 2)$

2) (16, 7) ans.

c) 1) $x = 3y$
$x - 5 = 2(y + 5)$

2) 60 $

d) 1) $3x + 4y = 1565$
$2x + 5y = 1655$

2) Au gramme près, la masse d'un saucisson est de 262 g.

10. a) 3 **b)** −4 et 4.

c) N'importe quelle valeur, sauf 3.

11. a) −40 °C **b)** −52,5 °C ou −62,5 °F.

Mise au point 4.3 (*suite*) **Page 225**

12. a) Soit x, la mesure de la base du triangle et y, la mesure de ses côtés isométriques. La première équation traduit le fait que les côtés du nouveau triangle doivent tous être isométriques puisque le triangle est équilatéral. La seconde équation traduit le fait que le périmètre du nouveau triangle est le double du périmètre du triangle initial.

b) Base : 9,6 cm
Côtés isométriques : 16,8 cm

13. Au millilitre près, la machine utilise 114 mL de café noir pour 286 mL de lait chaud.

14. Sur les 400 km parcourus chaque semaine, la deuxième voiture devrait en parcourir 222 km et la première voiture, 178 km.

15. Après 6 min 40 s.

Mise au point 4.3 (*suite*) **Page 226**

16. a) 1) x : longueur d'une fenêtre
y : largeur d'une fenêtre
$x = 2y + 0{,}2$
$2x + 2y = 10$

2) Cette fenêtre mesure 1,6 m sur 3,4 m.

b) 1) x : prix d'un croissant
y : prix d'un café
$6x + 3y = 12{,}90$
$4x + 5y = 14$

2) 4,30 $

c) 1) x : nombre d'employés
y : pourboires reçus
$y = 10x - 2{,}25$
$y = 8{,}25x + 3$

2) 27,75 $

d) 1) x : nombre de billets vendus au prix courant
y : nombre de billets vendus au prix réduit
$25x + 15y = 4965$
$x = 125 + y$

2) 217 spectateurs.

17. Le plus grand nombre doit être le triple du plus petit.

18. Le repas de Marie coûtait 37,11 $ alors que celui de Philippe coûtait 44,53 $.

19. Alexandre le Grand est mort à 33 ans et son règne a duré 12 ans.

Exemple de démarche :

On peut représenter cette situation par le système d'équations suivant : $x - 9 = \frac{1}{8}(y - 9)$

$x + 9 = \frac{1}{2}(y + 9)$,

où x représente la durée du règne d'Alexandre le Grand et y, la durée de sa vie.
La solution de ce système est (12, 33).

Mise au point 4.3 (*suite*)

Page 227

20. a) Médiane AD : $y = \frac{5x}{4}$

Médiane BE : $y = -4x + 14$

Médiane CF : $y = \frac{x}{5} + \frac{14}{5}$

b) $\left(\frac{8}{3}, \frac{10}{3}\right)$

c) Le point de coordonnées $\left(\frac{8}{3}, \frac{10}{3}\right)$ appartient à la médiane CF puisqu'il vérifie son équation.

$\frac{10}{3} = \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{3} + \frac{14}{5}$

$\frac{10}{3} = \frac{10}{3}$

21. La situation **B** est impossible. Même si l'on parcourait les 1500 km sur une autoroute, la voiture consommerait 102 L d'essence.

22. Soit *x*, la masse d'une bouteille et *y*, la masse d'un verre. En prenant le bol comme unité de mesure, on obtient, en utilisant les deux premières balances, le système d'équations suivant.

En résolvant ce système, on obtient $x = \frac{7}{4}$ et $y = \frac{1}{4}$.

Il faudra donc 7 bols pour que le plateau contenant les 4 bouteilles soit en équilibre et 1 bol pour que le plateau contenant les 4 verres soit en équilibre.

SECTION **4.4**

Les systèmes d'équations du 1^er^ et du 2^e^ degré

Problème

Page 228

Non. La planche touche le sol à une distance du pont qui est supérieure à 1,6 m.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

L'équation de la droite passant par le point (−1,6, 0) et ayant une pente de $\frac{1}{2}$ est :

$y = \frac{1}{2}x + \frac{4}{5}$.

Pour déterminer le nombre de points d'intersection entre cette droite et la parabole, on doit considérer le système d'équations suivant :

$y = \frac{1}{2}x + \frac{4}{5}$

$y = -\frac{5}{32}x^2 + \frac{5}{4}x$

Ce système a deux solutions.

Pour le démontrer, on peut appliquer la méthode de comparaison et, ainsi, ramener ce système à une seule équation du 2^e^ degré à une variable.

On obtient $\frac{1}{2}x + \frac{4}{5} = -\frac{5}{32}x^2 + \frac{5}{4}x$

ou l'équation équivalente $\frac{5}{32}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{4}{5} = 0$.

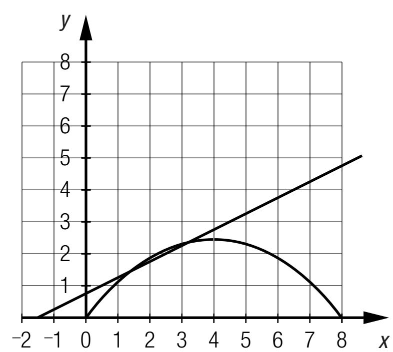
Cette dernière équation a deux solutions puisque le discriminant qui lui est associé est supérieur à 0.

En effet, $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 4 \times \frac{5}{32} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{16} > 0$.

Les deux solutions de l'équation sont $x = 1{,}6$ ou $x = 3{,}2$.

La droite et la parabole ont donc deux points d'intersection dont les abscisses sont respectivement 1,6 et 3,2.

On peut appuyer cette démarche à l'aide d'une représentation graphique.

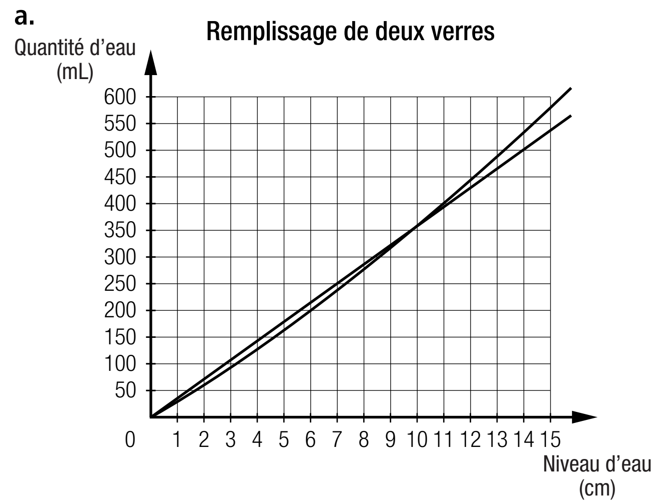


Puisque cette droite ayant une pente de $\frac{1}{2}$ et passant par le point (−1,6, 0) a deux points d'intersection avec la parabole, on en déduit qu'elle se trouve au-dessous et à la droite du segment de droite qui représente la planche. Ce segment touche donc à l'axe des abscisses à la gauche du point (−1,6, 0).

Activité 1

Page 229

a.



b. 1) Le verre **1.**

2) Le verre **2.**

3) Le verre **2.**

c. Oui. La hauteur sera alors de 10 cm pour une quantité d'eau de 360 mL.

d. Non. Dans cette situation, la quantité d'eau dans chaque verre pourrait se traduire par le système d'équations :
$Q_1(h) = 36(h - 0{,}5)$
$Q_2(h) = 6h(0{,}1h + 5)$,
où h représente le niveau d'eau dans le verre **2.**
En utilisant la méthode de comparaison, on peut ramener cette situation à l'équation du 2^e degré à une variable $0{,}6h^2 - 6h + 18 = 0$. Puisque le discriminant associé à cette équation est négatif, il n'y a donc aucune solution.

Activité 2

Page 230

a. 1) $3x = y + 10$
$2x^2 = 10y - 8$

2) En isolant y dans la première équation, puis en substituant y dans la seconde équation, on obtient l'équation $x^2 - 15x + 54 = 0$. Le discriminant de cette équation étant positif, il y a donc deux solutions de ce système d'équations.

3) Le champ **1** pourrait mesurer 6 hm sur 12 hm et le champ **2,** 10 hm sur 8 hm.
Le champ **1** pourrait également mesurer 9 hm sur 18 hm ;
le champ **2** mesurerait alors 10 hm sur 17 hm.

b. Oui. La situation peut être représentée par le système d'équations :
$3x = y + 10$
$2x^2 = 10y - 12{,}5$
En isolant y dans la première équation, puis en substituant la valeur trouvée à y dans la seconde équation, on obtient l'équation $2x^2 - 30x + 112{,}5 = 0$. Le discriminant de cette équation étant nul, il y a donc une solution de ce système d'équations.

c. Non, ce n'est pas possible.
Plusieurs justifications possibles. Exemple :
Le système peut s'écrire :
$3x = y + 10$
$2x^2 = 10y - a$, où a est l'aire de la partie dézonée.
L'équation qui en résulte est $2x^2 = 10(3x - 10) - a$ ou $2x^2 - 30x + (100 + a) = 0$. Pour qu'il y ait une solution, il faut que le discriminant soit plus grand ou égal à 0, c'est-à-dire $30^2 - (4)(2)(100 - a) > 0$, ce qui équivaut à $a > 12{,}5$.

Technomath

Page 231

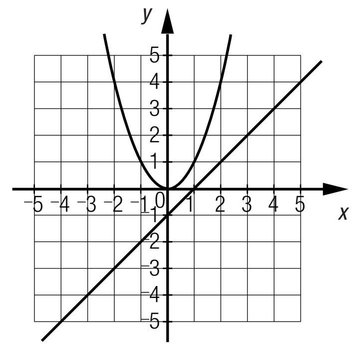
a. (1,2, 0,88) et (2, 2).

b. $\left(\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$ et (3, 3).

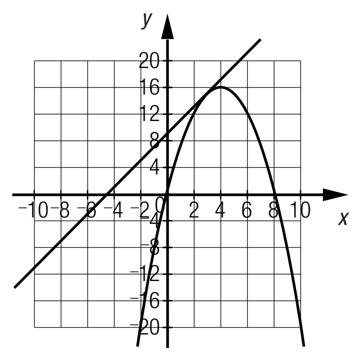
Mise au point 4.4

Page 233

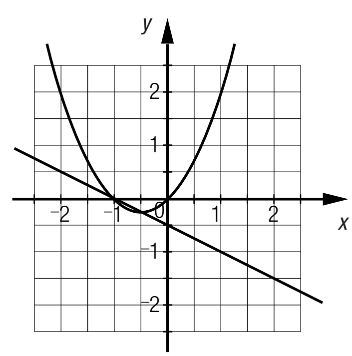
1. a) Aucune solution. Le discriminant de l'équation résultante $x^2 - x + 1 = 0$ est inférieur à 0.



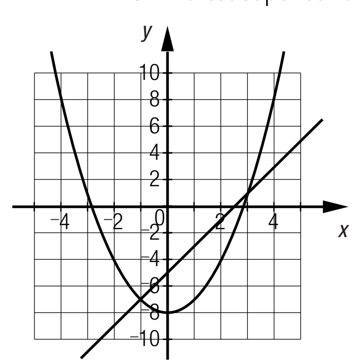
b) Une solution. Le discriminant de l'équation résultante $x^2 - 6x + 9 = 0$ est égal à 0.



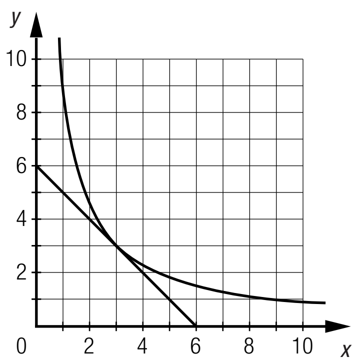
c) Deux solutions. Le discriminant de l'équation résultante $x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$ est supérieur à 0.



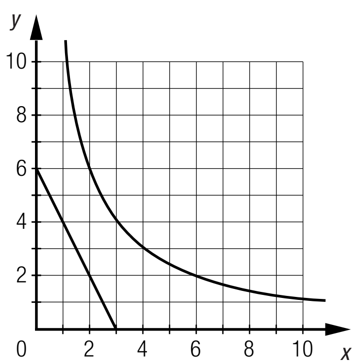
d) Deux solutions. Le discriminant de l'équation résultante $x^2 - 2x - 3 = 0$ est supérieur à 0.



e) Une solution. Le discriminant de l'équation résultante $x^2 - 6x + 9 = 0$ est égal à 0.



f) Aucune solution. Le discriminant de l'équation résultante $2x^2 - 6x + 12 = 0$ est inférieur à 0.



2. La droite d_2.

3. a) (–5, 0) et (5, 20). **b)** (4, –14) et (7, –11).

c) (2, –6) **d)** Aucune solution.

e) $\left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{9}\right)$

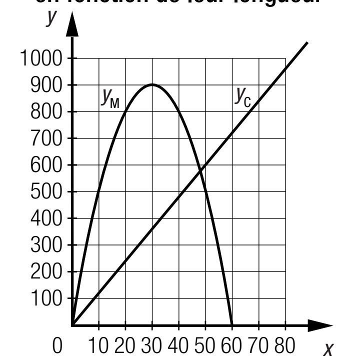
f) $\left(\frac{1 - \sqrt{13}}{6}, -\frac{9 - \sqrt{13}}{2}\right)$ et $\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{6}, -\frac{9 + \sqrt{13}}{2}\right)$.

4. a) Soit x, la longueur (en m) des deux enclos, et y_C et y_M, les aires (en m^2) des enclos des parcs Champlain et Maisonneuve, respectivement.
$y_C = 12x$
$y_M = x(60 - x)$

b) **Aire des enclos pour chiens en fonction de leur longueur**

x	20	30	40	50	60
y_C	240	360	480	600	720
y_M	800	900	800	500	0

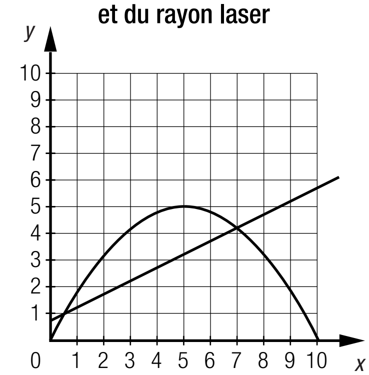
Aire des enclos pour chiens en fonction de leur longueur



c) La longueur des deux enclos peut être supérieure à 48 m et inférieure à 60 m.

Mise au point 4.4 (*suite*) **Page 234**

5. a) **Trajectoires du mobile et du rayon laser**



b) Le mobile se trouve à une hauteur de 0,95 m et de 4,2 m lorsqu'il croise le rayon laser.

6. a) $\left(-2 - \sqrt{18}, -8 - 3\sqrt{18}\right)$ et $\left(-2 + \sqrt{18}, -8 + 3\sqrt{18}\right)$.

b) Aucune solution.

c) (–1, 3) et $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

d) $\left(\frac{429}{198}, -\frac{121}{198}\right)$ et (4, 0).

e) (1, –14) et (6, –29).

f) $\left(1, \frac{11}{2}\right)$ et $\left(\frac{11}{2}, 1\right)$.

g) $\left(\frac{3 - \sqrt{109}}{10}, \frac{118 - 6\sqrt{109}}{25}\right)$ et $\left(\frac{3 + \sqrt{109}}{10}, \frac{118 + 6\sqrt{109}}{25}\right)$.

h) $\left(-1, -\frac{8}{9}\right)$

i) $\left(\frac{1}{3}, -1\right)$

7. a) $x + y = 6{,}2$
$x^2 + y^2 = 25$

b) Le rectangle mesure 1,4 unité sur 4,8 unités.

c) 1) Oui. Il faut que les dimensions du rectangle soient de $\left(3{,}1 \pm \sqrt{8{,}29}\right)$ unités, donc environ 5,98 unités pour la longueur et 0,22 unité pour la largeur.

2) Non, c'est impossible. En résolvant le système d'équations $x + y = 6{,}2$
$x^2 + y^2 = 49$, on obtient seulement des couples dont l'une des coordonnées est négative. On sait également que la diagonale d'un rectangle ne peut jamais être plus grande que la somme des mesures de sa longueur et de sa largeur car, dans un triangle, la somme des mesures de deux côtés est toujours supérieure à la mesure du troisième côté.

8. a) (−1, 0) et (0, 1). **b)** (0, −1) et (1, 0). **c)** (3, 2)

9. (11, −16)

Mise au point 4.4 (*suite*) **Page 235**

10. Au mètre près, le premier cycliste aura franchi 17 m.

11. a) Il lui faudra 20 s.

b) À 800 m de son point de départ.

12. a) $2x + 2y = 30$
$xy = 5\sqrt{75}$

b) Le rectangle aura une longueur d'environ 11,1 cm et une largeur de 3,9 cm.

Mise au point 4.4 (*suite*) **Page 236**

13. $2\,\Omega$ et $3\,\Omega$.

14. a) $A_C(x) = 2\pi x^2 + 30\pi x$
$A_p(x) = 80x + 800$

b) Pour $x = 10{,}2$.

15. 90 cm sur 150 cm.

Mise au point 4.4 (*suite*) **Page 237**

16. 15,75

17.

	1) **Deux solutions si k est**	2) **Une solution si k est égal à**	3) **Aucune solution si k est**
a)	inférieur à $-\frac{11}{4}$	$-\frac{11}{4}$	supérieur à $-\frac{11}{4}$
b)	inférieur à −2 ou supérieur à 10	−2 ou 10	compris entre −2 et 10
c)	supérieur à $-\frac{1}{4}$ sans être égal à 0	$-\frac{1}{4}$ ou 0	inférieur à $-\frac{1}{4}$
d)	inférieur à −5 ou supérieur à 7	−5 ou 7	compris entre −5 et 7
e)	supérieur à $\frac{7}{4}$	$\frac{7}{4}$	inférieur à $\frac{7}{4}$
f)	–	–	$\mathbb{R}$

18. a) $y = 0{,}19x - 0{,}065$
$y = -0{,}35$

b) Les coordonnées arrondies au centième près sont : (0,55, −0,35), (−0,55, −0,35), (−0,62, −0,18), (0,64, 0,06).

19. −2 et −2.

Mise au point 4.4 (*suite*) **Page 238**

20. a) $4 - \sqrt{7}$ et $4 + \sqrt{7}$. **b)** 2 et 6.

21. a) Le discriminant de l'équation résultante $x^2 - 2x + 1 = 0$ est égal à 0. Il n'y a donc qu'une solution, soit (1, 1).

b) 1) Puisque la droite d'équation $y = \mathrm{m}x + \mathrm{b}$ passe par le point B(2, 4), on a $4 = \mathrm{m} \times 2 + \mathrm{b}$. En isolant le paramètre b, on obtient $\mathrm{b} = 4 - 2\mathrm{m}$.

2) Lorsque $\mathrm{m} = 4$.

3) $y = 4x - 4$

22. On peut déterminer la pente de la tangente au point (1, 5) en calculant la valeur de m qui fait que le système d'équations ci-dessous n'a qu'une seule solution.
$y = 3x^2 + 2x$
$y = \mathrm{m}x + (5 - \mathrm{m})$.
À partir de ce système, on obtient l'équation $3x^2 + 2x = \mathrm{m}x + (5 - \mathrm{m})$, qui est équivalente à $3x^2 + (2 - \mathrm{m})x + (\mathrm{m} - 5) = 0$. Pour qu'il n'y ait qu'une seule solution, il faut que le discriminant $\mathrm{m}^2 - 16\mathrm{m} + 64$ soit égal à 0, ce qui est le cas si $\mathrm{m} = 8$.

La vitesse de la bille après 1 s est donc de 8 m/s.

SECTION 4.5 Les inéquations à deux variables

Problème **Page 239**

Au moins 12 ampoules fluocompactes devront être utilisées.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

Le graphique de la puissance (W) en fonction de l'intensité (I) permet de déterminer la relation entre ces deux variables, soit $P = 120I$. Pour que l'intensité dans le circuit soit inférieure à 5 A, il faudra donc que la puissance totale des ampoules soit de moins de 600 W.

On peut représenter la situation de la façon suivante.

x : nombre d'ampoules à incandescence
y : nombre d'ampoules fluocompactes

$x + y \geq 15$
$100x + 20y < 600$

En isolant y dans chacune des inéquations, on obtient les inéquations :

$y \geq 15 - x$

$y < 30 - 5x$

Puisque x et y sont des nombres naturels, on déduit de la deuxième inéquation que la valeur de x doit être égale ou inférieure à 5.

On trouve alors la valeur minimale de y par essais et erreurs.

Valeur de x	$y \geq 15 - x$	$y \leq 30 - 5x$	**Valeur de y vérifiant les deux inéquations**
5	$y \geq 10$	$y \leq 5$	Aucune
4	$y \geq 11$	$y \leq 10$	Aucune
3	$y \geq 12$	$y \leq 15$	12, 13, 14 et 15

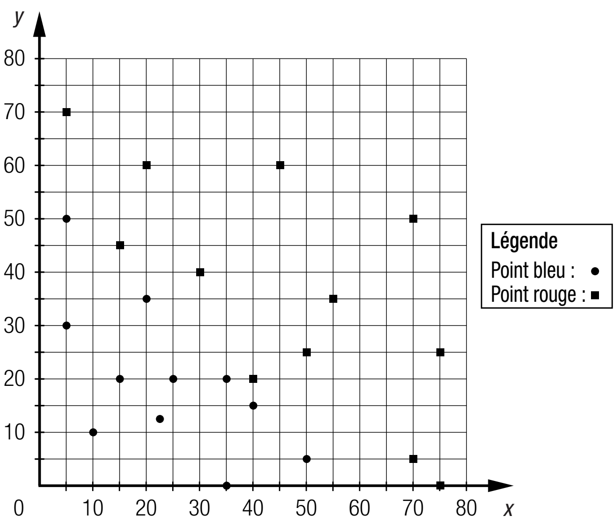
La valeur minimale de y qui vérifie les deux inéquations est 12.

Activité 1

Page 240

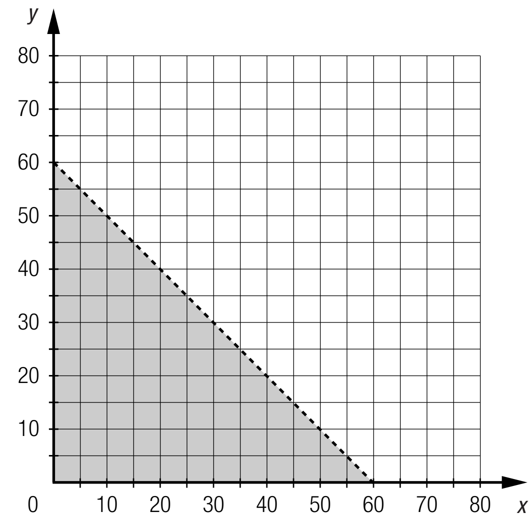
a. x : teneur en ions sodium (mg/L)
y : teneur en ions chlorure (mg/L)
$x + y < 60$

b. et **c.**



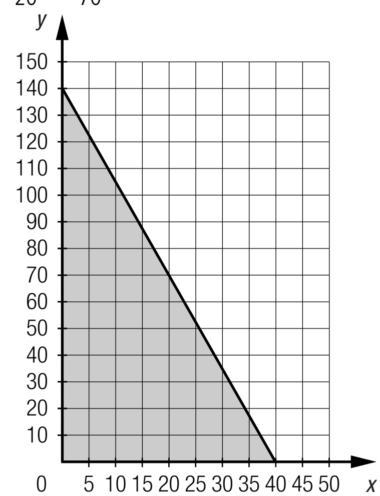
d. Les points sont distribués de part et d'autre de la droite d'équation $y = {}^{-}x + 60$. Les points rouges sont tous situés au-dessus ou sur la droite, alors que les points bleus sont tous placés en dessous de cette droite.

e. On hachure la section du plan qui correspond aux solutions de l'inéquation. Puisque la droite ne fait pas partie de l'ensemble-solution, elle est tracée en pointillé.
Par le contexte, on sait que seule la partie du plan située dans le 1^{er} quadrant et en dessous de la droite fait partie de l'ensemble-solution.



f. $\frac{x}{20} + \frac{y}{70} \leq 2$

g.



Activité 2

Page 241

a. Non, car la distance le séparant de sa mère et celle le séparant de la route seraient alors identiques.

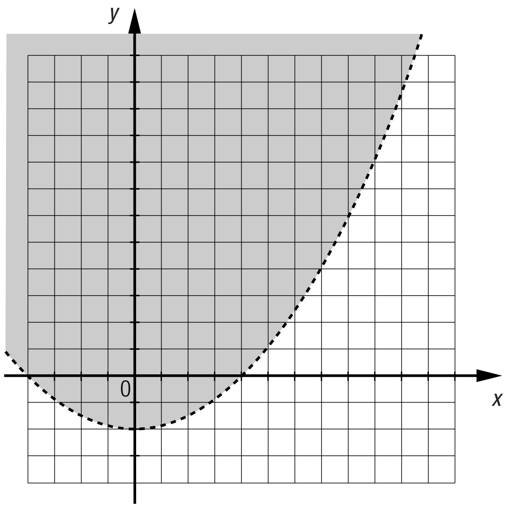
b. Bac de sable, balançoires à bascule, glissoire, module d'escalade, poteau de pompier et tourniquet.

c. **1)** $\sqrt{x^2 + y^2}$
2) $y + 4$

d. $(y + 4)^2 = x^2 + y^2$

e. $(y + 4)^2 > x^2 + y^2$

f.



g. Tous les endroits où Vincent a le droit de jouer.

Technomath

Page 242

a. **1)** $y \geq 2{,}5x + 7$

2) $y \leq ^-0{,}1x^2 - 2x + 15$

b. Dans les équations, on remplace x et y par leur valeur respective pour vérifier si elles sont la solution de l'inéquation.

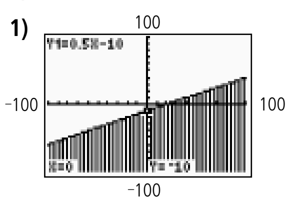
1) $^-15 \geq 2{,}5 \cdot 20 + 7$ Faux. Le point $(20, ^-15)$ n'est pas
$^-15 \geq 57$ une solution de l'inéquation.

2) $5 \leq ^-0{,}1 \cdot (^-9)^2 - 2 \cdot ^-9 + 15$ Vrai. Le point $(^-9, 5)$
$5 \leq ^-8{,}1 + 18 + 15$ est une solution
$5 \leq 24{,}9$ de l'inéquation.

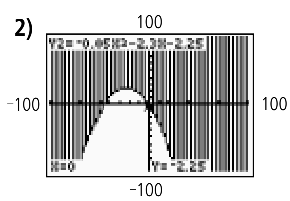
c. *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

1) $(^-10, ^-10)$ **2)** $(^-1, 20)$

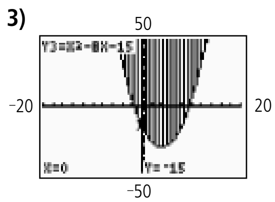
d. **1)**



2)



3)



Mise au point 4.5

Page 245

1. *Plusieurs réponses possibles, selon le choix des variables. Exemples :*

a) x : nombre de points marqués par Enrico
y : nombre de points marqués par Jacques
$x \geq y + 10$

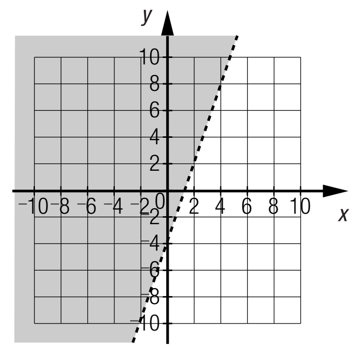
b) x : distance parcourue par Ginette (en km)
y : distance parcourue par Mathieu (en km)
$\frac{x + y}{2} < 60$

c) x : quantité de farine
y : quantité de cacao
$\frac{x}{y} \leq \frac{3}{2}$

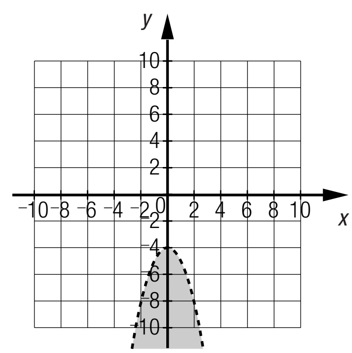
d) x : argent que Juliette possède actuellement (en \$)
y : argent que Simon possède actuellement (en \$)
$2x + 100 \geq y$

e) x : mesure du rayon du cône (en cm)
y : mesure de l'apothème du cône (en cm)
$\pi xy + \pi x^2 < 100$

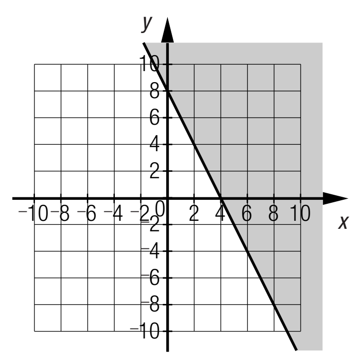
2. a)



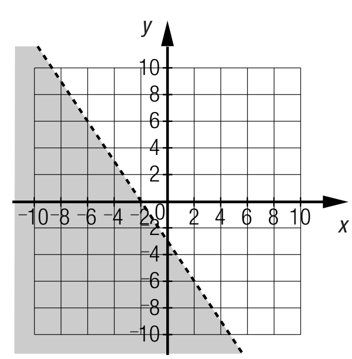
b)



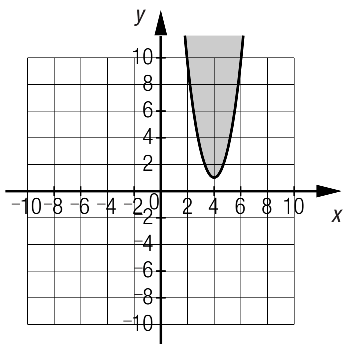
c)



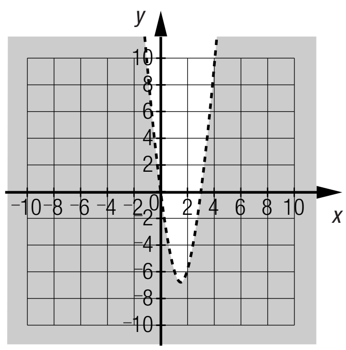
d)



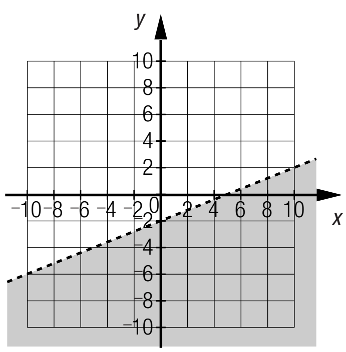
e)



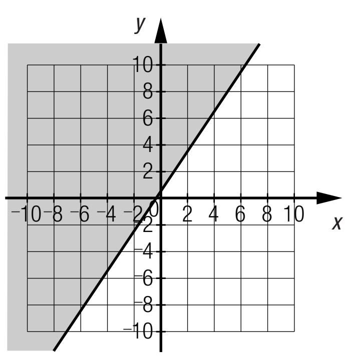
f)



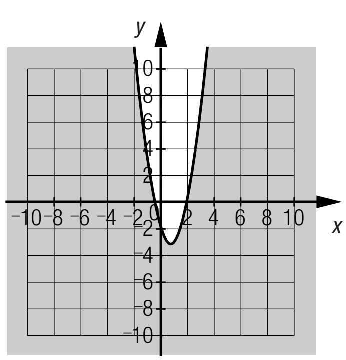
g)



h)



i)



3. a) $y \leq x + 2$

b) $y < ^{-}0{,}25x + 1$

c) $y > 1{,}5x + 1{,}5$

d) $x \leq 2$

Mise au point 4.5 (*suite*) **Page 246**

4. A 5

B 2

C 3

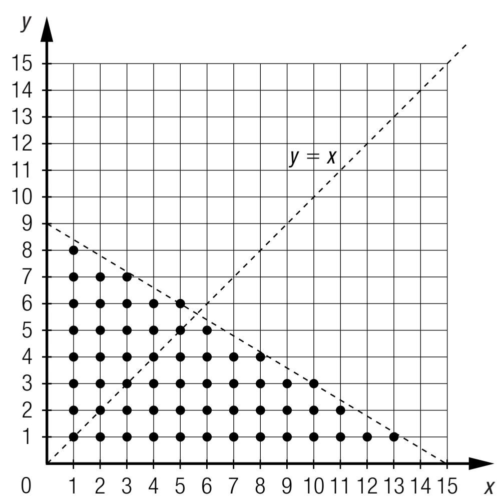
D 4

E 6

F 1

5. Il y en a 33.

Dans la représentation graphique, les points représentent les 57 solutions entières de l'inéquation. Les points situés au-dessous de la droite d'équation $y = x$ sont ceux dont la première coordonnée est supérieure à la seconde.



6. L'équation C**.** Elle englobe les quatre points dont les coordonnées sont (−5, 3), (−5, 6), (−3, 1) et (4, 4).

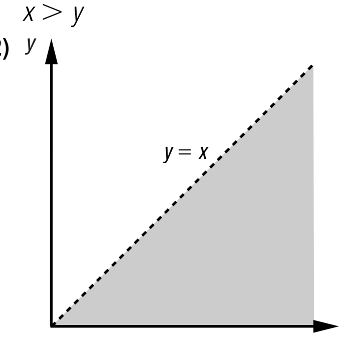
Mise au point 4.5 (*suite*) **Page 247**

7. a) 1) x : quantité d'ions hydrogène

y : quantité d'ions hydroxyde

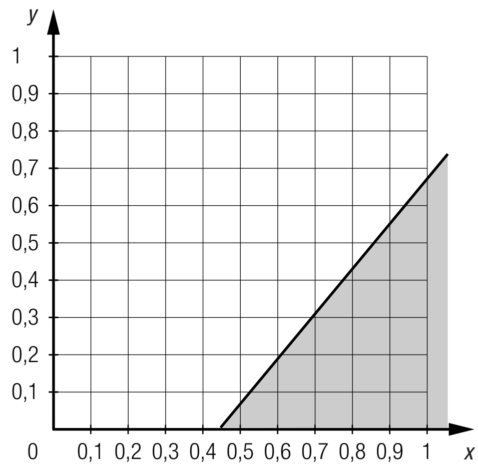
$x > y$

2)



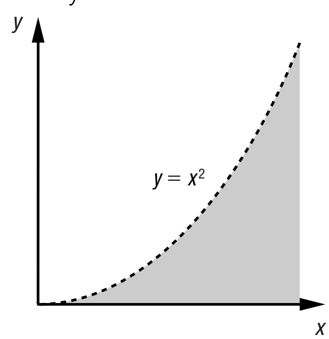
b) **1)** x : rendement d'un moteur électrique
y : rendement d'un moteur à essence
$x - y \geq 0,45$

2)



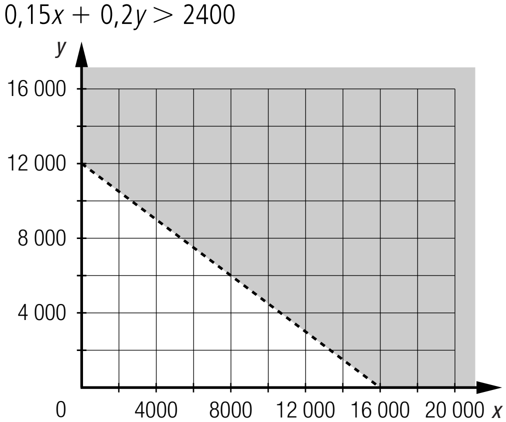
c) **1)** x : nombre de bactéries de souche A
y : nombre de bactéries de souche B
$x^2 > y$

2)



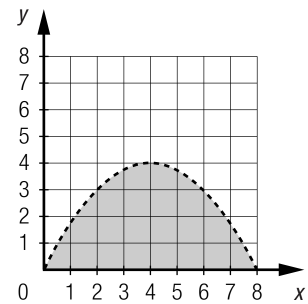
d) **1)** x : solde de la première carte (en \$)
y : solde de la deuxième carte (en \$)
$0,15x + 0,2y > 2400$

2)



e) Soit x et y, les coordonnées d'un point dans le plan de la trajectoire si l'on situe l'origine du plan au point de départ du ballon.

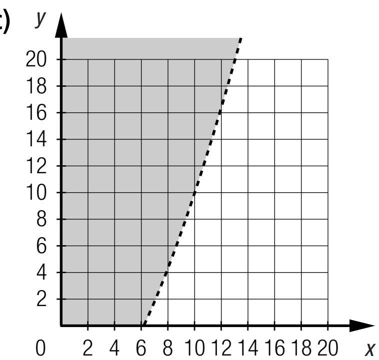
$y < -\frac{1}{4}x^2 + 2x$



8. **a)** $x^2 + 10x < 100 + 10y$ (ou toute autre inéquation équivalente).

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
(5, 10), (8, 10), (10, 12)

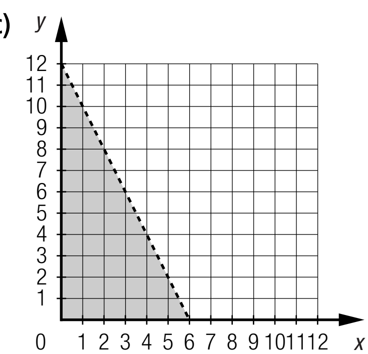
c)



9. **a)** Ce cheval doit recevoir au moins 8 kg de foin ou de paille, ou d'un mélange des deux.

b) x : nombre de kilos de foin donnés par jour
y : nombre de kilos de paille donnés par jour
$0,1x + 0,05y < 0,6$

c)



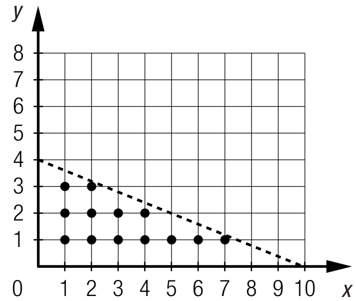
d) Oui.
Plusieurs explications possibles. Exemple :
Selon la réponse donnée en **a),** pour que le cheval soit suffisamment nourri, il faut que l'inégalité $x + y \geq 8$ soit vérifiée. En observant le graphique en **c),** on voit qu'il présente des solutions qui vérifient cette inéquation. Cela signifie qu'il est possible de satisfaire simultanément aux deux exigences. Par exemple, en donnant quotidiennement 2 kg de foin et 7 kg de paille, on donne plus de 8 kg de nourriture au cheval tout en ne dépensant que 0,55 \$.

Mise au point 4.5 (*suite*)

Page 248

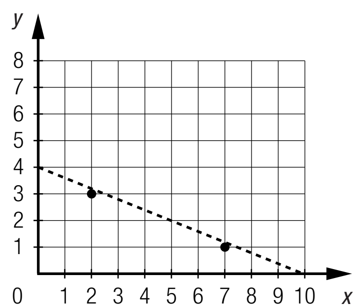
10. a) x : nombre de pièces de 10 ¢
y : nombre de pièces de 25 ¢
$0{,}1x + 0{,}25y < 1$

b)



c) Deux possibilités :
- 1 pièce de 25 ¢ et 7 pièces de 10 ¢.
- 3 pièces de 25 ¢ et 2 pièces de 10 ¢.

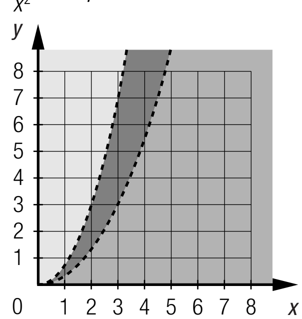
d)



e) Ce sont les deux points les plus près de la droite frontière, et les deux se trouvent à la même distance de cette droite.

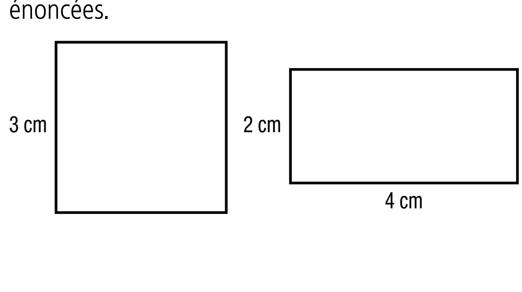
11. a) $\frac{x^2}{2y} < 1{,}5$

$\frac{2y}{x^2} < 1{,}5$

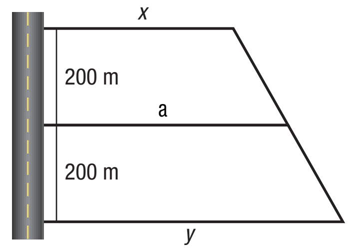


b) Les valeurs de x et de y qui permettent de créer un rectangle et un carré qui respectent les conditions énoncées.

c)

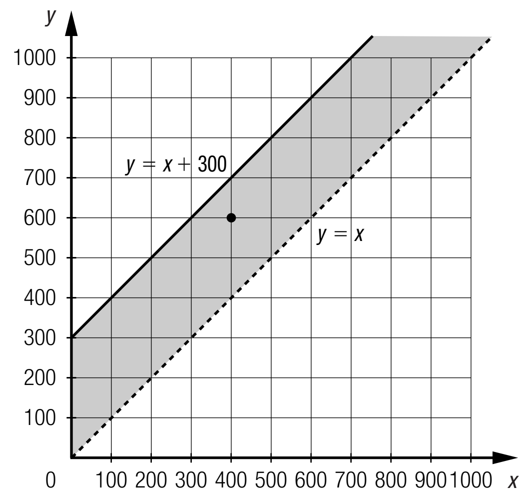


12. Soit x, la longueur de la plus petite clôture (en m) et y, la longueur de la plus longue clôture (en m).



Si l'on pose a, la longueur de la base commune aux deux trapèzes, la situation peut être représentée par l'inéquation $\frac{(y + \text{a}) \cdot 200}{2} - \frac{(\text{a} + x) \cdot 200}{2} \leq 30\,000$, qui est équivalente à $y - x \leq 300$.

Pour tenir compte de la définition des variables, on ne considère que les cas où $y > x$.



Par exemple, la plus petite clôture pourrait avoir une longueur de 400 m et la plus longue, une longueur de 600 m.

Mise au point 4.5 (*suite*)

Page 249

13. a) 1) La frontière de la région a la forme d'un triangle rectangle isocèle.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (3, 4), (3, 5), (2, 6)

b) 1) La frontière de la région a la forme d'un rectangle.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (4, 1), (5, 4), (6, 8)

c) 1) La frontière de la région a la forme d'un parallélogramme.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (4, 4), (4, 5), (5, 5)

d) 1) La frontière de la région a la forme d'un secteur angulaire vers le bas.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (3, 0), (4, 1), (5, 2)

e) 1) La frontière de la région a la forme d'un triangle rectangle.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
(5, 5), (7, 5), (7, 6)

f) 1) La frontière de la région a la forme d'un trapèze isocèle.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
(3, 4), (4, 5), (5, 7)

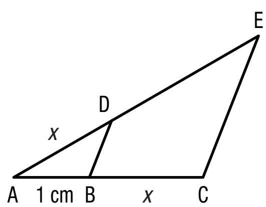
14. $y \geq 0{,}6x + 0{,}5$
$y \leq {}^{-}\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 5$

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 4

Chronique du passé

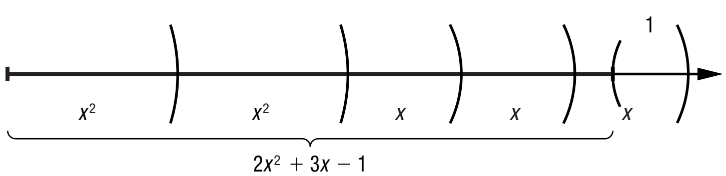
Page 251

1. a)

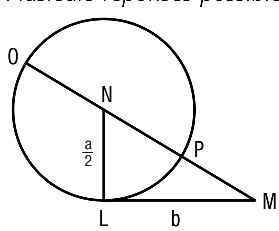


b) Les segments BD et CE étant parallèles, le théorème de Thalès permet de poser la proportion $\frac{\text{m }\overline{AD}}{\text{m }\overline{AB}} = \frac{\text{m }\overline{DE}}{\text{m }\overline{BC}}$.
On obtient alors $\frac{x}{1} = \frac{\text{m }\overline{DE}}{x}$ et m $\overline{DE} = x^2$.

c) Mesure du segment : 8 cm



2. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



Soit $z = \text{m }\overline{OM}$. Il faut démontrer que $z^2 = az + b^2$.
Puisque $\overline{NO}$ est un rayon, m $\overline{NO} = \frac{a}{2}$.
On a donc m $\overline{NM}$ = m $\overline{OM}$ − m $\overline{NO} = z - \frac{a}{2}$.
Par la relation de Pythagore appliquée au triangle rectangle MLN, on obtient :

$$\left(z - \frac{a}{2}\right)^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

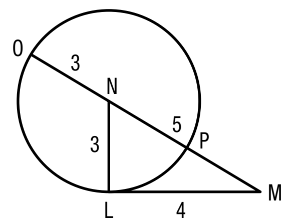
$$z^2 - az + \frac{a^2}{4} = b^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$z^2 - az = b^2$$

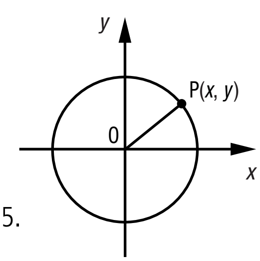
$$z^2 = az + b^2$$

Pour démontrer que c'est la seule solution positive, il suffit d'écrire l'équation sous la forme $z^2 - az - b^2 = 0$. On sait que ${}^{-}b^2$, qui est nécessairement de signe négatif, correspond au produit des deux zéros de la fonction associée au trinôme du membre de gauche de cette équation ; en conséquence, les deux zéros de cette fonction sont de signes contraires. Il y a donc une seule solution positive.

b) La solution positive de l'équation est 8.



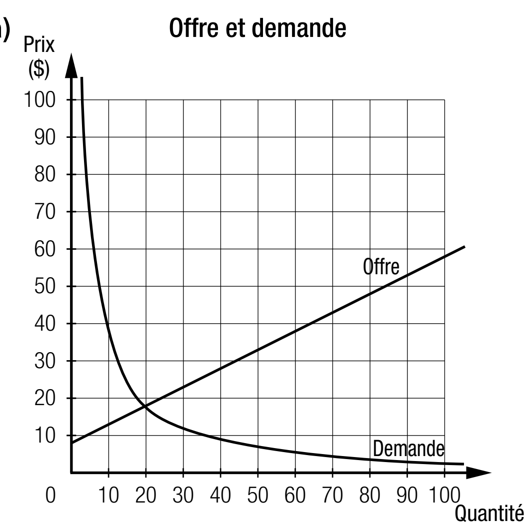
3. Le segment OP étant un rayon du cercle, sa longueur est de 5 unités.
Distance du point O au point P :
$d(O, P) = \sqrt{x^2 + y^2} = 5$.
L'équation du cercle d'un rayon de 5 unités est donc $x^2 + y^2 = 25$.



Le monde du travail

Page 253

1. a)



b) 1) 12 **2)** 44

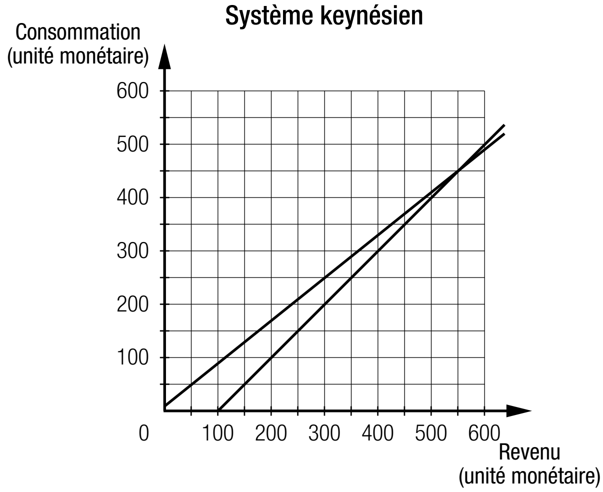
c) 1) Il y a un surplus.

2) Le prix du bien aura tendance a diminuer.

d) 1) En résolvant le système d'équations
$pq = 360$
$p = 0{,}5q + 8$,
on détermine que le prix d'équilibre est de 18 $.

2) La quantité qui sera vendue et la quantité qui sera achetée seront de 20 unités.

2. a)



Le revenu total est de 550 unités monétaires et la consommation est de 450 unités monétaires.

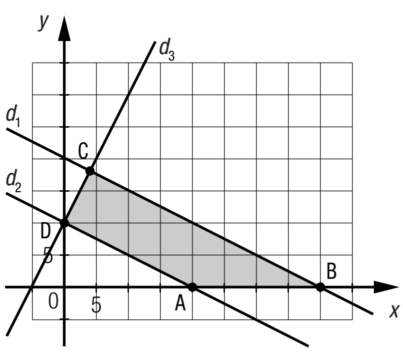
b) Le revenu total subirait une baisse de 110 unités monétaires, passant de 550 à 440 unités monétaires.

c) Le revenu total augmenterait de 100 unités monétaires, passant de 550 à 650 unités monétaires.

Vue d'ensemble

Page 254

1. a) Oui. *Plusieurs démarches possibles. Exemples :*
Soit les droites d_1, d_2 et d_3 ainsi que les points A, B, C et D tel qu'ils apparaissent dans le graphique suivant.



Pentes des droites :

$d_1 : -\frac{1}{2}$ $\quad d_2 : -\frac{1}{2}$ $\quad d_3 : 2$

Les droites d_1 et d_3 sont perpendiculaires ainsi que les droites d_2 et d_3, car le produit de leurs pentes est -1. De plus les droites d_1 et d_2 sont parallèles car elles ont la même pente.

La région est donc délimitée par un trapèze rectangle en C et en D dont les bases sont $\overline{CB}$ et $\overline{DA}$.

b) L'aire de cette région est de 280 u².

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

Coordonnées des points : A(20, 0), B(40, 0), C(4, 18), D(0, 10)

Longueur des segments :

$\overline{AD} : \sqrt{500}$ $\quad \overline{BC} : 2\sqrt{405}$ $\quad \overline{CD} : 4\sqrt{5}$

Aire du trapèze $= \dfrac{(2\sqrt{405} + \sqrt{500}) \cdot 4\sqrt{5}}{2} = 280$

2. a) $(-8, -2)$ **b)** $\left(\frac{-8}{7}, \frac{-8}{7}\right)$

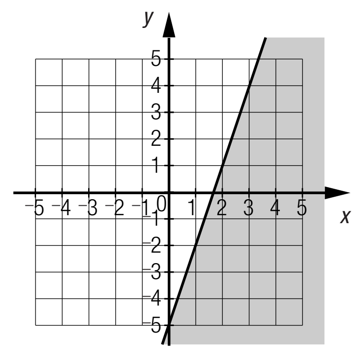
c) Aucune solution. **d)** Aucune solution.

e) $\left(\frac{14}{5}, \frac{-2}{5}\right)$ et $(2, -2)$. **f)** $(4, 5)$

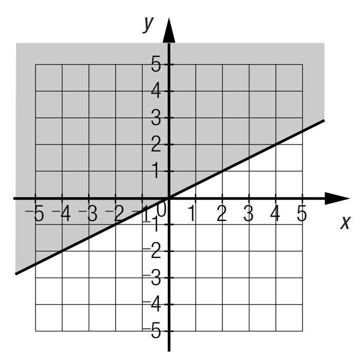
3. Oui. Les coordonnées des points d'intersection entre la parabole et la droite sont (4, 3) et (5, 5).

4. a) **1)** C, D
2) A, B, D, E
3) Aucun.
4) A, B, C, D, E
5) A, B, C
6) A

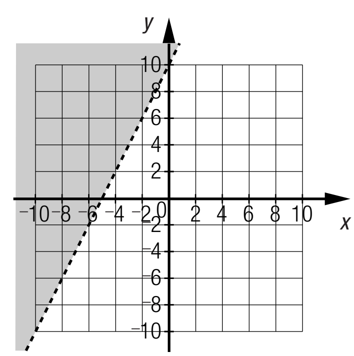
b) **1)**



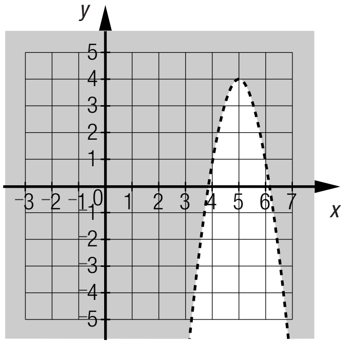
2)



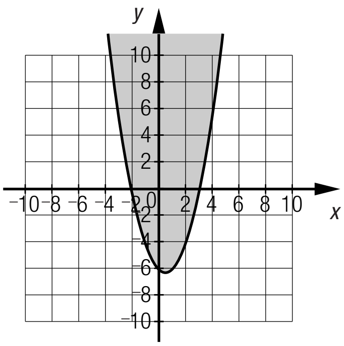
3)



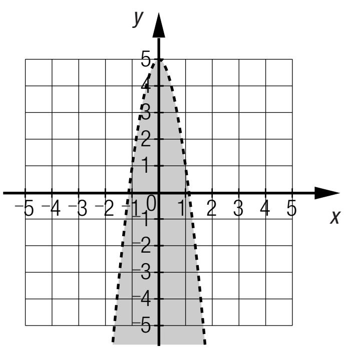
4)



5)



6)

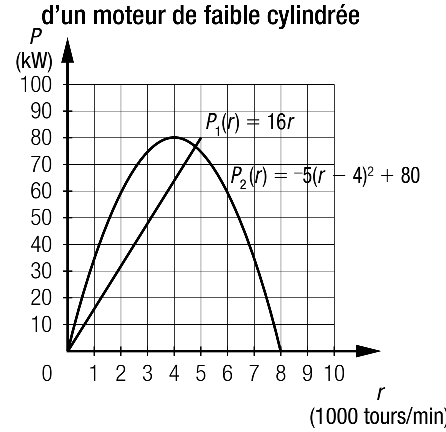


Vue d'ensemble (*suite*) **Page 255**

5. a) Les droites 1 et 3 sont toutes deux perpendiculaires aux droites 2 et 4, car le produit de leurs pentes est ⁻1. Puisque la figure a quatre angles droits, il s'agit bien d'un rectangle.

b) Oui.
Les coordonnées des points d'intersection sont (0, 2), (4, 0), (6, 4) et (2, 6). À l'aide du calcul de la distance entre deux points, on détermine que les côtés du rectangle sont isométriques et que chacun mesure $\sqrt{20}$ u.

6. a) Comparaison des puissances d'un moteur de forte cylindrée et d'un moteur de faible cylindrée



b) À 0 tour/min et à 4800 tours/min.

c) En résolvant l'inéquation $P_2(r) - P_1(r) \geq 10$, on détermine que le régime des deux moteurs doit être, à 10 tours/min près, de 460 tours/min à 4340 tours/min.

7. a) Aucune solution.

b) $\left(\frac{10}{7}, \frac{13}{7}\right)$

c) (0,5, 0) et (3,5, 6).

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 256**

8. Un contenant de 2 L de jus de fruits coûte 3 fois plus cher qu'un sac de maïs soufflé.

9. a) $\overline{AC} : y = \frac{9}{4}x$ $\quad \overline{AB} : y = 0$ $\quad \overline{BC} : y = {}^-\frac{3}{2}x + 15$

b) Hauteur AD : $y = \frac{2}{3}x$ $\quad$ Hauteur BE : $y = {}^-\frac{4}{9}x + \frac{40}{9}$
Hauteur CF : $x = 4$

c) *Plusieurs démarches possibles. Exemple :*
En résolvant le système d'équations formé des équations de la hauteur AD et de la hauteur CF, on détermine que les coordonnées de leur point d'intersection sont $\left(4, \frac{8}{3}\right)$. En remplaçant les variables *x* et *y* dans l'équation de la hauteur BE par cette solution, on voit que cette hauteur passe, elle aussi, par ce point.

10. a) 1) $\frac{x}{5} + \frac{y}{10} = 1$ et $\frac{x}{25} + \frac{y}{10} = 1$.
2) $2x + y - 10 = 0$ et $2x + 5y - 50 = 0$.

b) $y \geq {}^-2x + 10$ et $y \leq {}^-\frac{2}{5}x + 10$.

c) $\left(24 - 4\sqrt{30}, {}^-38 + 8\sqrt{30}\right)$,
$\left(\frac{56 - 4\sqrt{46}}{5}, \frac{138 + 8\sqrt{46}}{25}\right)$ et $\left(\frac{56 + 4\sqrt{46}}{5}, \frac{138 - 8\sqrt{46}}{25}\right)$,
soit, au dixième près, (2,1, 5,8), (5,8, 7,7) et (16,6, 3,3).

d) Pendant environ 1,2 s.
Il faut déterminer le temps t écoulé entre deux positions de l'objet qui sont représentées par les points de coordonnées (5,8, 7,7) et (16,6, 3,3).
D'après la fonction h, relativement au premier point qui se trouve avant le sommet de la parabole, on trouve $t \approx 0{,}64$. Relativement au deuxième point, on trouve $t \approx 1{,}87$.
La différence entre ces deux temps est 1,23 s.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 257**

11. a) (2, 8)

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$y = 4x$ $\qquad$ $y = 5x - 2$

c) Oui.
Soit $y = \mathrm{m}x + \mathrm{b}$, une droite qui passe par le point aux coordonnées entières $(\mathrm{x}_1, \mathrm{y}_1)$ et dont la pente m est un nombre entier.
Puisque la droite passe par le point $(\mathrm{x}_1, \mathrm{y}_1)$, on peut écrire $\mathrm{y}_1 = \mathrm{mx}_1 + \mathrm{b}$. En isolant b, on obtient $\mathrm{b} = \mathrm{mx}_1 - \mathrm{y}_1$; m, x_1 et y_1 étant des nombres entiers, b sera également un nombre entier puisque la multiplication ou la soustraction de deux entiers donne un nombre entier.

12. a) Équation de $\overline{AB}$: $y = \frac{1}{4}x$
Équation de $\overline{CD}$: $y = {}^-4x + 22$
Coordonnées du point D : $\left(\frac{88}{17}, \frac{22}{17}\right)$
Mesure de $\overline{AB}$: $2\sqrt{17}$ u
Mesure de $\overline{CD}$: $\frac{20\sqrt{17}}{17}$ u
Aire du triangle ABC : 20 u², car $\dfrac{2\sqrt{17} \times \frac{20\sqrt{17}}{17}}{2} = 20$.

b) Coordonnées du point F : (8, 6)
Aire du rectangle AEFD : 48 u²
Aire du triangle AEB : 8 u²
Aire du triangle BFC : 8 u²
Aire du triangle ACD : 12 u²
Aire du triangle ABC : 20 u², car
$48 - 8 - 8 - 12 = 20$.

c) Équation de $\overline{AB}$: $y = \frac{1}{4}x$
Coordonnées du point D : (4, 1)
Mesure de $\overline{CD}$: 5 u
Aire du triangle ADC : 10 u²
Aire du triangle DBC : 10 u²
Aire du triangle ABC : 20 u², car $10 + 10 = 20$.

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

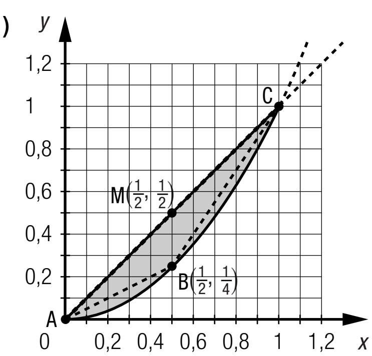
- On peut modifier la méthode 3 en traçant un segment horizontal BE au lieu du segment vertical CD, le point E se trouvant sur le côté AC. Il suffit ensuite de procéder comme dans la méthode 3 en calculant l'aire des deux triangles formés.
- On peut déplacer le point C parallèlement au côté AB. On sait que l'aire du triangle transformé sera la même que celle du triangle initial. Soit C', le nouvel emplacement du point C sur l'axe des ordonnées. La droite CC' a une pente de $\frac{1}{4}$, comme la droite AB. On en déduit que l'équation de $\overline{CC'}$ est $y = \frac{1}{4}x + 5$ et que les coordonnées du point C' sont (0, 5). On calcule alors l'aire du triangle ABC' en utilisant le segment AC' comme base.
- On peut déterminer une formule qui donne l'aire du triangle à partir des coordonnées des points B et C. Si (a, b) et (c, d) sont les coordonnées des deux sommets qui ne sont pas situés à l'origine, alors $A = \left|\frac{bc - ad}{2}\right|$. Le symbole de la valeur absolue n'a pas été nécessairement vu jusqu'ici par les élèves. Par leurs calculs, il est possible que les élèves déterminent la formule $A = \frac{bc - ad}{2}$ ou $A = \frac{ad - bc}{2}$, d'après les coordonnées attribuées aux points B et C dans leur représentation.
Au besoin, expliquer aux élèves le sens et le rôle de la valeur absolue en donnant un exemple où l'expression $bc - ad$ donne un résultat négatif.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 258**

13. a) $\mathrm{M}\left(1, \frac{5}{2}\right)$ et $\mathrm{B}\left(1, \frac{1}{4}\right)$.
L'aire du triangle ABC est de 6,75 u².

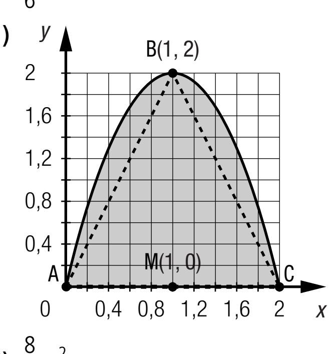
b) 9 u²

14. a) 1)



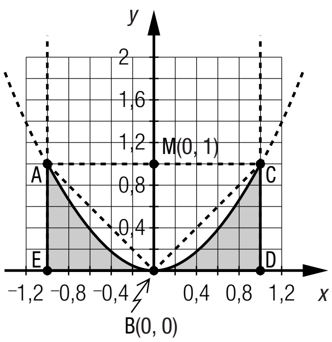
2) $\frac{1}{6}$ u²

b) 1)



2) $\frac{8}{3}$ u²

c) 1)



2) $\frac{2}{3}$ u²

15. a) 1) Mesure de $\overline{AB}$: $\sqrt{(15 - 0)^2 + (7 - 27)^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25$

Mesure de $\overline{BC}$: $\sqrt{(39 - 15)^2 + (0 - 7)^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$

Mesure de $\overline{CD}$: $\sqrt{(24 - 39)^2 + (20 - 0)^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25$

Mesure de $\overline{DA}$: $\sqrt{(0 - 24)^2 + (27 - 20)^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$

Les côtés du quadrilatère ABCD étant isométriques, il s'agit donc d'un losange.

2) Pente du segment AD : $\frac{20 - 27}{24 - 0} = -\frac{7}{24}$

Pente du segment BC : $\frac{0 - 7}{39 - 15} = -\frac{7}{24}$

Pente du segment AB : $\frac{7 - 27}{15 - 0} = \frac{-20}{15} = -\frac{4}{3}$

Pente du segment DC : $\frac{0 - 20}{39 - 24} = \frac{-20}{15} = -\frac{4}{3}$

Les pentes des segments AD et BC sont identiques ; ces deux segments sont donc parallèles. On peut dire la même chose des segments AB et DC.

3) Pente de $\overline{AC}$: $\frac{0 - 27}{39 - 0} = \frac{-27}{39} = -\frac{9}{13}$

Pente de $\overline{BD}$: $\frac{20 - 7}{24 - 15} = \frac{13}{9}$

Le produit des pentes étant −1, les deux diagonales du quadrilatère ABCD sont perpendiculaires.

b) $y < -\frac{7}{24}x + 27$ $\quad y < -\frac{4}{3}x + 52$

$y > -\frac{7}{24}x + \frac{91}{8}$ $\quad y > -\frac{4}{3}x + 27$

Vue d'ensemble (*suite*)

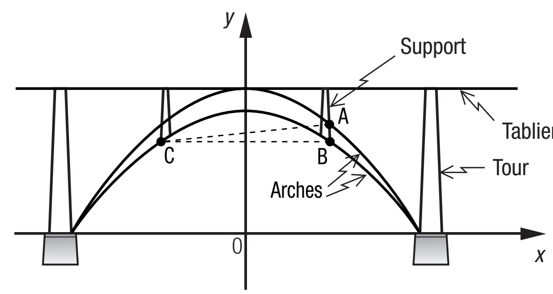
Page 259

16. a) y_1 : la parabole représentant le bas de l'arche.
y_2 : la parabole représentant le haut de l'arche.
y_3 : le segment de la partie gauche de la tour.
y_4 : le segment de la partie droite de la tour.
y_5 : le tablier du pont.

b) Équation du segment gauche du support :
$y = 20x - 682$
Équation du segment droit du support :
$y = -20x + 868$

c) Équation du segment gauche de la tour :
$y = 20x + 1800$
Équation du segment droit de la tour :
$y = -20x - 1650$
Équation du segment gauche du support :
$y = 20x + 868$
Équation du segment droit du support :
$y = -20x - 682$

d) Au centième de mètre près, cette distance est de 82,44 m.



La distance maximale correspond à l'une ou l'autre des distances suivantes : d(A, C) ou d(B, C).
On détermine les coordonnées des points A et B en résolvant les systèmes d'équations appropriés.

Pour le point A : $\begin{array}{l} y = -0{,}01x^2 + 68 \\ y = -20x + 868 \end{array}$.

Arrondies au millième près, les coordonnées du point A sont (40,834, 51,326).

Pour le point B : $\begin{array}{l} y = -0{,}0085x^2 + 58 \\ y = -20x + 868 \end{array}$

Arrondies au millième près, les coordonnées du point B sont (41,222, 43,556).

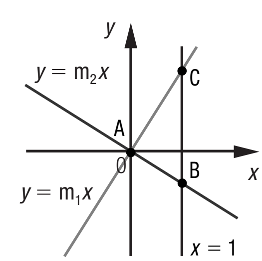
Par la symétrie, les coordonnées du point C sont (−41,222, 43,556).

$d(A, C) = \sqrt{(-41{,}222 - 40{,}834)^2 + (43{,}556 - 51{,}326)^2}$
$\approx 82{,}423$

$d(B, C) = 2 \times 41{,}222 = 82{,}444$

La distance entre les points B et C est supérieure.

17. a) Les coordonnées des points d'intersection sont $(1, m_1)$ et $(1, m_2)$.



b) Mesure de $\overline{AC}$: $\sqrt{1^2 + m_1^2}$

Mesure de $\overline{AB}$: $\sqrt{1^2 + m_2^2}$

Mesure de $\overline{BC}$: $m_1 - m_2$

Le triangle ABC est rectangle en A si et seulement si la relation de Pythagore est vérifiée.

$$\left(\sqrt{1^2 + m_1^2}\right)^2 + \left(\sqrt{1^2 + m_2^2}\right)^2 = (m_1 - m_2)^2$$
$$1 + m_1^2 + 1 + m_2^2 = m_1^2 + m_2^2 - 2m_1m_2$$
$$2 = -2m_1m_2$$
$$m_1m_2 = -1$$

Deux droites sont donc perpendiculaires si et seulement si le produit de leurs pentes est −1.

c) On peut toujours, par la translation, ramener le point d'intersection des deux droites à l'origine.
Puisqu'une translation conserve les mesures des angles et transforme une droite en une droite parallèle ayant la même pente, la démonstration est donc valide, peu importe l'endroit où les droites se coupent dans le plan.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 260

18. a) $8x + 35y - 315 = 0$ **b)** $8x + 35y - 297{,}5 = 0$

c) ≈ 39 %.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

Équation de la trajectoire du jet d'eau :
$y = {}^-0{,}07(x - 20)^2 + 7$

On résout le système : $y = 8x + 35y - 297{,}5 = 0$
$y = {}^-0{,}07(x - 20)^2 + 7$

pour trouver les coordonnées des points d'intersection.
On trouve, au dixième près, (14,8, 5,1) et (28,5, 2,0).

Distance totale parcourue : $\sqrt{1289}$ m, soit environ 35,9 m.
Distance parcourue sous le jet d'eau : $\approx 14{,}0$ m
Rapport entre ces deux distances :
$14{,}0 \div 35{,}9 \approx 0{,}39$

19. a) x : masse de la fille (en kg).
y : masse du 1er garçon (en kg).
z : masse du 2e garçon (en kg).
Équation 1 : $x + y = 123$
Équation 2 : $x + z = 128$
Équation 3 : $y + z = 135$

b) La masse de la fille est de 58 kg, celle du 1er garçon, de 65 kg et celle du 2e garçon, de 70 kg.

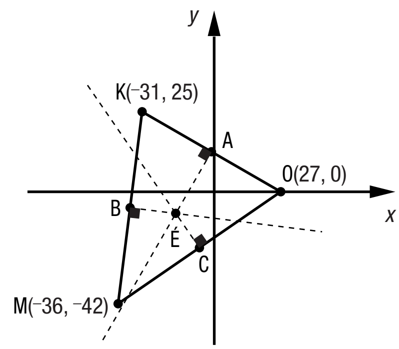
Plusieurs démarches possibles. Exemple :

En soustrayant les membres correspondants de l'équation 1 de l'équation 2, on obtient l'équation : $z - y = 5$.
En additionnant les membres correspondants de cette nouvelle équation à l'équation 3 de départ, on détermine que $z = 70$.
En remplaçant cette valeur dans l'équation 2 et dans l'équation 3 de départ, on détermine, respectivement, que $x = 58$ et $y = 65$.

Banque de problèmes

Page 261

20. L'épicentre de ce tremblement de terre se trouve à 11,8 km à l'ouest et à 10,1 km au sud de Kōbe.



Plusieurs démarches possibles. Exemple :

L'épicentre du tremblement de terre se trouvera au point de rencontre des médiatrices du triangle formé par les villes d'Osaka, de Kasai et de Minamiawaji.

Pour déterminer ce point de rencontre, on doit trouver les équations de deux des médiatrices, puis résoudre le système d'équations qui en résulte. On peut cependant déterminer l'équation de la troisième médiatrice pour valider la réponse.

Les coordonnées du point milieu de chacun des côtés du triangle sont :

A(⁻2, 12,5), B(⁻33,5, ⁻8,5), C(⁻4,5, ⁻21)

On calcule ensuite la pente de chacune des droites qui supporte les côtés du triangle :

Pente de la droite KO : $^-\frac{25}{58}$

Pente de la droite KM : $\frac{67}{5}$

Pente de la droite OM : $\frac{2}{3}$

Les médiatrices du triangle étant perpendiculaires à leur côté respectif, on détermine les pentes des droites qui les supportent en sachant que le produit des pentes de deux droites perpendiculaires est ⁻1.

Pente de la médiatrice AÉ : $\frac{58}{25}$

Pente de la médiatrice BÉ : $^-\frac{5}{67}$

Pente de la médiatrice CÉ : $^-\frac{3}{2}$

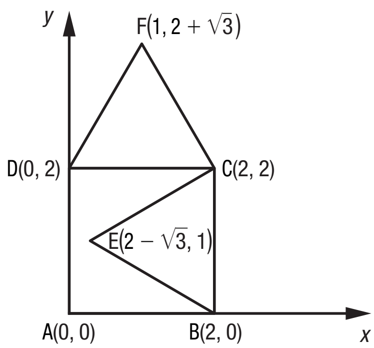
On détermine les équations des trois médiatrices à l'aide de leur pente respective et des coordonnées des points A, B et C.

$y_A = 2{,}32x + 17{,}14$ $y_B = {}^-\frac{5}{67}x - 11$
$y_C = 11{,}5x - 27{,}75$

En utilisant la méthode de comparaison pour analyser les droites prises deux à deux, on détermine que le point d'intersection des trois droites est, au dixième près, (⁻11,8, ⁻10,1).

21. *Plusieurs démarches possibles. Exemple :*

On détermine d'abord les coordonnées des six sommets. On trouve immédiatement les coordonnées des points A, B, C et D, puis on calcule l'abscisse du point E et l'ordonnée du point F en utilisant la relation de Pythagore.



Les points A, E et F seront alignés si les droites AE et AF sont confondues. Puisque ces deux droites passent par l'origine, il suffit de démontrer qu'elles ont la même pente pour que ce soit le cas.

Pente de la droite AE : $\frac{1 - 0}{(2 - \sqrt{3}) - 0} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

Pente de la droite AF : $\frac{(2 + \sqrt{3}) - 0}{1 - 0} = 2 + \sqrt{3}$

Les deux pentes sont identiques,

si et seulement si $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$.

Cette égalité est vraie, car

$(2 + \sqrt{3}) \times (2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1.$

Les points A, E et F sont donc alignés.

22. Pour déterminer la valeur de *x,* il faut éliminer les *y.* Pour y arriver, on multiplie la première équation par d et la seconde par b afin d'avoir le même coefficient devant la variable *y.*

$$\begin{array}{l} \text{a}x + \text{b}y = \text{s} \\ \text{c}x + \text{d}y = \text{t} \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{ad}x + \text{bd}y = \text{sd} \\ \text{bc}x + \text{bd}y = \text{bt} \end{array}$$

On soustrait ensuite la seconde équation de la première.

$$(\text{ad} - \text{bc})x = \text{sd} - \text{bt}$$

On isole la variable *x.*

$$x = \frac{\text{sd} - \text{bt}}{\text{ad} - \text{bc}}$$

À l'aide du système d'équations initial, on élimine la variable *x* en multipliant la première équation par c et la seconde par a.

$$\begin{array}{l} \text{a}x + \text{b}y = \text{s} \\ \text{c}x + \text{d}y = \text{t} \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{ac}x + \text{bc}y = \text{sc} \\ \text{ac}x + \text{ad}y = \text{at} \end{array}$$

On soustrait ensuite la première équation de la seconde.

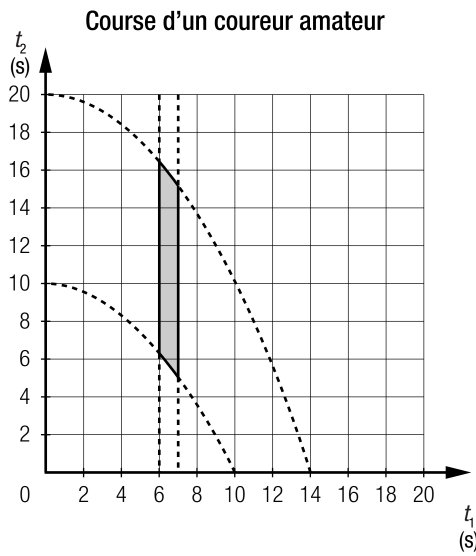
$$(\text{ad} - \text{bc})y = \text{at} - \text{sc}$$

On isole la variable *y.*

$$y = \frac{\text{at} - \text{sc}}{\text{ad} - \text{bc}}$$

Banque de problèmes (*suite*) **Page 262**

23. La région ombrée dans le graphique représente les valeurs possibles de la durée de chacune des deux phases de la course.



Pour déterminer cette région, on doit d'abord trouver les quatre inéquations qui la délimitent.

La phase d'accélération durant de 6 s à 7 s, on en déduit les inéquations $t_1 \geq 6$
$t_1 \leq 7.$

On trouve les deux autres inéquations en considérant qu'il a couru au moins 50 m et pas plus de 100 m. On en déduit les inéquations $d_1 + d_2 \geq 50$
$d_1 + d_2 \leq 100.$

En remplaçant d_1 et d_2 par leur expression respective en fonction du temps, puis en isolant la variable t_2, on obtient $t_2 \geq {}^-0{,}1t_1^2 + 10$
$t_2 \leq {}^-0{,}1t_1^2 + 20.$

Une fois que les courbes frontières associées à ces inéquations sont tracées, l'ensemble-solution correspond à la région où les coordonnées des points vérifient les quatre inéquations.

24. $3Cl_2 + 6NaOH \rightarrow 5NaCl + NaClO_3 + 3H_2O$

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

Par rapport à chaque élément, on peut écrire une équation de façon à ce que le nombre d'atomes de l'élément soit le même de chaque côté de la flèche de réaction chimique.

Équation du chlore (Cl) : $2a = c + d$
Équation du chlorate de sodium (Na) : $b = c + d$
Équation de l'oxygène (O) : $b = 3d + e$
Équation de l'hydrogène (H) : $b = 2e$

Si l'on pose a = 1, le système devient :

Équation du chlore (Cl) : $2 = c + d$
Équation du chlorate de sodium (Na) : $b = c + d$

Équation de l'oxygène (O) : $b = 3d + e$
Équation de l'hydrogène (H) : $b = 2e$

En comparant les équations du chlore et du chlorate de sodium, on obtient $b = 2$.

Par l'équation de l'hydrogène, on trouve $e = 1$.

L'équation de l'oxygène permet de trouver $d = \frac{1}{3}$.

En remplaçant b et d par leur valeur respective dans l'équation du chlorate de sodium, on trouve $c = \frac{5}{3}$.

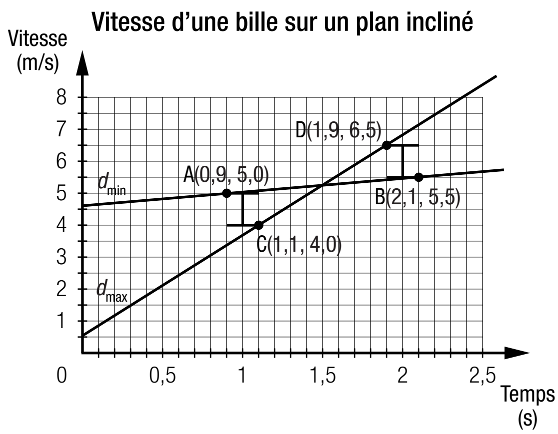
Pour obtenir des coefficients entiers, on multiplie chacune des valeurs trouvées par 3.

Banque de problèmes (*suite*) **Page 263**

25. La vitesse initiale de la bille se situe entre 0,6 m/s et 4,6 m/s.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

On trouve les vitesses minimale et maximale de la bille en traçant les droites des pentes maximale et minimale qui passent par les zones d'incertitude de chacune des deux mesures.



L'équation de la droite CD qui représente la pente maximale est $y_{d_{max}} = 3{,}125x + 0{,}5625$.

L'équation de la droite AD qui représente la pente minimale

est $y_{d_{min}} = \frac{5}{12}x + \frac{37}{8}$.

Dans ce contexte, l'ordonnée à l'origine de ces deux droites représente respectivement la valeur maximale et la valeur minimale de la vitesse initiale de la bille.

26. La trajectoire prise par la boule de pétanque est $y = {}^-0{,}1x^2 + 0{,}7x + 1$.

La boule a été lancée d'une hauteur de 1 m et a atteint une hauteur maximale d'environ 2,2 m à 3,5 m du joueur ou de la joueuse. La distance totale du lancer a été d'environ 8,2 m.

Plusieurs démarches possibles. Exemple :

La boule de pétanque suivant une trajectoire parabolique, son équation sera de la forme $y = \mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}$.

En remplaçant dans cette équation, à tour de rôle, x et y par les coordonnées des trois points fournies, on obtient le système d'équations suivant.

Équation 1 : $2 = 4a + 2b + c$
Équation 2 : $2{,}2 = 16a + 4b + c$
Équation 3 : $1{,}6 = 36a + 6b + c$

En soustrayant l'équation 1 de l'équation 2 et l'équation 3 de l'équation 2, on obtient un nouveau système d'équations indépendant du paramètre c.

$$0{,}2 = 12a - 2b$$
$$^-0{,}4 = 32a + 4b$$

En résolvant ce système, on trouve $a = {}^-0{,}1$ et $b = 0{,}7$.

On trouve la valeur de c en remplaçant les valeurs de a et de b dans une des équations du premier système. Le paramètre c vaut 1.

L'équation de la trajectoire est $y = {}^-0{,}1x^2 + 0{,}7x + 1$.

Sommet de la parabole :

$$h = \frac{^-b}{2a} = \frac{^-0{,}7}{^-0{,}2} = 3{,}5$$
$$k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{^-0{,}4 - 0{,}49}{^-0{,}4} = 2{,}225$$

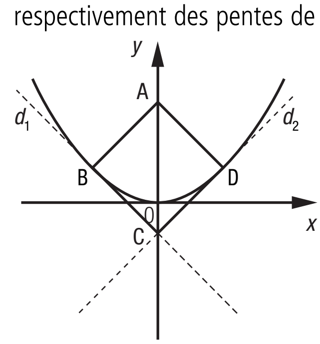
Abscisses à l'origine : $3{,}5 - 5\sqrt{0{,}89}$ et $3{,}5 + 5\sqrt{0{,}89}$.

Il faut rejeter la solution négative, qui ne correspond pas à la trajectoire.

27. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

1) Les pentes des droites d_1 et d_2 qui supportent les côtés BC et CD du carré

Puisque l'angle C est un angle droit, le produit des pentes des deux droites est ⁻1. De plus, puisque la diagonale AC sépare l'angle C en deux parties isométriques de 45°, les droites CB et CD auront respectivement des pentes de ⁻1 et de 1.



2) Les coordonnées du point C

Soit $y^2 = x + \text{b}$, l'équation de la droite d_2.
Les coordonnées du point C sont (0, b).

Puisque la droite d_2 est tangente à la parabole,

le système d'équations $\begin{array}{l} y = x^2 \\ y^2 = x + \text{b} \end{array}$

n'a qu'une seule solution. Cela n'est possible que si l'équation résultante, en posant $y = y_2$, soit l'équation $x^2 - x - \text{b} = 0$, n'a également qu'une seule solution. Cela implique que le discriminant associé à cette équation est nul.

On a donc : $1 + 4\text{b} = 0$

$\text{b} = \frac{-1}{4}$

Les coordonnées du point C sont $\left(0, \frac{-1}{4}\right)$.

3) Les coordonnées du point D

L'équation de la droite d_2 est donc $y_2 = x - \frac{1}{4}$.

Le sommet D est le point de rencontre de cette droite et de la parabole. On trouve ses coordonnées en résolvant

le système $\begin{array}{l} y = x^2 \\ y_2 = x - \frac{1}{4} \end{array}$

dont l'équation résultante est $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$.

Les coordonnées du point D sont $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$.

4) La longueur du côté CD et l'aire du carré

$d(\text{C, D}) = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{-1}{4}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

L'aire du carré est donc de $\frac{1}{2}$ unité carrée,

soit $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$.

VISION 5 | Les systèmes d'équations et d'inéquations

RÉVISION 5

Réactivation 1

Page 266

a. 1) 12 m **2)** 3 m

b. 1) $y_1 = \frac{-3x}{14} + 12$, où x est le temps et y_1, le niveau d'eau dans le réservoir en amont.

2) $y_2 = \frac{x}{6} + 3$, où x est le temps et y_2, le niveau d'eau dans le réservoir en aval.

c. 1) $\frac{75}{7}$ m ou $\approx 10{,}71$ m. **2)** 4 m

d. 1) $\frac{-3x}{14} + 12 = \frac{x}{6} + 3 \Rightarrow x \approx 23{,}63$ min **2)** $\approx 6{,}94$ m

Réactivation 2

Page 267

a.

Écran	A	B	C	D
Description	**La mesure des bordures est inférieure à 1 dm.**	L'aire des bordures rouges est supérieure d'au moins 35 dm² à l'aire des bordures bleues.	Le périmètre de l'écran, bordures incluses, est au plus de 76 dm.	La somme des aires des bordures rouges et des bordures bleues est inférieure ou égale à l'aire de l'écran.
Inéquation	$x < 1$	$2(24x) \geq 2(9x) + 35$	$\mathbf{2(2x + 8) + 2(2x + 20) \leq 76}$	$144 - 50x \geq 0$

b. A $x < 1$ B $x \geq \frac{7}{6}$ C $x \leq \frac{5}{2}$ D $x \leq \frac{72}{25}$

c. 1) Non, car la largeur des bordures a une mesure inférieure à 1 dm.

2) Oui, car la largeur des bordures a une mesure supérieure ou égale à $\frac{7}{6}$ dm ou environ 1,17 dm.

d. 2,5 dm

e. Valeur de x : $144 - 50x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2{,}88$
Périmètre maximal : $2(16 + 2 \times 2{,}88) + 2(9 + 2 \times 2{,}88) = 73{,}04$ dm

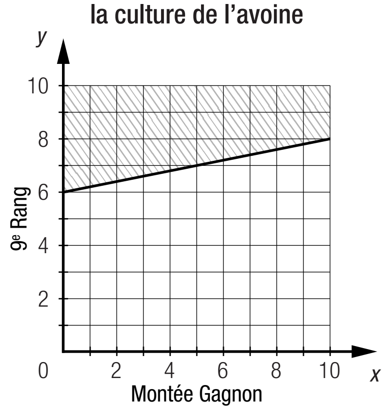
---

Réactivation 3

Page 268

a.

Région favorable à la culture de l'avoine

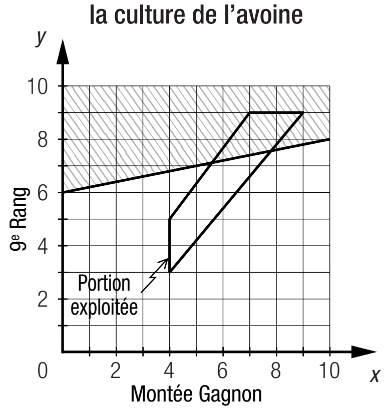


b. $y > -0{,}7x + 7$

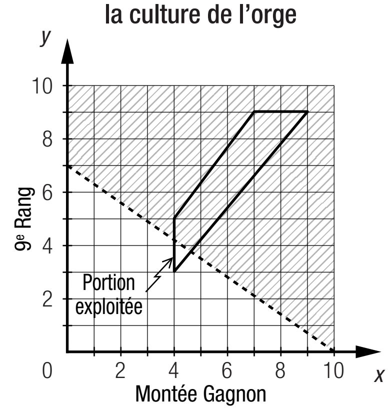
c. $(4, 3) : 3 < -\frac{1}{2}(4) + 4{,}5 \Rightarrow 3 < 2{,}5$ (faux).
$(4, 5) : 5 < -\frac{1}{2}(4) + 4{,}5 \Rightarrow 5 < 2{,}5$ (faux).
$(7, 9) : 9 < -\frac{1}{2}(7) + 4{,}5 \Rightarrow 9 < 1$ (faux).
$(9, 9) : 9 < -\frac{1}{2}(9) + 4{,}5 \Rightarrow 9 < 0$ (faux).
Tous les sommets ont des coordonnées qui ne satisfont pas l'inéquation associée à la culture du blé.

d.

Région favorable à la culture de l'avoine



Région favorable à la culture de l'orge



Seule une petite partie de la portion exploitée est favorable à la culture de l'avoine, alors que la majeure partie de la portion exploitée est favorable à la culture de l'orge. L'agriculteur a donc avantage à cultiver de l'orge plutôt que de l'avoine.

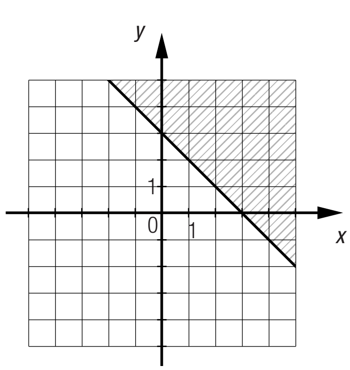
Mise à jour

Page 273

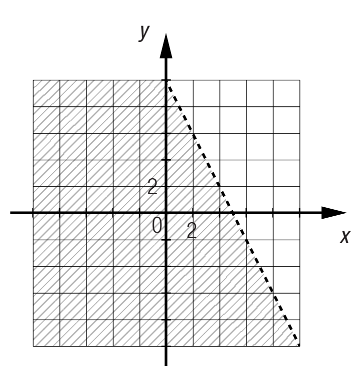
1. a) $(-4{,}5, -11{,}5)$ **b)** $\left(\frac{44}{9}, \frac{248}{9}\right)$ **c)** $(180, 30)$ **d)** Aucune solution. **e)** $\left(\frac{510}{31}, -\frac{120}{31}\right)$ **f)** $\left(-\frac{445}{27}, -\frac{718}{27}\right)$

2. a) $x \geq -6$ **b)** $x < 2{,}5$ **c)** $x \geq -4$ **d)** $x > \frac{77}{3}$ **e)** $x \leq \frac{7}{3}$ **f)** $x \geq \frac{4}{3}$

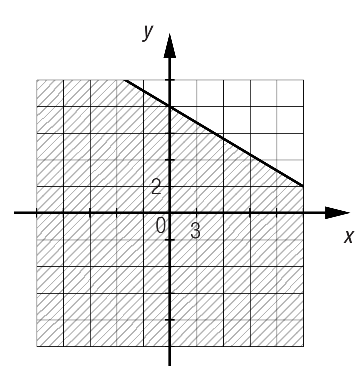
3. a)



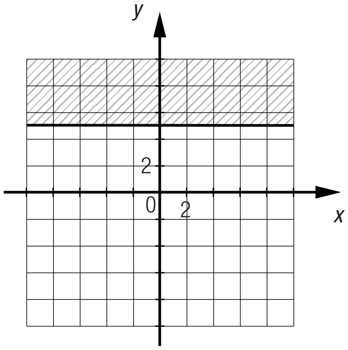
b)



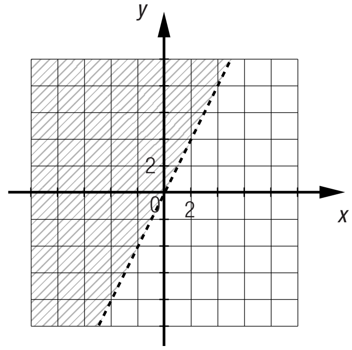
c)



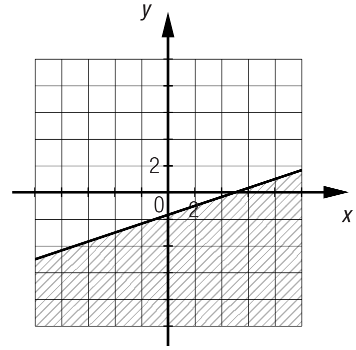
d)



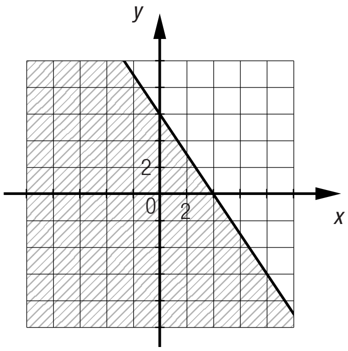
e)



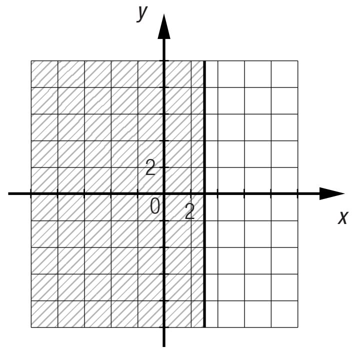
f)



g)



h)



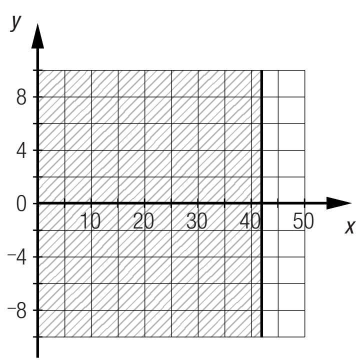
4. A 5, B 1, C 6, D 3, E 2, F 4

Mise à jour (*suite*) **Page 274**

5. a) $y < -\frac{2}{3}x + 8$ **b)** $y \geq 0{,}5x - 20$ **c)** $y < 3x - 3$ **d)** $y \geq -\frac{4}{3}x - 8$

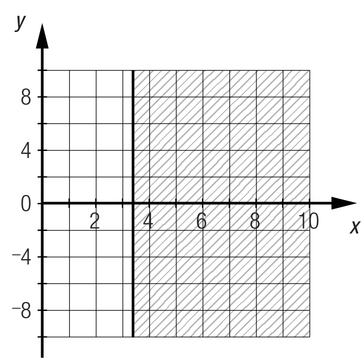
6. a) 1) x : un nombre
$\frac{x}{2} + 6 \leq 27$

2)



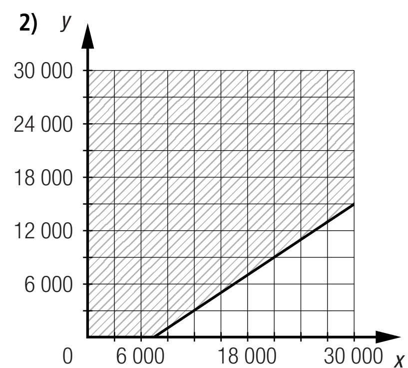
b) 1) x : un nombre
$-2x \leq \frac{2x}{3} - 9$

2)



c) 1) x : salaire de Jeanne
y : salaire de Julie
$2x - 3y \leq 15\,000$

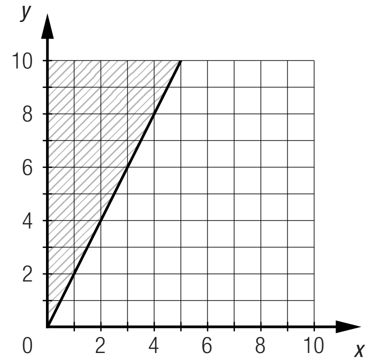
2)

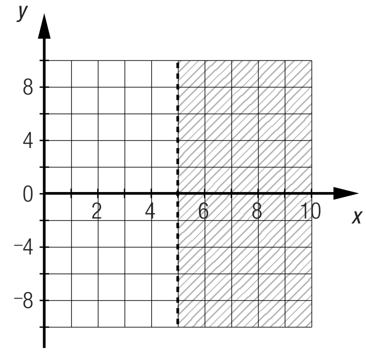


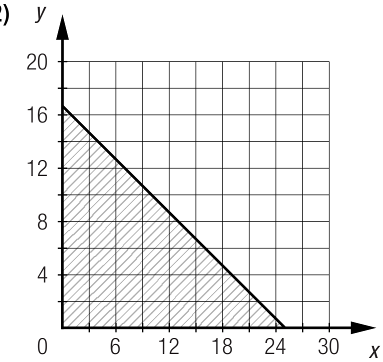
d) 1) x : vitesse d'un piéton
y : vitesse d'un cycliste
$x \leq \frac{y}{2}$

e) 1) x : température ambiante
$2x - 10 > 0$

f) 1) x : nombre de tables à 4 places
y : nombre de tables à 6 places
$4x + 6y \leq 100$

2) 

2) 

2) 

Mise à jour (*suite*)

Page 275

7. a) 1) x : temps (en s) et y : hauteur (en m) d'un ascenseur.

2) $y = -0{,}75x + 23$ et $y = 0{,}5x + 2$.

3) Les deux ascenseurs se rencontrent à une hauteur de 10,4 m à 16,8 s.

b) 1) x : temps (en s) et y : température (en °C) d'un liquide.

2) $y = 0{,}1x + 40$ et $y = 0{,}3x + 20$.

3) Les deux liquides sont à la même température (50 °C) à 100 s.

c) 1) x : temps (en s) et y : distance (en m) parcourue par un mobile.

2) $y = 8x + 100$ et $y = 10x$.

3) Le second mobile rattrapera le premier en 50 s.

8. a) La mesure de l'angle B est d'au moins 37,5° et inférieure ou égale à 60°.

m $\angle$ B : x

m $\angle$ C : $180 - 120 - x = 60 - x$

$x \geq 30 + \frac{1}{3}(60 - x) \Rightarrow x \geq 37{,}5$

b) La mesure de l'angle B est inférieure à $\frac{300}{7}$° et supérieure à 0°.

$60 - x > \frac{2}{5}x \Rightarrow x < \frac{300}{7}$

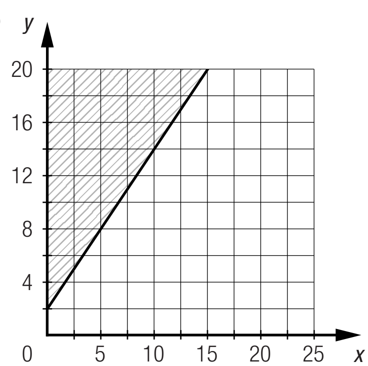
9. a) $36p \geq 384$ et $28p + 72 \leq 476$.

b) $\left[\frac{32}{3}, \frac{101}{7}\right]$ cm

Mise à jour (*suite*)

Page 276

10. a) $6x \leq 5y - 10$

b) 

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (5, 12), (10, 16) et (2, 8).

11. a) 1) $x^2 + 5^2 \leq 12^2$

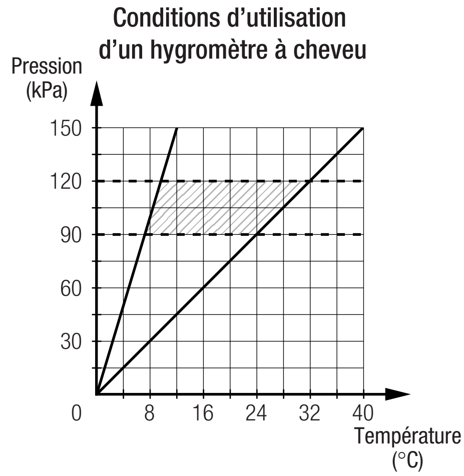
2) $\sqrt{119}$ dm

b) 1) Sur la courbe.

2) Au-dessous de la courbe.

Problème Page 277

P : pression (en kPa)
T : température (en °C)
Inéquations : $P > 90$, $P < 120$, $\frac{P}{T} \geq 3{,}75$ et $\frac{P}{T} \leq 12{,}5$.
Le graphique ci-contre représente la situation.



Activité 1 Page 278

a. x : nombre d'échantillons de salive y : nombre d'échantillons de sang

b. Graphique ① : $x < \frac{1}{3}y$; graphique ② : $x + y \leq 360$.

c.

	$x < \frac{1}{3}y$	$x + y \leq 360$
A(45, 180)	**Oui**	**Oui**
B(90, 235)	**Non**	**Oui**
C(80, 290)	**Oui**	**Non**
D(135, 235)	**Non**	**Non**

d. **1)** Ⓐ et Ⓓ. **2)** Ⓒ et Ⓓ. **3)** Ⓓ **4)** Ⓑ

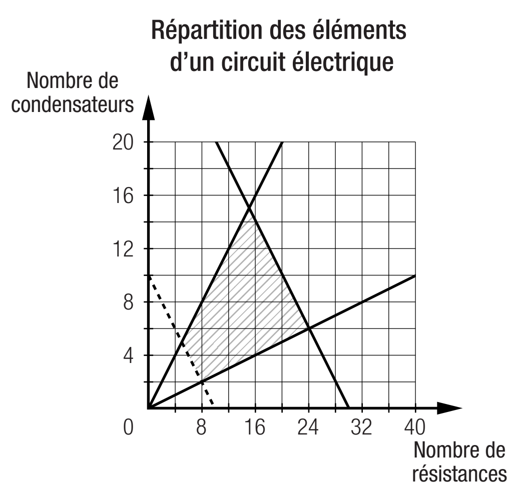
e. Non, car le couple (90, 270) ne satisfait pas les deux inéquations à la fois. Ce couple appartient à l'ensemble-solution de l'inéquation $x + y \leq 360$, mais pas à l'ensemble-solution de l'inéquation $x < \frac{1}{3}y$.

Activité 2 Page 279

a. $x + y > 10$, $x + y \leq 30$, $x \geq y$ et $x \leq 4y$.

b. **1)** On ne peut avoir qu'un nombre positif de résistances.
2) On ne peut avoir qu'un nombre positif de condensateurs.

c.



d. **1)** Oui. **2)** Non.

e. $x \geq 0$, $x + y > 14$, $x + y \leq 28$ et $x \leq y$.

f.
- Le nombre de résistances doit être supérieur ou égal à 0.
- Le nombre de résistances combiné au nombre de condensateurs doit être supérieur à 14.
- Le nombre de résistances combiné au nombre de condensateurs ne peut pas dépasser 28.
- Le nombre de résistances doit être inférieur ou égal au nombre de condensateurs.

g. A(14, 14), B(7, 7), C(0, 14), D(0, 28)

h. Les coordonnées des points A et D font partie de l'ensemble-solution, car elles vérifient chacune des inéquations du système. Les coordonnées des points B et C ne font pas partie de l'ensemble-solution, car elles ne vérifient pas l'inéquation $x + y > 14$.

Technomath

Page 280

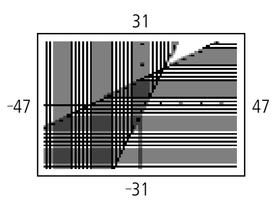
a. **1)** Le demi-plan situé au-dessus de la droite frontière doit être hachuré.
2) Le demi-plan situé au-dessous de la droite frontière doit être hachuré.

b. **1)** $y \geq 1{,}5x + 15$ **2)** $y \leq -0{,}3x - 10$

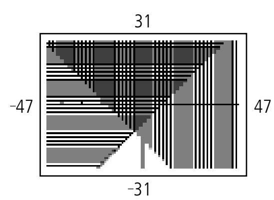
c. $y \geq x$ et $y \geq 30 - x$.

d. **1)** $(11, -12)$: $y \geq x \Rightarrow -12 \geq 11$ (faux) et $y \geq 30 - x \Rightarrow -12 \geq 19$ (faux).
2) $(15, 26)$: $y \geq x \Rightarrow 26 \geq 15$ (vrai) et $y \geq 30 - x \Rightarrow 26 \geq 15$ (vrai).

e. **1)**



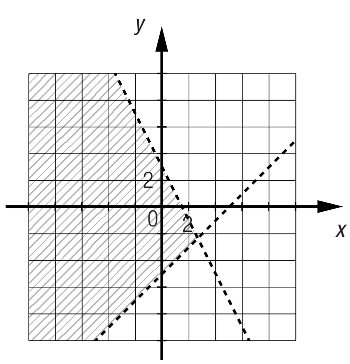
2)



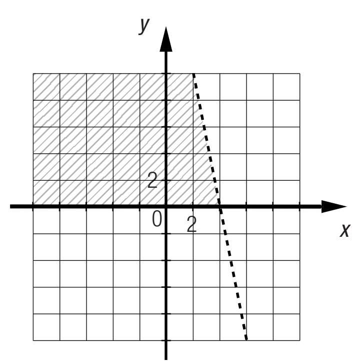
Mise au point 5.1

Page 283

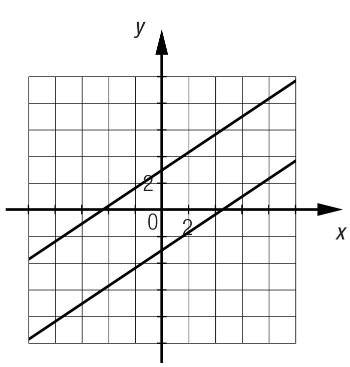
1. a)



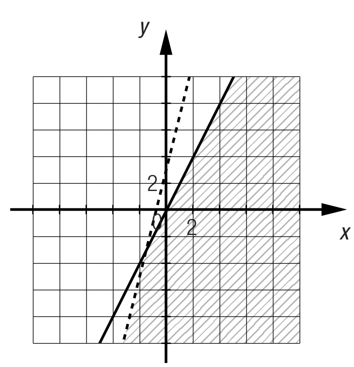
b)



c)



d)

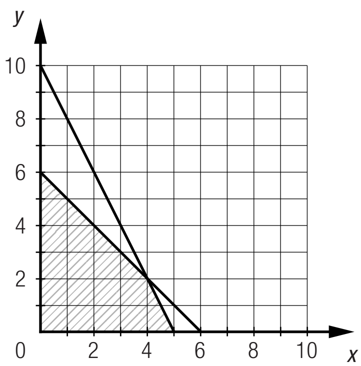


2. a) 1) $y < 2x - 2 \quad y \leq {}^{-}0{,}5x - 1$ **2)** $y < 2x - 2 \quad y \geq {}^{-}0{,}5x - 1$

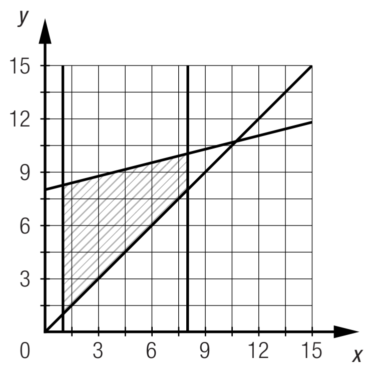
3) $y > 2x - 2 \quad y \geq {}^{-}0{,}5x - 1$ **4)** $y > 2x - 2 \quad y \leq {}^{-}0{,}5x - 1$

b) Non, car l'une des deux droites est tracée d'un trait en pointillé.

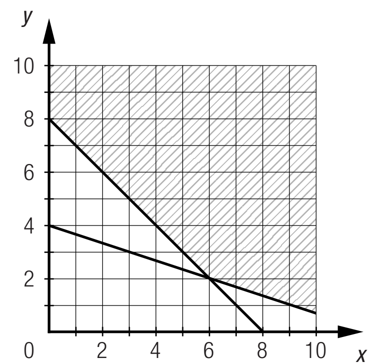
3. a)



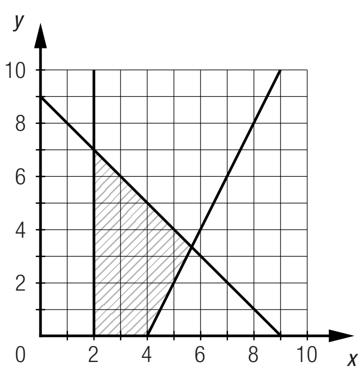
b)



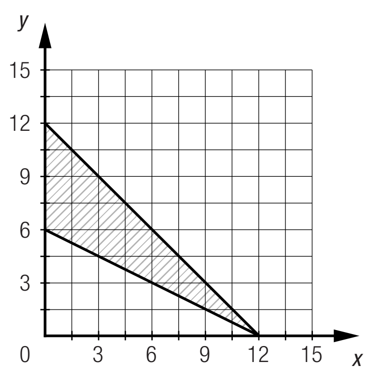
c)



d)



e)



4. a) A, C, E, F **b)** D **c)** B, C, E **d)** B, D

5. a) $x < {}^{-}5$

$y \geq 6$

$3x + 2y < 18$

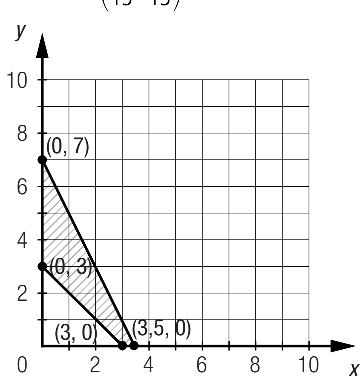
$y \geq \frac{{}^{-}2x}{3} - \frac{20}{3}$

Mise au point 5.1 (*suite*) **Page 284**

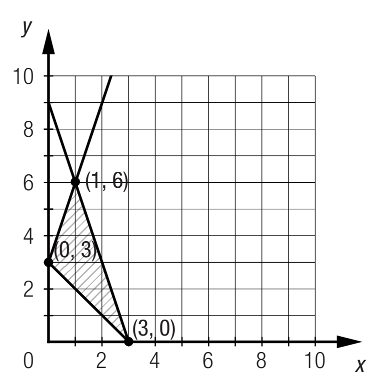
6. a) A(0, 6), B(8, 10), C(20, 0), D(0, 4) **b)** A(0, 12), B(3, 15), C(7,5, 15), D$\left(\frac{8}{3}, \frac{16}{3}\right)$, E(0, 8)

c) A(0, 8), B$\left(\frac{8}{13}, \frac{72}{13}\right)$, C(8, 0) **d)** A(0, 2), B(6, 1), C(9, 0), D(0, 0)

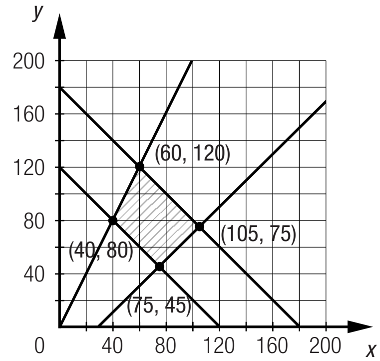
7. a)



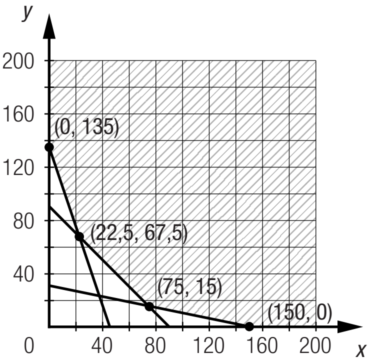
b)



c)



d)



8. a) $x > 0$ et $y \geq 2x$. **b)** $y \leq 0$ et $x \leq \frac{y}{3}$. **c)** $y > x$ et $y \leq 4x$.
d) $x + y > 0$ et $x + y \leq 12$. **e)** $y \geq x + 5$ et $y \leq x + 10$.

Mise au point 5.1 (*suite*) Page 285

9. a) $y \leq -x^2$ et $y > -2(0{,}8)^x$. **b)** $y \leq 2^x$ et $y > \frac{1}{x}$.
c) $y \leq [x]$ et $y \geq x - 1$. **d)** $y \leq |x|$ et $y \geq -|x|$.

10. a) d_1 : 5 d_2 : 4 d_3 : 3 d_4 : 1 d_5 : 2
b) La contrainte 3.
c) 1) Parce qu'elle ne devrait pas compter les solutions associées aux couples (3, 7), (4, 6) et (5, 5), puisque ces solutions ne satisfont pas à la contrainte 1 et que trois des points sont situés sur une droite en pointillé.
2) 21 solutions.

Mise au point 5.1 (*suite*) Page 286

11. a)

Situation 1	Situation 2
$x \leq \frac{y}{2}$ $x + y \geq 15$ $x + y \leq 26$	$x \leq \frac{y}{2}$ $x + y \geq 15$ $x + y \leq 26$

Les situations sont constituées des mêmes inéquations.

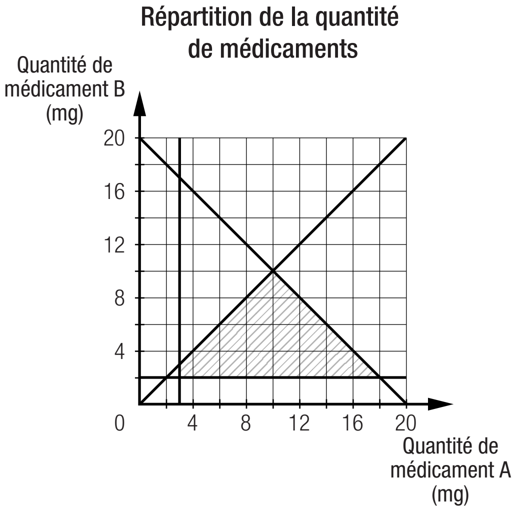
b) 1) Oui, car le point vérifie chacune des inéquations.
2) Non, car le nombre de sapins et le nombre d'érables doivent être entiers.
c) 1) $\mathbb{R}_+$ **2)** $\mathbb{N}$

12. a) A, D **b)** B **c)** C **d)** E

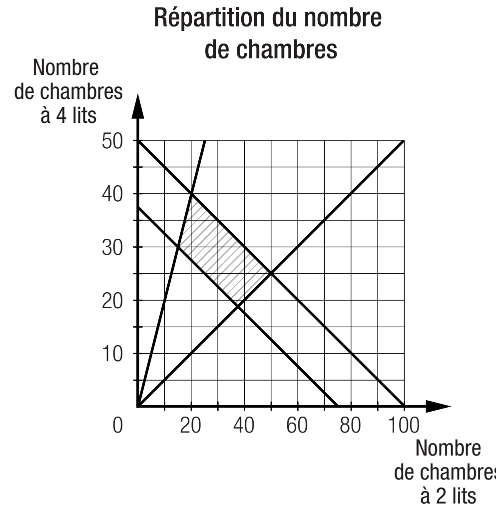
Mise au point 5.1 (*suite*) Page 287

13. a) 1) x : quantité de médicament A (en mg)
y : quantité de médicament B (en mg)
2) $x \geq 3$
$y \geq 2$
$x + y \leq 20$
$x \geq \frac{x + y}{2}$

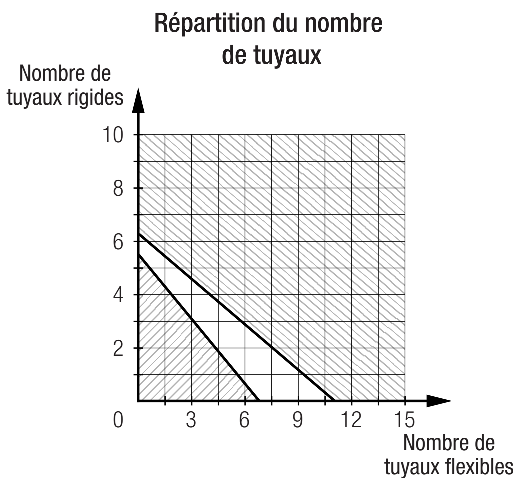
b) 1) x : nombre de chambres à 2 lits
y : nombre de chambres à 4 lits
2) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$2x + 4y \geq 150$
$2x + 4y \leq 200$
$x \geq \frac{x + y}{3}$
$x \leq \frac{2(x + y)}{3}$

3) 

4) (3, 2), (3, 3), (10, 10) et (18, 2).
5) Tous les sommets font partie de la région-solution.
6) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (10, 3), (12, 4) et (14, 5).

3) 

4) (15, 30), (20, 40), (50, 25) et (37,5, 18,75).
5) Seul le sommet (37,5, 18,75) ne fait pas partie de la région-solution, car ses coordonnées ne sont pas entières.
6) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (25, 30), (30, 30) et (40, 25).

14. a) 

b) Non. Les deux régions-solutions associées à chacune des contraintes n'ont pas d'intersection.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
L'ensemble des tuyaux installés doit permettre un écoulement minimal de 15 L/min.

15. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* (5, 0), (4, 3) et (6, −3). **b)** Aucune solution.

Mise au point 5.1 (*suite*)

Page 288

16. a) La fréquence cardiaque maximale va de 195 à 215 contractions/min, ce qui correspond à 205 ± 10 contractions/min :
205 = 220 − âge
Âge = 15 ans.

b) 1) Zone Ⓐ : entraînement intensif ; zone Ⓑ : amélioration des capacités cardiovasculaires ; zone Ⓒ : diminution de la masse ; zone Ⓓ : maintien de la condition physique actuelle.

2) $x \geq 195$, $x \leq 215$, $y \geq 0{,}6x$ et $y < 0{,}65x$.

c) De 120 à 129 contractions/min.
Minimum : 0,6 × 200 = 120 contractions/min (inclus).
Maximum : 0,65 × 200 = 130 contractions/min (exclu).

Objectif visé et solutions avantageuses

Problème

Page 289

Plusieurs réponses possibles. Exemple :
Chaque plaque doit avoir une épaisseur de 20 cm et une base dont l'aire est de 10 m^2.
x : épaisseur d'une plaque (en cm)
y : aire de la base d'une plaque (en m^2)

Système d'inéquations :
$x \geq 12$
$x \leq 22$
$y \geq 6$
$y \leq 10$
$\frac{y}{x} \geq 0{,}4$
$\frac{y}{x} \leq 0{,}6$

Après avoir tracé un polygone de contraintes, on cherche un point dont les coordonnées engendrent un format de plaque plus efficace que ceux proposés, par exemple (20, 10).

Activité 1

Page 290

a. **1)** $C = 1{,}5x + 0{,}5y$
2) Non, car cette équation ne traduit pas une contrainte à respecter.

b. $x \geq 0$
$y \geq 0$
$0{,}5x + 3y \geq 15$
$x + y \leq 15$
$y < \frac{2(x + y)}{3}$

c. **Calcul du coût d'achat des turbines**

Point	Coût (M$)
A(2, 3)	$1{,}5 \times 2 + 0{,}5 \times 3 = 4{,}5$
B(3, 6)	**$1{,}5 \times 3 + 0{,}5 \times 6 = 7{,}5$**
C(4, 5)	**$1{,}5 \times 4 + 0{,}5 \times 5 = 8{,}5$**
D(5, 10)	**$1{,}5 \times 5 + 0{,}5 \times 10 = 12{,}5$**
E(6, 8)	**$1{,}5 \times 6 + 0{,}5 \times 8 = 13$**
F(7, 5)	**$1{,}5 \times 7 + 0{,}5 \times 5 = 13$**
G(10, 4)	**$1{,}5 \times 10 + 0{,}5 \times 4 = 17$**

d. **1)** Les couples A(2, 3), B(3, 6) et D(5, 10), car ils sont associés à des points qui n'appartiennent pas à la région-solution.
2) Le couple G(10, 4), car de tous les couples proposés qui satisfont aux contraintes, c'est celui qui engendre le coût le plus élevé.
3) Le couple C(4, 5), car de tous les couples proposés qui satisfont aux contraintes, c'est celui qui engendre le coût le moins élevé.

Technomath

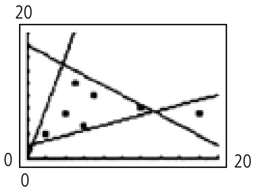
Page 291

a. $y \geq 0{,}5x$, $y \geq 20 - 3x$ et $y \leq 18 - 0{,}5x$.

b. $5x + 3y$

c. **1)** (15, 8) **2)** (5, 6)

d. 1)



2) i) Le couple (12, 8). **ii)** Le couple (2, 4).

Mise au point 5.2

Page 293

1. a)

Couple	$z = 4x - 2y$
(1, 0)	**4**
(1, 8)	**-12 (minimum)**
(3, 1)	**10**
(3, 3)	**6**
(4, 8)	**0**
(5, 2)	**16 (maximum)**
(8, 10)	**12**

b)

Couple	$z = 7x + 9y$
(2, 2)	**32 (minimum)**
(6, 18)	**204**
(10, 4)	**106**
(12, 12)	**192**
(14, 16)	**242**
(18, 6)	**180**
(20, 12)	**248 (maximum)**

c)

Couple	$z = -1{,}2x + 0{,}4y + 2$
(0, 50)	**22 (maximum)**
(30, 20)	**-26**
(30, 70)	**-6**
(50, 40)	**-42**
(60, 90)	**–34**
(80, 10)	**-90 (minimum)**
(90, 40)	**-90 (minimum)**

Mise au point 5.2 (*suite*)

Page 294

2. a) 1) x : temps (en min) consacré aux nouvelles du sport
y : temps (en min) consacré aux nouvelles nationales
$x \geq 0$, $y > 20$, $19x > y$, $4x < y$, $y \leq 35$ et $x + y \leq 75$.

2) L'objectif visé est de produire un bulletin d'informations au moindre coût.

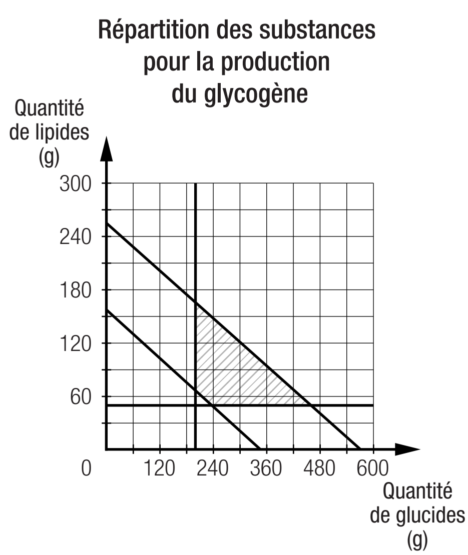
3) $z = 25x + 15y$, où z est le coût de production d'un bulletin d'informations (en $).

b) 1) x : nombre d'avions de type A produits
y : nombre d'avions de type B produits
$x \geq 0$, $y \geq 0$, $200x + 125y \leq 5000$, $x \geq 5 + 2y$ et $x + y \leq 30$.

2) L'objectif visé est de minimiser le temps de production des avions.

3) $z = 3x + 5y$, où z est le temps de production des avions (en semaines).

3. a)



b) $G = 0{,}04x + 0{,}01y$, où G est la quantité de glycogène (en g), x, la quantité de glucides (en g), et y, la quantité de lipides (en g).

c) 1) La suggestion D, pour une production minimale de glycogène de 10,1 g.

2) La suggestion B, pour une production maximale de glycogène de 14,5 g.

Mise au point 5.2 (*suite*)

Page 295

4. a) $C = 150\,000x + 225\,000y$, où C représente les coûts (en $), x, le nombre de presses thermiques, et y, le nombre de presses laser.

b) Le point B, pour des coûts minimaux de 1 725 000 $.

5. a) 1) Le point A. **2)** Le point E.

b) 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = 2x + 3y$

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = x - 4y$

3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = x + 2y$

Mise au point 5.2 (*suite*)

Page 296

6. a) x représente le nombre d'employés à temps plein et y représente le nombre d'employés à temps partiel.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

- 5 employés à temps plein et 20 employés à temps partiel.
- 8 employés à temps plein et 12 employés à temps partiel.
- 11 employés à temps plein et 4 employés à temps partiel.

c) Oui. Si l'entreprise compte 1 employé à temps plein et 6 employés à temps partiel.

7. a) 1) $z = 12c + 18s$, où z représente les coûts de production (en $).

2) $r = 20c + 25s$, où r représente les revenus (en $).

3) $p = 8c + 7s$, où p représente les profits (en $).

b) 1) Le point D(100, 125), avec des coûts de production de 3450 $.

2) Le point A(75, 250), avec des revenus de 7750 $.

3) Le point C(150, 175), avec des profits de 2425 $.

Mise au point 5.2 (*suite*)

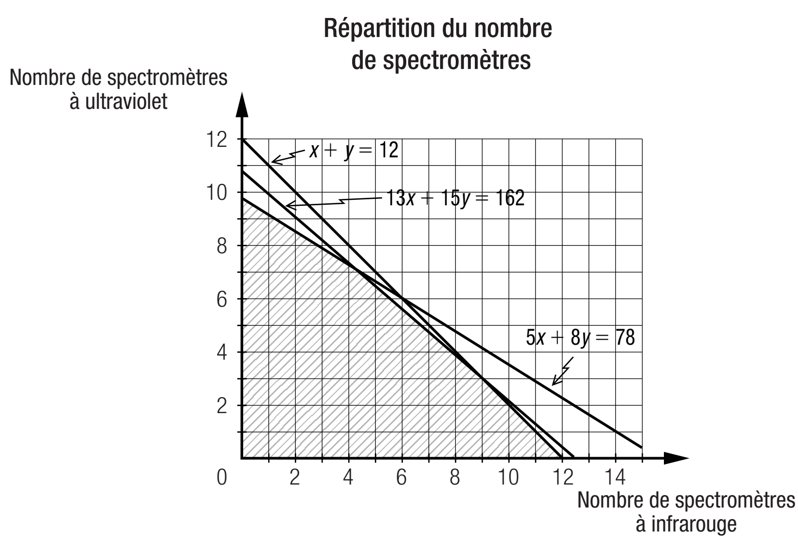
Page 297

8. a) Minimiser la quantité de plastique utilisée pour la fabrication des bouteilles.

b) $z = 150p + 250g$, où z représente la quantité de plastique utilisée (en cm^2).

c) Le couple E(80, 80) constitue la solution la plus avantageuse, avec l'utilisation de 32 000 cm^2 de plastique.

9. a)



b) Non. Seuls les couples de nombres entiers doivent être considérés.

c) $14 \times 6 + 15 \times 5 = 159$ échantillons traités/h.

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 4 spectromètres à infrarouge et 7 spectromètres à ultraviolet.

Mise au point 5.2 (*suite*)

Page 298

10. a)

- Le côté ① est associé à « Chaque millier de dollars investis en publicité permet de vendre au plus 1200 unités ».
- Le côté ② est associé à « L'investissement en publicité est d'au plus 60 k$ ».
- Le côté ③ est associé à « Chaque millier de dollars investis en publicité permet de vendre au moins 600 unités ».
- Le côté ④ est associé à « L'investissement en publicité est d'au moins 30 k$ ».

b) Fonction à optimiser : $P = 6y - x$, où P représente le profit (en k\$), y, les ventes (en milliers d'unités), et x, l'investissement en publicité (en k\$).

1) Le point D. **2)** Le point D, pour un profit maximal de 248 000 \$.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le prix de vente pourrait être de 11 \$.

Mise au point 5.2 (*suite*) **Page 299**

11. a) Le point A. Les coefficients a et b dans la règle étant positifs, x_1 étant inférieure à x_2 et à x_3 et y_1 étant inférieure à y_2 et à y_3, l'expression $ax_1 + by_1$ est nécessairement inférieure à $ax_2 + by_2$ et à $ax_3 + by_3$.

b) Non. Lorsqu'on compare la valeur de la fonction évaluée au point C avec celle évaluée au point B, on sait que le terme ax augmente (car l'abscisse du point C est supérieure à l'abscisse du point B) et que le terme by diminue (car l'ordonnée du point C est inférieure à l'ordonnée du point B). Ne connaissant pas l'ampleur de l'augmentation et celle de la diminution, on ne peut pas déduire lequel de ces points a des coordonnées qui engendrent une valeur maximale.

12. a) x : temps consacré à l'entraînement cardiovasculaire (en min)
y : temps consacré à l'entraînement musculaire (en min)

Système d'inéquations : $x \geq 0$
$x \geq \frac{2}{3}(x + y)$
$y \geq 15$
$x + y \leq 90$

Fonction à optimiser : $z = 10x + 6y$, où z est le nombre de calories brûlées.

Plusieurs réponses possibles. Exemple : Cette athlète devrait faire 75 min d'entraînement cardiovasculaire et 15 min d'entraînement musculaire.

b) $t = x + y$, où t est la durée totale de l'entraînement (en min).

c) La région F.

d) Système d'inéquations : $x \geq 0$
$x \geq \frac{2}{3}(x + y)$
$y \geq 15$
$x + y \leq 90$
$10x + 6y \geq 700$

Plusieurs réponses possibles. Exemple : Cette athlète pourrait faire 60 min d'entraînement cardiovasculaire et 20 min d'entraînement musculaire.

SECTION 5.3 Optimisation à l'aide de la programmation linéaire

Problème **Page 300**

x : longueur du tube (en cm)
y : diamètre du tube (en cm)

Contraintes : $x \geq 2,4$
$y \geq 0$
$x \leq 5,2$
$y \geq 0,1x$
$y \leq 0,25x$

Objectif : Chercher le tube le plus court tel que $8x - 40y = 15$.

Le tube doit avoir une longueur de 3,75 cm et un diamètre de 0,375 cm.

Activité 1

Page 301

a. **1)** Ensemble des couples (altitude, résistance de l'air) qui engendrent une consommation de 17,7 L/km de kérosène.
2) Ensemble des couples (altitude, résistance de l'air) qui engendrent une consommation de 18,5 L/km de kérosène.
3) Ensemble des couples (altitude, résistance de l'air) qui engendrent une consommation de 19,3 L/km de kérosène.
4) Ensemble des couples (altitude, résistance de l'air) qui engendrent une consommation de 20,1 L/km de kérosène.

b. C'est l'ensemble des couples (altitude, résistance de l'air) qui engendrent une consommation de 19,3 L/km de kérosène tout en respectant les contraintes.

c. $-\frac{2}{45}$

d. Elle augmente.

e. **1)** Non, car la droite d_1 n'a aucun point en commun avec le polygone de contraintes.
2) Non, car la droite d_4 n'a aucun point en commun avec le polygone de contraintes.

f.

Sommet	$0{,}32x + 7{,}2y$	C
A(8,5, 2,185)	**0,32 × 8,5 + 7,2 × 2,185**	**18,452**
B(8,5, 2,375)	**0,32 × 8,5 + 7,2 × 2,375**	**19,82**
C(9, 2,25)	**0,32 × 9 + 7,2 × 2,25**	**19,08**
D(9, 2,09)	**0,32 × 9 + 7,2 × 2,09**	**17,928**

Activité 1 (*suite*)

Page 302

g. **1)** B(8,5, 2,375) **2)** D(9, 2,09)

h.

Consommation de kérosène (L/km)	$C = 0{,}95x + 5y$	$y = \frac{C}{5} - 0{,}19x$
19	$19 = 0{,}95x + 5y$	$d_5 : y = \mathbf{3{,}8 - 0{,}19x}$
19,3	$\mathbf{19{,}3 = 0{,}95x + 5y}$	$d_6 : y = \mathbf{3{,}86 - 0{,}19x}$
19,6	$\mathbf{19{,}6 = 0{,}95x + 5y}$	$d_7 : y = \mathbf{3{,}92 - 0{,}19x}$
20	$\mathbf{20 = 0{,}95x + 5y}$	$d_8 : y = \mathbf{4 - 0{,}19x}$

i. B(8,5, 2,375)

j. Sur le côté AD.

k. **1)** Ce point correspond à un sommet du polygone de contraintes.
2) Ces points sont situés sur un côté du polygone de contraintes.

Technomath

Page 303

a. (2, 4), (6, 7) et (8,2).

b. **1)** $z = x + 2y$ **2)** −0,5 **3)** (6, 7) **4)** (2, 4)

c. *Plusieurs réponses possibles.* Il faut que B = 0,4A. Par exemple, on peut saisir A = 5 et B = 2.

d. **1)** (6, 7) **2)** (2, 4)

Mise au point 5.3

Page 306

1. a) **1)** C(3, 3) **2)** A(5, 9)
b) **1)** B(20, 40) **2)** C(28, 12)
c) **1)** Tous les points situés sur le côté AB. **2)** C(18, 10)
d) **1)** D(40, 30) **2)** Tous les points situés sur le côté BC.

2. a) Le sommet B. **b)** Le sommet B.

Mise au point 5.3 (*suite*) **Page 307**

3. a) ① : C(6, 9) ; ② : B(2, 5) **b)** ① : 39 ; ② : −10

4. a) 1) 32 (point E) **2)** −48 (point B) **b) 1)** 25 (point C) **2)** 7 (point F)

c) 1) 174 (point D) **2)** 6 (point G) **d) 1)** −2,8 (point G) **2)** −19,2 (point D)

5. a) (17, 3) **b)** (80, 30) **c)** (0,9, 0,8) **d)** $\left(\frac{20}{73}, -\frac{317}{73}\right)$

Mise au point 5.3 (*suite*) **Page 308**

6. a) (2,5, 2,5) **b)** (7,5, 20)

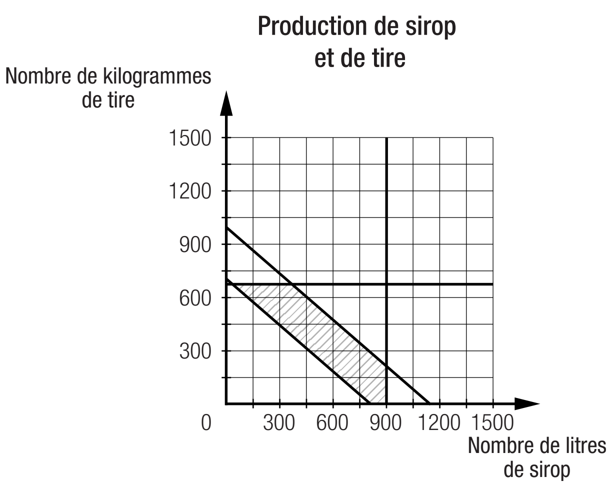
7. a) (3, 6) **b)** (2, 5)

8. a) x : nombre de litres de sirop y : nombre de kilogrammes de tire

b) $z = 3x + 8y$

c) $x \geq 0$
$y \geq 0$
$35x + 40y \geq 28\,000$
$35x + 40y \leq 40\,000$
$x \leq 900$
$y \leq 675$

d)



e) Cette acéricultrice doit produire 371,43 L de sirop et 675 kg de tire.

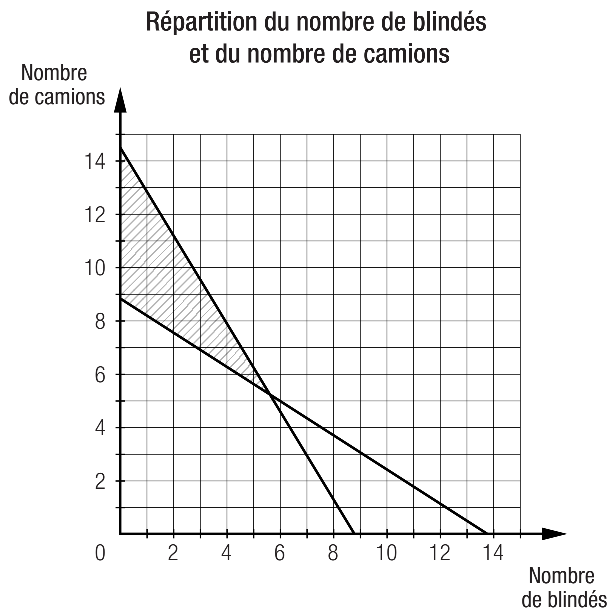
f) Elle peut escompter un profit d'environ 6514,29 $.

Mise au point 5.3 (*suite*) **Page 309**

9. a) Oui si a et b sont négatifs, car lorsque x et y diminuent, la fonction à optimiser devient de moins en moins négative, jusqu'à atteindre un maximum. Non si a et b sont positifs, car les termes ax et by sont positifs et peuvent croître indéfiniment.

b) Non, car seulement un des deux termes ax et by est positif et peut croître indéfiniment.

10. a)



b) $z = 20x + 12y$, où z est le nombre de soldats déplacés.

c) Car on ne peut utiliser qu'un nombre entier de véhicules pour les déplacements.

d) Deux couples-solutions. Les couples (1, 13) et (4, 8).

e) 176 soldats.

f) 1 blindé et 13 camions.

11. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $z = y - 3x$

b) $z = y - \frac{4x}{3}$

Mise au point 5.3 (*suite*)

12. x : nombre de vis fabriquées dans chaque atelier
y : nombre de boulons fabriqués dans chaque atelier

Système d'inéquations : $x \geq 0$
$y \geq 0$
$3x + 4{,}5y \leq 10\,800$
$6x + 4y \leq 13\,200$

Fonction à optimiser : $P = 2(0{,}2x + 0{,}15y)$, où P représente les profits (en $).

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), (0, 2400), (1080, 1680), (2200, 0)

Cette entreprise doit produire 2160 vis et 3360 boulons pour réaliser un profit maximal de 936 $.

13. a) x : nombre de superordinateurs du modèle A
y : nombre de superordinateurs du modèle B
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$20x + 24y \leq 800$
$5x + 10y \leq 240$
Fonction à optimiser : $V = 40x + 60y$, où V est la vitesse de calcul.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), (0, 24), (28, 10), (40, 0)
Ce département de recherche devrait se procurer 28 ordinateurs du modèle A et 10 ordinateurs du modèle B afin de maximiser la vitesse de calcul, soit 1720 téraflops.

b) Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$40x + 60y \leq 480$
$5x + 10y \leq 240$
Fonction à optimiser : $D = 20x + 24y$, où D représente les dépenses.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 8), (0, 24), (48, 0), (12, 0)
Ce département devrait se procurer aucun ordinateur du modèle A et 8 ordinateurs du modèle B afin de minimiser ses dépenses, soit 192 M$.

Mise au point 5.3 (*suite*)

Page 311

14. a) 1) 14 mg du médicament A et 21 mg du médicament B. **2)** 0,952

Système d'inéquations : $x \geq 5$, $y \geq 8$
$x \leq 15$, $y \leq 25$
$x + y \leq 35$
$x \leq 0{,}4(x + y)$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes :
(5, 25), (5, 8), (10, 25), (14, 21), $\left(\frac{16}{3}, 8\right)$

b) 1) 5 comprimés du médicament A et 4 comprimés du médicament B. **2)** 0,881 25

15. La température devrait être de 303 K et la pression, de 93,93 kPa.

Système d'inéquations : $T \geq 288$
$T \leq 303$
$P \geq 90$
$P \leq 105$
$P \geq 0{,}31T$
$P \leq 0{,}35T$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (288, 90), (288, 100,8), (≈ 290,32, 90), (300, 105), (303, 93,93), (303, 105)

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 5

Chronique du passé

Page 313

1. a) 2500 fantassins et 1000 artilleurs.
x : nombre de fantassins
y : nombre d'artilleurs
Système d'inéquations : $x \geq 2000$, $y \geq 1000$
$y \leq x$
$x + y \geq 3500$
$x + y \leq 5000$

Fonction à optimiser : $T = \frac{6}{125}x + \frac{12}{125}y$, où T est le temps (en h).

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (2500, 2500), (4000, 1000), (2500, 1000), (2000, 1500), (2000, 2000)

b) En 9 jours. **c)** 15 jours. **d)** 2500 fantassins et 2500 artilleurs.

2. a) $x \geq 0$, $y \geq 0$ et $z \geq 0$. **b) 1)** (0, 750, 375) **2)** (0, 0, 750) **3)** (375, 0, 375)

Le monde du travail

Page 315

1. $x \geq 36$, $x \leq 38$, $y \geq 0$ et $y \leq 0{,}2$.

2. **Traitements suggérés par le système expert**

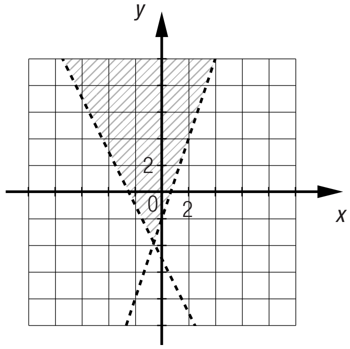
	Dose quotidienne de médicament A (mg)	Dose quotidienne de médicament B (mg)	Suivi médical
a)	60,284	99,5	Hospitalisation recommandée
b)	20,325	23,35	Consultation dans 48 h
c)	Aucun traitement	Aucun traitement	Consultation dans 13 jours

3. a) $0{,}45 \times 39 + 5{,}5 \times 0{,}7 = 21{,}4$ mg **b)** $0{,}5 \times 40 + 7{,}2 \times 0{,}9 = 26{,}48$ mg

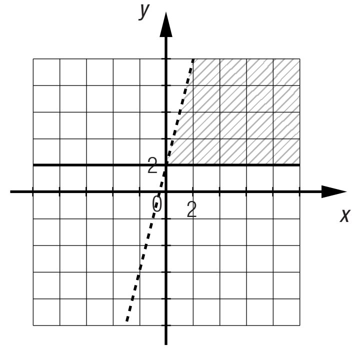
c) $3 \times 41 - 12{,}5 \times 1 = 110{,}5$ mg

Vue d'ensemble

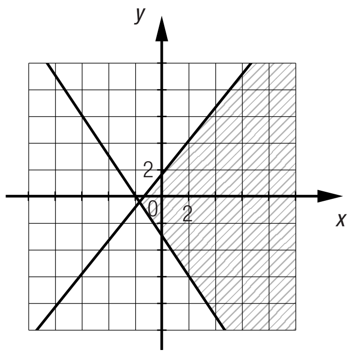
1. a)



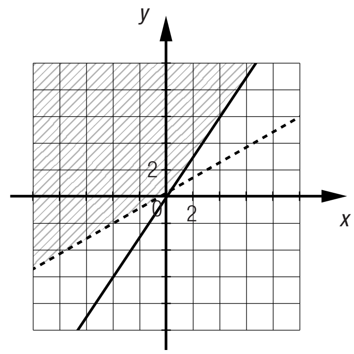
b)



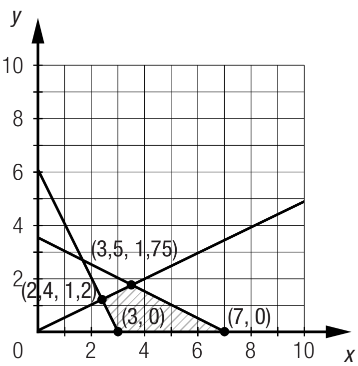
c)



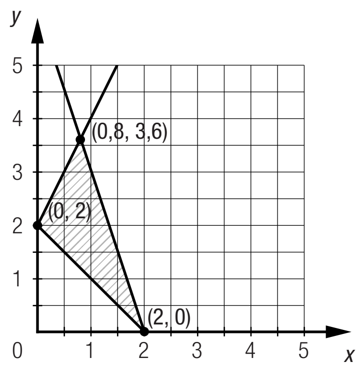
d)



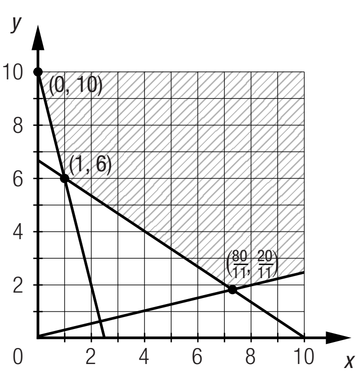
2. a)



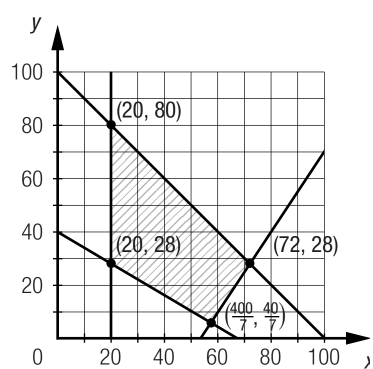
b)



c)



d)



3. a) 1) $x - y \leq -2$, $y \leq -2x + 20$, $4y \geq x - 4$ et $x + 2y > 10$. **2)** $D\left(\frac{28}{3}, \frac{4}{3}\right)$ **3)** C(6, 8) et $D\left(\frac{28}{3}, \frac{4}{3}\right)$.

b) 1) $3x - y > 0$, $y \leq 18$, $y < -x + 30$, $-2x + y \geq -24$ et $x + 6y \geq 38$. **2)** D(14, 4) **3)** D(14, 4)

4. a) A(−1, −6) et C(3, 4). **b)** A(−1, −6) et E(1, −16). **c)** A(−1, −6)

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 317**

5. a) 1) x : nombre de chaises
y : nombre de tabourets
$x \geq 150$, $y \geq 100$, $x \geq 2y$ et $x + y \leq 1000$.

2) $z = 20x + 12y$, où z représente le profit (en $).

b) 1) x : nombre d'employés à temps partiel
y : nombre d'employés à temps plein
$x \geq 0$, $y \geq 0$, $14x + 30y \geq 400$ et $x + y \leq 14$.

2) $z = 12x + 14y$, où z représente les dépenses (en $).

6. a) 1) B(6, 9) **2)** 24

b) 1) D(8, 1) **2)** 26

c) 1) B(6, 9) **2)** 18,45

d) 1) C(8, 7) **2)** 24,2

7.

	①	②	③
Système d'inéquations traduisant des contraintes	$y \leq -x + 15$ $y \leq 2x - 6$ $-x + 3y \geq -60$	$x \geq 0$ $x \geq 0$ $y \leq 15$ $x \leq 14$ $y \leq 2x + 4$	$y \geq -x - 2$ $y \leq x + 4$ $y \leq -3x + 8$
Règle de la fonction à optimiser	$z = 0{,}5x + 2y$	$z = y - 3x$	$z = -10x - 14y$
Objectif visé	Maximiser	Minimiser	Maximiser
Couple-solution	**(7, 8)**	**(14, 0)**	**(5, −7)**
Valeur optimale	**19,5**	**−42**	**48**

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 318**

8. a) Le graphique ②.

b) Le couple (5, 7) est exclu de l'ensemble-solution, car il ne respecte pas la contrainte « se procurer moins de 12 machines ».

c) 1) 6 machines A et 5 machines B. **2)** 89 pièces/min.

9. 65 cubes (35 cubes en métal et 30 cubes en bois).
x : nombre de cubes en métal
y : nombre de cubes en bois
Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$50x + 30y \leq 2650$
$0{,}008x + 0{,}024y \leq 1$
Fonction à optimiser : $N = x + y$, où N représente le nombre total de cubes.
Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), $\left(0, \frac{125}{3}\right)$, (35, 30), (53, 0)

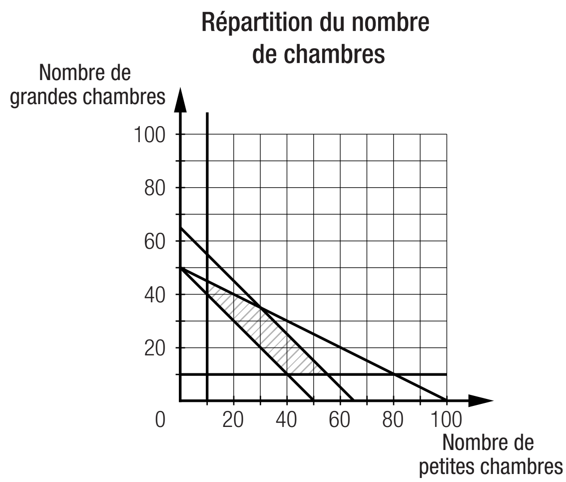
Vue d'ensemble (*suite*) **Page 319**

10. a) x : nombre de petites chambres
y : nombre de grandes chambres

b) $z = 10\,500x + 11\,550y$, où z est le profit annuel (en $).

c) $x \geq 10$, $y \geq 10$, $x + y \leq 65$, $3x + 6y \leq 300$ et $x + y \geq 50$.

d)



e) 30 petites chambres et 35 grandes chambres.

f) Un profit annuel maximal de 719 250 $.

11. a) 22 trains de modèle A et 10 trains de modèle B.

x : nombre de trains A
y : nombre de trains B

Système d'inéquations : $x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + y \leq 32$
$50x + 60y \leq 1700$

Fonction à optimiser : $N = 280x + 300y$, où N représente le nombre total de passagers.

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), (0, ≈ 28,33), (22, 10), (32, 0)

b) 10 trains de modèle A et 22 trains de modèle B.

Système d'inéquations : $x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + y \leq 32$
$280x + 300y \geq 9400$

Fonction à optimiser : $C = 50x + 60y$, où C représente le coût du transport.

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : $\left(0, \frac{94}{3}\right)$, (0, 32), (10, 22)

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 320

12. a) $z = 358\,000x + 378\,000y$, où z est la quantité de kérosène (en L), x, le nombre d'avions de modèle A, et y, le nombre d'avions de modèle B.

b) La compagnie doit acheter 3 avions de modèle A et 10 avions de modèle B.

Système d'inéquations : $x \geq 0$
$y \geq 0$
$365x + 445y \geq 5545$
$145x + 225y \leq 2685$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (3, 10), $\left(\frac{1109}{73}, 0\right)$, $\left(\frac{537}{29}, 0\right)$

c) **1)** 2685 M$ **2)** 5545 places. **3)** 4 854 000 L de kérosène.

13. a) z_1 : (≈ 2,5, ≈ 2,3) z_2 : (−3, ≈ 0,5) ou (3, ≈ 0,5). **b)** z_1 : (≈ −0,8, ≈ −3,3) z_2 : (0, −4)

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 321

14. a) **1)** Le point $A\left(\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}, 1\right)$. **2)** Le point $C\left(1, \frac{2}{\pi}\right)$.

b) **1)** Le cylindre doit avoir une hauteur de 1 m et un rayon de $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ m.

2) Le cylindre doit avoir une hauteur de $\frac{2}{\pi}$ m et un rayon de 1 m.

15. Les dimensions de l'écran sans la bordure doivent être de 24 dm sur 13,5 dm.

x : base de l'écran (en dm)
y : hauteur de l'écran (en dm)

Système d'inéquations : $x \geq 24$
$x \leq 35$
$y \geq 0$
$\frac{x}{y} \leq \frac{16}{9}$
$\frac{x}{y} \geq \frac{4}{3}$

Fonction à optimiser : $P = 3x + 4y + 12$, où P représente la quantité de plastique (en dm^2).

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (24, 13,5), (24, 18), (35, 19,6875), (35, 26,25)

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 322

16. a) 32 500 $ **b)** 2800 boîtes.
c) 30 structures en aluminium et 70 structures en acier.

17. a) Le matériau doit être composé d'au moins 20 % d'aluminium. Il doit être composé d'au moins 30 % de fibres de verre, mais pas plus de 70 %. Il doit y avoir au maximum 10 % de plus d'aluminium que de fibres de verre dans le matériau. La somme du pourcentage d'aluminium et du pourcentage de fibres de verre ne dépasse pas 100 %.

b) 1) Le matériau doit être composé de 30 % d'aluminium et de 70 % de fibres de verre pour une masse volumique de 2,63 g/cm^3.
2) Le matériau doit être composé de 20 % d'aluminium et de 30 % de fibres de verre pour une rigidité de 34,6 GPa.
3) La rigidité maximale du matériau est environ de 64,12 GPa pour une masse volumique de 2,39 g/cm^3.
4) La masse volumique minimale du matériau est environ de 1,81 g/cm^3 pour une rigidité de 48,3 GPa.

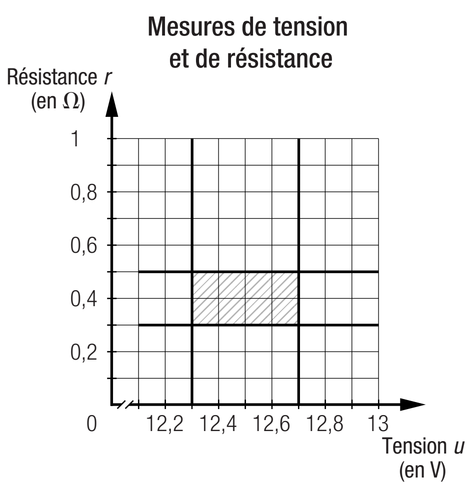
c) 1) 69,90 GPa **2)** 2,63 g/cm^3

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 323

18. a) $u \geq 12,3$, $u \leq 12,7$, $r \geq 0,3$ et $r \leq 0,5$.

b)



c) L'incertitude sur la puissance restante du circuit est de 3,5 W.

19. a) Le profit maximal est de 4480 $.

x : nombre de pièces de format A
y : nombre de pièces de format B

Système d'inéquations : $x \geq 0$
$y \geq 0$
$150x + 190y \geq 9800$
$150x + 190y \leq 13\,600$
$13x + 22y \leq 1400$

Fonction à optimiser : $P = 47x + 65y$, où P est le profit (en \$).

Dans le polygone de contraintes, c'est le couple (40, 40) qui maximise les profits.

b) Cette entreprise doit utiliser 66 pièces de format A et aucune pièce de format B.

Système d'inéquations : $x \geq 0$
$y \geq 0$
$150x + 190y \geq 9800$
$150x + 190y \leq 13\,600$
$47x + 65y \geq 3000$

Fonction à optimiser : $M = 13x + 22y$, où M représente les pertes de matières premières (en cm^3).

Dans le polygone de contraintes, c'est le couple (66, 0) qui minimise les pertes de matières premières.

Vue d'ensemble (*suite*)

20. La marge de manœuvre de l'entreprise est de 1,60 \$ (le prix de vente minimal peut être de 1,90 \$, alors que le prix de vente maximal peut être de 3,50 \$).

Système d'inéquations : $x \geq 0$
$y \geq 20$
$y \leq 25$
$x \geq y + 5$
$x \leq y + 7$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (25, 20), (27, 20), (30, 25), (32, 25)

21. a) $B\left(500, \frac{16\,000}{9}\right)$, $C\left(\frac{3500}{3}, \frac{4000}{3}\right)$

b) Les coordonnées de ces points ne sont pas toutes entières.

c) Cette entreprise doit produire quotidiennement 1167 cartouches de 8 mL et 1333 cartouches de 14 mL.

Vue d'ensemble (*suite*)

22. a) 90 enfants et 60 adultes.

Système d'inéquations : $x \geq 0$, $y \geq 0$
$x + y \leq 150$
$x \leq 90$
$\frac{y}{x} \geq \frac{1}{2}$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes : (0, 0), (0, 150), (90, 45), (90, 60)

b) 13 sauveteurs.

23. a)

$E_r \geq 0$	L'énergie des réactifs est supérieure ou égale à 0.
$E_p \geq 0$	L'énergie des produits est supérieure ou égale à 0.
$E_p - E_r < 0$	L'énergie des réactifs soustraite de l'énergie des produits est inférieure à 0.
$E_r - E_p < 300$	L'énergie des produits soustraite de l'énergie des réactifs est inférieure à 300.
$\frac{E_r}{E_p} \leq 3$	Le quotient de l'énergie des réactifs par l'énergie des produits est inférieur ou égal à 3.

b) E_r

c) Non, car le polygone de contraintes est non borné.

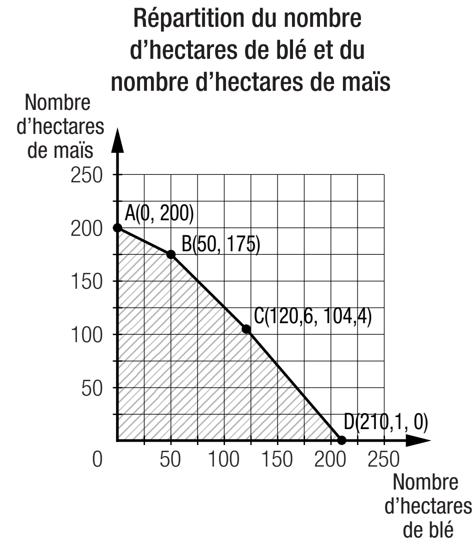
24. a) $(0, b)$, $\left(\frac{f - be}{d + ae}, \frac{af - abe}{d + ae} + b\right)$ et $\left(\frac{f - be}{d + ce}, \frac{cf - bce}{d + ce} + b\right)$.

b) Le seul sommet faisant partie de la région-solution est (0, b).

Banque de problèmes

1. Soit x, le nombre d'hectares à ensemencer avec du blé et y, le nombre d'hectares à ensemencer avec du maïs.

- Écrire le système d'inéquations qui traduit les contraintes du problème.
  $x \geq 0$
  $y \geq 0$
  $119x + 102y \leq 25\,000$
  $31x + 62y \leq 12\,400$
  $x + y \leq 225$
- Déterminer la fonction à optimiser.
  $z = 106{,}25x + 153{,}75y$, où z est le profit (en $).
- Représenter le polygone de contraintes.



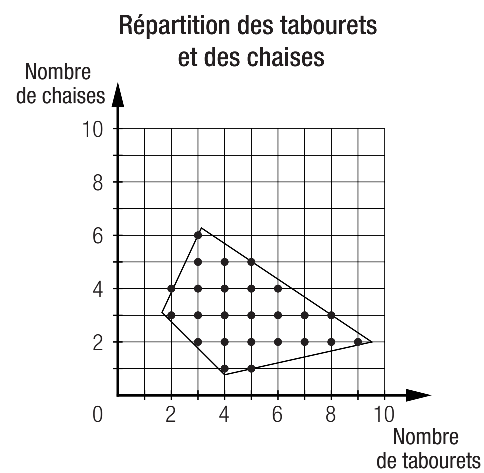
- Déterminer les coordonnées des sommets du polygone de contraintes.
  A(0, 200)
  B(50, 175)
  C($\approx$ 120,6, $\approx$ 104,4)
  D($\approx$ 210,1, 0)
  E(0, 0)
- Évaluer la fonction à optimiser en chacun des sommets.

Sommet	Profit
A(0, 200)	30 750 $
B(50, 175)	32 218,75 $
C($\approx$ 120,6, $\approx$ 104,4)	$\approx$ 28 866,42 $
D($\approx$ 210,1, 0)	$\approx$ 22 321,40 $

- Formuler la réponse.
  L'agriculteur devra ensemencer 50 hectares avec du blé et 175 hectares avec du maïs.

2. • Déterminer le ou les points dont les coordonnées maximisent le profit.

Si x et y représentent respectivement le nombre de tabourets produits et le nombre de chaises produites, la règle de la fonction à optimiser est $P = 60x + 90y$, où P représente le profit (en $). Les couples (5, 5) et (8, 3) maximisent le profit. Ce maximum est de 750 $.



- Parmi ces deux couples, déterminer celui qui minimise le temps de travail.

Couple	Temps de travail
(5, 5)	$5 \times 5 + 9 \times 5 = 70$ h
(8, 3)	$5 \times 8 + 9 \times 3 = 67$ h

Le couple (8, 3) minimise le temps de travail.

- Conclure : La répartition la plus avantageuse pour cette menuisière est de produire 8 tabourets et 3 chaises.

Banque de problèmes (*suite*)

3. Les coordonnées du sommet B engendrent une plus petite valeur de la fonction g que les coordonnées du sommet A si $cx_1 - dy_1 > cx_2 - dy_2$. On peut manipuler cette inéquation de la façon suivante.

$$\begin{aligned} cx_1 - dy_1 &> cx_2 - dy_2 \\ cx_1 - dy_1 - (cx_2 - dy_2) &> 0 \\ cx_1 - cx_2 - dy_1 + dy_2 &> 0 \\ cx_1 - cx_2 &> dy_1 - dy_2 \\ c(x_1 - x_2) &> d(y_1 - y_2) \\ c &< d\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\ \frac{c}{d} &< \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \end{aligned}$$

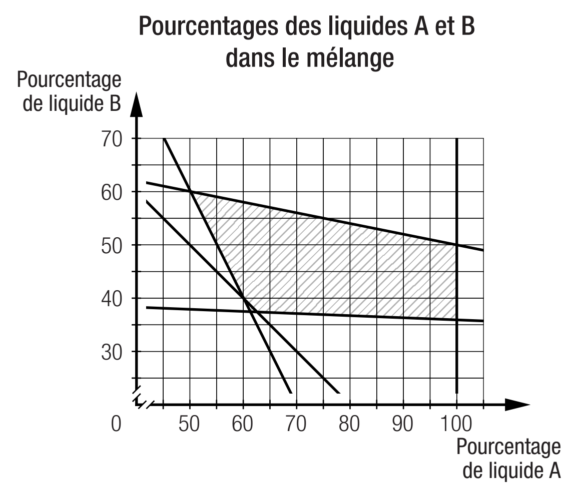
Puisque la pente de la droite baladeuse associée à la fonction g est de $\frac{c}{d}$, on en déduit que, pour que les coordonnées du sommet B engendrent une plus petite valeur de la fonction g que les coordonnées du sommet A, la pente du segment AB doit être supérieure à la pente de la droite baladeuse.

4. • Établir le système d'inéquations et la règle de la fonction à optimiser, et représenter le polygone de contraintes.

x : pourcentage de liquide A
y : pourcentage de liquide B

Système d'inéquations : $x \geq 0$

$$\begin{aligned} &x \leq 100 \\ &y \geq 0 \\ &y \leq 100 \\ &\frac{0{,}2x}{100} + \frac{y}{100} \leq 0{,}7 \\ &\frac{40x}{100} + \frac{20y}{100} \geq 32 \\ &\frac{x}{100} + \frac{25y}{100} \geq 10 \\ &x + y = 100 \end{aligned}$$



Fonction à optimiser : $I = \frac{23x}{100} + \frac{12y}{100}$, où I est la concentration en impuretés (en g/L).

La région-solution correspond au segment de la droite d'équation $x + y = 100$ situé à l'intérieur du polygone de contraintes.

• Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite d'équation $x + y = 100$ et des côtés du polygone de contraintes : (60, 40) et (62,5, 37,5).

• Évaluer la fonction à optimiser pour ces deux couples.

Couple	Concentration en impuretés
(60, 40)	$0{,}23 \times 60 + 0{,}12 \times 40 = 18{,}6$ g/L
(62,5, 37,5)	$0{,}23 \times 62{,}5 + 0{,}12 \times 37{,}5 = 18{,}875$ g/L

• Conclure : Il faut mélanger les liquides A et B dans un rapport de 60 : 40.

Banque de problèmes (*suite*)

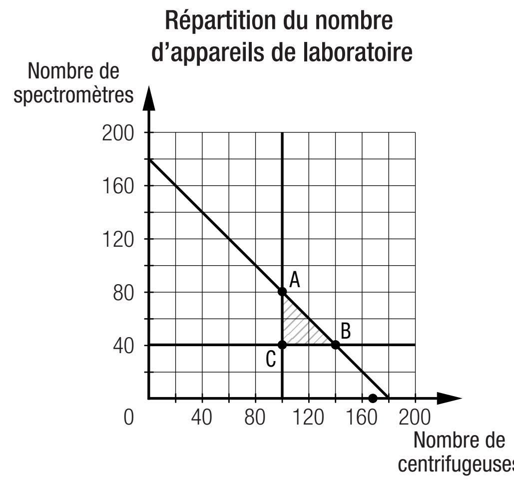
5. Pour la journée de lundi

La masse totale des marchandises à transporter doit être d'au moins 134 kg, mais de moins de 380 kg. La masse maximale d'eau à transporter ne doit pas excéder 240 kg. La masse minimale de nourriture doit être de 44 kg et la masse maximale, de 176 kg. Finalement, la masse d'eau à transporter doit être au moins égale à la masse de nourriture.
Les bidons d'eau doivent avoir une masse de 30 kg alors que les boîtes de nourriture doivent avoir une masse de 22 kg.

Pour la journée de mardi
La masse totale des marchandises à transporter doit être de 400 kg au maximum. La masse des médicaments doit être d'au moins 40 kg. La quantité d'équipement est d'au moins 100 kg. La masse de l'équipement est supérieure au double de la masse des médicaments.
Les sacs de médicaments doivent avoir une masse de 20 kg alors que les caissons d'équipement doivent avoir une masse de 25 kg.

6. Soit x, le nombre de centrifugeuses et y, le nombre de spectromètres.

- Établir les contraintes sous la forme d'un système d'inéquations.
  $x \geq 100$
  $y \geq 40$
  $x + y \leq 180$
- Établir la fonction qui permet de calculer les revenus r (en \$).
  $r = 4000x + 5250y$
- Tracer le polygone de contraintes.



- Déterminer les coordonnées des sommets du polygone.
  A(100, 80) B(140, 40) C(100, 40)
- Trouver, parmi les sommets du polygone, celui qui maximise les revenus.

Sommet	Revenus
A(100, 80)	820 000 \$
B(140, 40)	770 000 \$
C(100, 40)	610 000 \$

- Établir la règle qui permet de calculer les profits.
  $p = (4000 - c)x + (5250 - s)y$
  Étant donné que les revenus sont maximaux en A, pour que les profits y soient supérieurs par rapport au point B, on doit avoir :
  $100(4000 - c) + 80(5250 - s) > 140(4000 - c) + 40(5250 - s)$
- Résoudre cette inéquation pour démontrer que $c > s - 1250$.

$$80(5250 - s) - 40(5250 - s) > 140(4000 - c) - 100(4000 - c)$$
$$40(5250 - s) > 40(4000 - c)$$
$$(5250 - s) > (4000 - c)$$
$$1250 - s > {}^{-}c$$
$$c > s - 1250$$

Donc, pour que les revenus et les profits soient maximaux en A, on doit avoir $c > s - 1250$.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 329

7. • Il faut minimiser la fonction qui permet de calculer le coût moyen z de production d'un article.
La règle de cette fonction est $z = \frac{ax + by}{x + y}$, où x est le nombre d'articles A et y, le nombre d'articles B.

- Pour une valeur constante C de ce coût, l'ensemble des couples (x, y) qui engendrent ce coût vérifie l'équation $\frac{ax + by}{x + y} = \mathrm{C}$. En manipulant cette équation, on obtient :

$$ax + by = \mathrm{C}x + \mathrm{C}y$$
$$ax - \mathrm{C}x = {}^{-}by + \mathrm{C}y$$
$$x(a - \mathrm{C}) = y({}^{-}b + \mathrm{C})$$
$$y = {}^{-}\frac{a - \mathrm{C}}{b - \mathrm{C}}x$$

- La pente du segment qui relie l'origine à un point dont les coordonnées satisfont cette équation est de ${}^{-}\frac{a - \mathrm{C}}{b - \mathrm{C}}$.
  Plus la valeur de C est faible, plus la valeur de cette expression se rapproche de ${}^{-}\frac{a}{b}$. On en conclut que le point du polygone de contraintes dont les coordonnées engendrent la plus petite valeur de C sera celui qui forme avec l'origine un segment dont la pente sera le plus près de ${}^{-}\frac{a}{b}$.

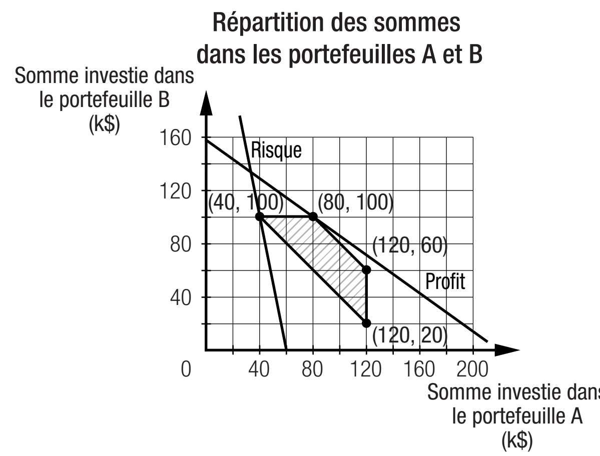
8. *Exemple de démarche possible :*

- Si x représente la somme investie dans le portefeuille A (en k\$) et y, la somme investie dans le portefeuille B (en k\$), les contraintes peuvent être traduites par le système d'inéquations suivant.
  $x \leq 120$
  $y \leq 100$
  $x + y \geq 140$
  $x + y \leq 180$
- La fonction qui permet de calculer le risque total r d'investissement (x, y) est :
  $r = 0{,}3\frac{25}{100}x + 0{,}1\frac{15}{100}y$ ou $r = 0{,}075x + 0{,}015y$.
- La fonction qui permet de calculer le profit total p d'un investissement (x, y) est :
  $p = 0{,}4\frac{10}{100}x + 0{,}2\frac{15}{100}x + 0{,}1\frac{20}{100}x + 0{,}5\frac{10}{100}y + 0{,}1\frac{15}{100}y + 0{,}3\frac{20}{100}y$ ou $p = 0{,}09x + 0{,}125y$.

Le graphique suivant montre le polygone de contraintes ainsi que deux droites baladeuses associées au risque et au profit.

Le graphique permet de déduire que :
- les coordonnées (40, 100) minimisent le risque ;
- les coordonnées (80, 100) maximisent le profit.

La somme à investir dans le portefeuille A est donc la moyenne de 40 k\$ et de 80 k\$, soit 60 k\$, et la somme à investir dans le portefeuille B est de 100 k\$.



VISION 6 Les fonctions exponentielles et logarithmiques

RÉVISION 6

Réactivation 1

Page 332

a. 5088 ppm

b. **1)** $5088 \times 0{,}5^5 = 159$ ppm **2)** $5088 \times 0{,}5^{10} \approx 4{,}97$ ppm **3)** $5088 \times 0{,}5^{24} \approx 3{,}03 \times 10^{-4}$ ppm

c. 6 h

d. **1)** 7 h après avoir été administré. **2)** 39,75 ppm

Réactivation 2

Page 333

a. Le nombre de cellules double chaque jour.

b. $15\,600 \div 2 = 7800$ cellules.

c. **1)** 62 400 cellules. **2)** $7800 \times 2^{10} = 7\,987\,200$ cellules. **3)** $7800 \times 2^{20} = 8\,178\,892\,800$ cellules.

d. 8 jours après le démarrage du bioréacteur.

e. **1)** **Évolution du nombre de cellules dans un bioréacteur depuis son démarrage**

Temps (jours)	0	1	2	3	4
Nombre de cellules par millilitre de culture	7800	**23 400**	**70 200**	**210 600**	**631 800**

2) 6 jours après le démarrage du bioréacteur.

Mise à jour

Page 335

1. **a)** -2^6 **b)** $2^3 \times 3^3$ **c)** -2^{11} **d)** $2^{10} \times 3^2 \times 5$ **e)** $-2^4 \times 3^2 \times 5$ **f)** $-2^4 \times 3^4$

2. **a)** 27 **b)** 32 **c)** 225 **d)** 1,44
e) 0,027 **f)** 0 **g)** 1 **h)** 1

3. **a)** 2^9 **b)** 9^8 ou 3^{16}. **c)** 3^4 **d)** 4^2 ou 2^4.
e) 4^{-24}, 2^{-48}, $\left(\frac{1}{4}\right)^{24}$ ou $\left(\frac{1}{2}\right)^{48}$. **f)** 3^{-21} ou $\left(\frac{1}{3}\right)^{21}$. **g)** 6^0 ou 1. **h)** 12^{-8} ou $\left(\frac{1}{12}\right)^{8}$.

4. **a)** a^7 **b)** a^7 **c)** 2^{3a} **d)** a^{-2} ou $\left(\frac{1}{a}\right)^2$, si $a \neq 0$. **e)** 3^{a+4}
f) a^{2b+1}, si $a \neq 0$. **g)** a^3 **h)** a^0 ou 1, si $a \neq 0$.

5. 1 et B, 2 et D, 3 et A, 4 et E, 5 et C.

6. **a)** $x = 3$ **b)** $x = \pm 6$ **c)** $x = 32$ **d)** $x = 4$ **e)** $x = 4$ **f)** $x = 2401$

Mise à jour (*suite*)

Page 336

7. **a)** $\sqrt{3}$ **b)** $\sqrt[3]{5^2}$ ou $\sqrt[3]{25}$. **c)** $\sqrt[5]{2^4}$ ou $\sqrt[5]{16}$.
d) $\sqrt{7^5}$ ou $\sqrt{16\,807}$. **e)** $\sqrt{3^3}$ ou $\sqrt{27}$. **f)** $\sqrt{6}$

8. **a)** $3^{\frac{1}{2}}$ **b)** $9^{\frac{1}{3}}$ ou $3^{\frac{2}{3}}$. **c)** $5^{\frac{2}{5}}$ ou $25^{\frac{1}{5}}$. **d)** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$ ou $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{2}}$. **e)** $5^{-\frac{1}{6}}$ **f)** $8^{\frac{1}{4}}$ ou $2^{\frac{3}{4}}$.

9. a) a **b)** b^6, si $b \neq 0$. **c)** $2^3c^{\frac{2}{3}}$ **d)** 1 **e)** $\frac{\sqrt{3}}{6e}$

10. a) $x = 5$ **b)** $x = -4$ **c)** $x = 6$ **d)** $x = \frac{1}{4}$ **e)** $x = -9$ **f)** $x = -\frac{1}{4}$

11. L'énoncé **B** est vrai si $a \neq 0$; l'énoncé **C** est vrai ; l'énoncé **F** est vrai si $a \neq 0$.

12. a) 1) 16 bactéries. **2)** 1024 bactéries.

b) 1) 3 h plus tard.

2) Si le nombre de bactéries quadruple toutes les heures, alors il double toutes les 30 min. Puisque $2^{11} = 2048$, on a $11 \times 30 = 330$ min, soit 5 h 30 min plus tard.

Mise à jour (*suite*)

13. a) $\left(\frac{1}{3}\right)^8$ **b)** $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ **c)** 3^3 **d)** 5^3 **e)** $-\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ **f)** 5^3

14. a) $a = 4$ **b)** $a = 2$ **c)** $a = \pm 3$ **d)** $a = 2$ **e)** $a = 2$ **f)** $a = \pm 2$

15. Non. La pyramide de gauche a une aire de $x^2 + 4 \times \frac{x \times 2x}{2} = 5x^2$, tandis que celle de droite a une aire de $(2x)^2 + 4 \times \frac{2x \times x}{2} = 8x^2$.

16. a)

Pourcentage de lumière selon la profondeur d'un lac

Profondeur (cm)	Pourcentage de lumière
0	100
50	98,5
100	97,0225
150	**≈ 95,57**
200	**≈ 94,13**

b) Le pourcentage de lumière est de $0{,}985^{100} \approx 22{,}06$ %.

c) 1) La visibilité n'est pas nulle (le pourcentage de lumière est de $0{,}985^{180} \approx 6{,}58$ %).

2) La visibilité est presque nulle (le pourcentage de lumière est de $0{,}985^{190} \approx 5{,}66$ %).

3) La visibilité est nulle (le pourcentage de lumière est de $0{,}985^{200} \approx 4{,}87$ %).

Mise à jour (*suite*)

17. a) Aucun nombre multiplié par lui-même ne peut avoir pour produit un nombre inférieur à 0.

b) Un nombre inférieur à 0 multiplié 3 fois par lui-même a pour produit un nombre inférieur à 0.

18. Puisque $410 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 51{,}25$ g, le temps requis pour passer de 410 g à 51,25 g est de 3 demi-vies.
Le temps requis pour :
- le krypton 85 est de $3 \times 10{,}7 = 32{,}1$ années ;
- le plutonium 239 est de $3 \times 24\,000 = 72\,000$ années ;
- l'iode 129 est de $3 \times 1{,}7 \times 10^7 = 5{,}1 \times 10^7$ années ;
- l'uranium 235 est de $3 \times 7{,}1 \times 10^8 = 2{,}13 \times 10^9$ années ;
- l'uranium 238 est de $3 \times 4{,}5 \times 10^9 = 1{,}35 \times 10^{10}$ années.

19. a) **Nombre d'ordinateurs infectés selon le temps**

Temps (h)	Nombre d'ordinateurs infectés
0	1
1	2
2	4
3	8
4	**16**
5	**32**
6	**64**

b) **1)** 1024 ordinateurs. **2)** 16 777 216 ordinateurs.
3) 2^{72} ordinateurs. **4)** 2^n ordinateurs.

Mise à jour (*suite*)

Page 339

20. a) **Valeur d'une voiture selon le temps écoulé depuis l'achat**

Temps (années)	Valeur ($)
0	35 000
1	**29 750**
2	**25 287,50**
3	**≈ 21 494,38**
4	**≈ 18 270,22**
5	**≈ 15 529,69**

b) **1)** $35\ 000(0,85)^{15} \approx 3057,40\,\$$ **2)** $35\ 000(0,85)^{20} \approx 1356,58\,\$$

21. a) 256 plantes. **b)** 1024 cm^2 **c)** $\approx$ 99,18 m^2

22. a) La balle se trouve à une hauteur de $10\left(\frac{4}{5}\right) = 8$ m.

b) La balle se trouve à une hauteur de $10\left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4,096$ m.

c) La balle se trouve à une hauteur de $10\left(\frac{4}{5}\right)^n$ m.

SECTION 6.1 La fonction exponentielle

Problème

Page 340

Énergie produite par les fissions de ^{239}Pu

Étape	Temps (s)	Nombre de fissions simultanées à ce moment	Énergie produite par ces fissions (J)	Énergie suffisante ?
1	10^{-7}	3^0	$2,88 \times 10^{-11}$	Non
2	2×10^{-7}	3^1	$2,88 \times 10^{-11} \times 3 = 8,64 \times 10^{-11}$	Non
3	3×10^{-7}	3^2	$2,88 \times 10^{-11} \times 3^2 \approx 2,59 \times 10^{-10}$	Non
...	...	...	...	...
35	35×10^{-7}	3^{34}	$2,88 \times 10^{-11} \times 3^{34} \approx 480\ 302,83$	Non
36	36×10^{-7}	3^{35}	$2,88 \times 10^{-11} \times 3^{35} \approx 1\ 440\ 908,50$	Oui

Au bout de $3,6 \times 10^{-6}$ s, le nombre de fissions simultanées produisent suffisamment d'énergie pour porter 3 L d'eau à ébullition.

Activité 1

Page 341

a. 12 mol

b. La quantité de ^{60}Co diminue de moins en moins rapidement.

c. **Quantité de ^{60}Co selon le temps**

Temps (mois)	Calculs	Quantité de ^{60}Co (mol)
0	$12 \times 0{,}5^0$	12
64	$12 \times 0{,}5 = 12 \times 0{,}5^1 = 12 \times 0{,}5^{\frac{64}{64}}$	6
128	$12 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 12 \times 0{,}5^2 = 12 \times 0{,}5^{\frac{128}{64}}$	3
192	$12 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 12 \times 0{,}5^3 = 12 \times 0{,}5^{\frac{192}{64}}$	**1,5**
256	$\mathbf{12 \times 0{,}5^{\frac{256}{64}}}$	**0,75**
320	$\mathbf{12 \times 0{,}5^{\frac{320}{64}}}$	**0,375**
384	$\mathbf{12 \times 0{,}5^{\frac{384}{64}}}$	**0,1875**
…	…	…
n	$\mathbf{12 \times 0{,}5^{\frac{n}{64}}}$	

d. Par $0{,}5^{32}$.

e. La courbe se rapproche de plus en plus de l'axe des abscisses sans jamais y toucher.

Activité 2

Page 342

a. **Évolution des températures des deux types de laves**

Temps (h)	0	1	2	3	4
Température de la lave terrestre (°C)	**1200**	**972**	**787,32**	**≈ 637,73**	**≈ 516,56**
Température de la lave sous-marine (°C)	**1200**	**491,52**	**≈ 201,33**	**≈ 82,46**	**≈ 33,78**

b. **1)** De 19 %. **2)** De 59,04 %.

c. $T = 1200(0{,}8)^{4x}$

d. Oui, car $1200(0{,}9)^{2x} = 1200(0{,}9^2)^x = 1200(0{,}81)^x$.

e. $1200(0{,}8)^{4x} = 1200(0{,}8^4)^x = 1200(0{,}4096)^x$

Activité 3

Page 343

a. **Valeur d'un placement selon la période de calcul des intérêts**

Nombre de périodes par année	Intérêts calculés à chaque période (%)	Calcul	Valeur du placement à la fin de l'année ($)
1 (annuellement)	100	1×2	2
2 (semestriellement)	50	$1 \times 1{,}5^2$	2,25
4 (trimestriellement)	25	$1 \times 1{,}25^4$	**≈ 2,44**
12 (mensuellement)	$\mathbf{8{,}\overline{3}}$	$\mathbf{1 \times (1{,}08\overline{3})^{12}}$	**≈ 2,61**
52 (chaque semaine)	**≈ 1,92**	$\mathbf{1 \times 1{,}0192^{52}}$	**≈ 2,69**
365 (chaque jour)	**≈ 0,27**	$\mathbf{1 \times 1{,}0027^{365}}$	**≈ 2,71**
8760 (chaque heure)	**≈ 0,01**	$\mathbf{1 \times 1{,}0001^{8760}}$	**≈ 2,72**
n	$\frac{100}{n}$	$1 \times \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	

b. **1)** 2 **2)** 2,25 **3)** ≈ 2,44 **4)** ≈ 2,61
5) ≈ 2,69 **6)** ≈ 2,71 **7)** ≈ 2,72

c. Ce sont les mêmes résultats.

d. Vers une valeur d'environ 2,7183.

e. C'est la même valeur qu'en **d.**

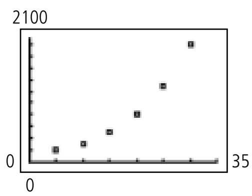
f. ≈ 2,72 $

Technomath

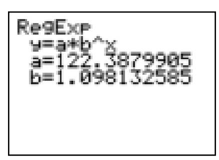
Page 344

a. La valeur de **a** représente la valeur initiale de la fonction et la valeur de **b** représente la base.

b. **1)**

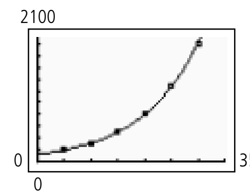


2)



$y \approx 122{,}39(1{,}098)^x$

3)



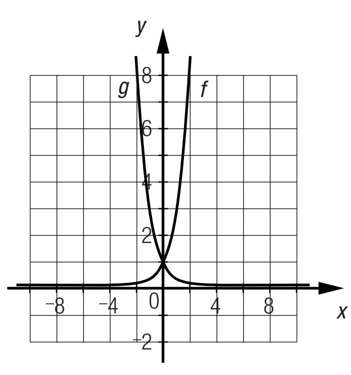
Mise au point 6.1

Page 347

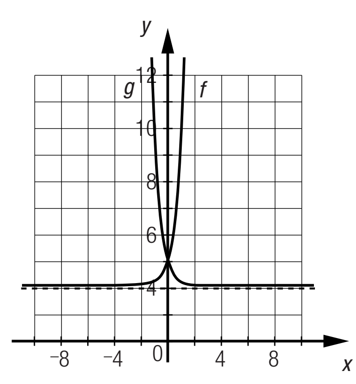
1.

	Règle de la fonction	Domaine	Codomaine	Valeur initiale	Variation	Équation de l'asymptote
a)	$y_1 = 3\left(\frac{1}{5}\right)^x$	$\mathbb{R}$	**]0, +∞[**	**3**	**Décroissante**	$y = 0$
b)	$y_2 = 2{,}5^x$	$\mathbb{R}$	**]0, +∞[**	**1**	**Croissante**	$y = 0$
c)	$y_3 = 3(5)^{x-3} + 1$	$\mathbb{R}$	**]1, +∞[**	**1,024**	**Croissante**	$y = 1$
d)	$y_4 = 4(0{,}3)^{-(x-4)} + 2$	$\mathbb{R}$	**]2, +∞[**	**2,0324**	**Croissante**	$y = 2$
e)	$y_5 = 2{,}5(1{,}01)^{12x}$	$\mathbb{R}$	**]0, +∞[**	**2,5**	**Croissante**	$y = 0$
f)	$y_6 = 3000(0{,}95)^{\frac{x}{6}}$	$\mathbb{R}$	**]0, +∞[**	**3000**	**Décroissante**	$y = 0$

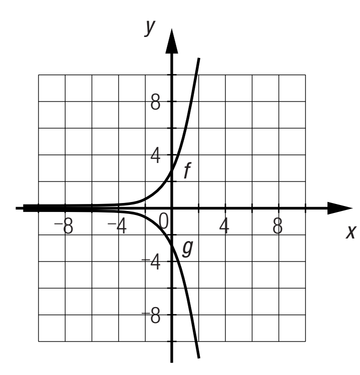
2. **a)** **1)**



2)



3)



b) **1)** Une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.
2) Une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.
3) Une réflexion par rapport à l'axe des abscisses.

3. **a)** Décroissante. **b)** Croissante. **c)** Décroissante.
d) Croissante. **e)** Croissante. **f)** Croissante.

4. **a)** **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine :]−250, +∞[. **2)** ≈ −249,99
3) Cette fonction est décroissante. **4)** $y = -250$

b) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]-\infty, 1{,}28[$. **2)** 0
3) Cette fonction est croissante. **4)** $y = 1{,}28$

c) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]-207{,}36, +\infty[$. **2)** $-87{,}36$
3) Cette fonction est croissante. **4)** $y = -207{,}36$

d) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]-\infty, 337{,}5[$. **2)** $\approx 324{,}33$
3) Cette fonction est décroissante. **4)** $y = 337{,}5$

e) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]-10\ 711{,}05, +\infty[$. **2)** $-211{,}05$
3) Cette fonction est croissante. **4)** $y = -10\ 711{,}05$

f) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]-32, +\infty[$. **2)** 4064
3) Cette fonction est décroissante. **4)** $y = -32$

Mise au point 6.1 (*suite*)

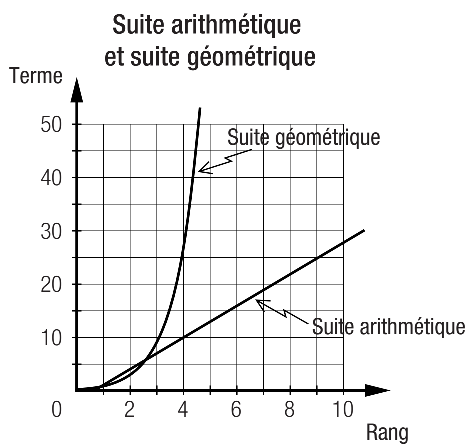
5. **a)** $f(x) = 2(3)^x + 2$ **b)** $f(x) = 25(5)^x - 2$ **c)** $f(x) = -25(0{,}2)^x + 1$
d) $f(x) = 32(0{,}5)^x - 8$ **e)** $f(x) = 1{,}5(2)^x - 1$ **f)** $f(x) = -32(0{,}5)^x - 8$

6. **a)** **1)** $f(x) = 4(6)^x$ **2)** $f(x) = 3(1{,}5)^x$ **3)** $f(x) = -3^x$ **4)** $f(x) = 2(0{,}5)^x$
b) **1)** $f(x) = 3(2)^x + 7$ **2)** $f(x) = 10(5)^x - 15$ **3)** $f(x) = 0{,}5(10)^x + 300\ 000$ **4)** $f(x) = 3(4)^x - 5$

Mise au point 6.1 (*suite*)

7. **a)** **1)** $(f \times g)(x) = -0{,}25(2)^{4x + 5}$ **2)** $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = -4(2)^{2x - 5}$
b) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]-\infty, 0[$. **2)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]-\infty, 0[$.

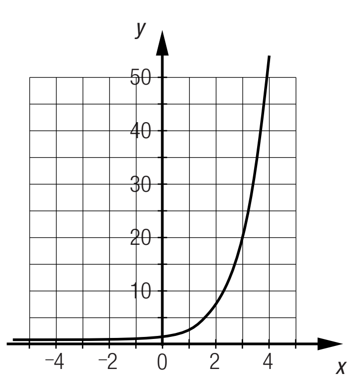
8. **a)**



b) Suite arithmétique : fonction polynomiale de degré 1 ; suite géométrique : fonction exponentielle.

c) Suite arithmétique : $y = 3x - 2$; suite géométrique : $y = 3^{x-1}$ ou $y = \frac{1}{3}(3)^x$.

9. **a)**



b) $y = 0$

c) **1)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]0, +\infty[$.
2) Cette fonction est croissante.
3) La valeur initiale est 1.

10. $5400 \times 1{,}036^{10} \approx 7691{,}15\ \$$

Mise au point 6.1 (*suite*)

11. a) 26 500 $ **b)** $\frac{26\,500}{25\,000} = 106\,\%$ **c)** $25\,000 \times 1{,}03^2 = 26\,522{,}50$ $ **d)** $\frac{26\,522{,}50}{25\,000} = 106{,}09\,\%$

e)

Plan A				Plan B			
Temps (mois)	**Temps (années)**	**Calcul**	**Valeur du placement ($)**	**Temps (mois)**	**Temps (années)**	**Calcul**	**Valeur du placement ($)**
0	0	$25\,000(1{,}06)^0$	25 000	0	0	$25\,000(1{,}03)^0$	25 000
				6	0,5	$25\,000(1{,}03)^1$	**25 750**
12	1	$\mathbf{25\,000(1{,}06)^1}$	**26 500**	12	1	$25\,000(1{,}03)^2$	**26 522,50**
				18	1,5	$\mathbf{25\,000(1{,}03)^3}$	**≈ 27 318,18**
24	2	$\mathbf{25\,000(1{,}06)^2}$	**28 090**	24	2	$\mathbf{25\,000(1{,}03)^4}$	**≈ 28 137,72**
				30	2,5	$\mathbf{25\,000(1{,}03)^5}$	**≈ 28 981,85**
36	3	$\mathbf{25\,000(1{,}06)^3}$	**29 775,40**	36	3	$\mathbf{25\,000(1{,}03)^6}$	**≈ 29 851,31**
				42	3,5	$\mathbf{25\,000(1{,}03)^7}$	**≈ 30 746,85**
48	4	$\mathbf{25\,000(1{,}06)^4}$	**≈ 31 561,92**	48	4	$\mathbf{25\,000(1{,}03)^8}$	**≈ 31 669,25**
…	…	…	…	…	…	…	…
	x	$\mathbf{25\,000(1{,}06)^x}$			x	$\mathbf{25\,000(1{,}03)^{2x}}$	

f) Le placement **B** est le plus avantageux car, dans ce plan, la deuxième tranche d'intérêts de 3 % est calculée sur un montant auquel on a déjà ajouté 3 %.

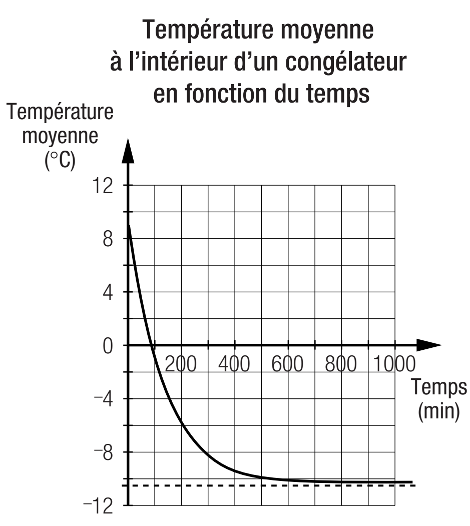
Mise au point 6.1 (*suite*)

12. a) **1)** 13,5 V **2)** ≈ 3,50 V

b) Cette fonction est décroissante.

c) Domaine : [0, 216] jours ; codomaine : $[4{,}87 \times 10^{-8}, 13{,}5]$ V.

13. a)



b) **1)** $y = -10{,}5$

2) Même si théoriquement cette température ne sera jamais atteinte, c'est la température « minimale » du congélateur.

c) $]-10{,}5, 9]$ °C

d) 9 °C

14. a) $p \approx 10^d$

b) L'opacité est environ de 316,23 unités.

c) Non, puisqu'il s'agit d'une fonction exponentielle dont l'équation de l'asymptote est $y = 0$, c'est-à-dire que la valeur de l'opacité tendra vers 0 sans jamais l'atteindre.

Mise au point 6.1 (*suite*)

Page 352

15. a) ≈ 29,53 % **b)** ≈ 50,34 % **c)** ≈ 82,62 %

16. $V = V_0(1{,}005)^{3x}$, où V_0 représente la valeur initiale du placement.

17. Il restera environ 1197 grenouilles.

18. a) $I = (1{,}02)^x$, où I représente l'intervalle de temps (en h) entre chaque cigarette fumée et x représente le nombre de jours écoulés depuis le début du processus.

b) 1) ≈ 1,15 h ou ≈ 1 h 9 min. **2)** ≈ 1,81 h ou ≈ 1 h 49 min. **3)** ≈ 19,5 h ou ≈ 19 h 30 min.

SECTION 6.2 La fonction logarithmique

Problème

Page 353

D'après le tableau ci-contre, lorsque la magnitude augmente de 1 unité, l'énergie libérée est environ 31,5 fois plus élevée.

Un séisme de magnitude 10 sur l'échelle de Richter libère donc environ $31{,}5^4 \approx 984\ 560$ fois plus d'énergie qu'un séisme de magnitude 6.

Énergie libérée par un séisme en fonction de sa magnitude sur l'échelle de Richter

Magnitude	Énergie libérée (J)	
1	$4{,}2 \times 10^6$	
2	$1{,}323 \times 10^8$	**× 31,5**
3	$4{,}167 \times 10^9$	**× ≈ 31,5**
4	$1{,}313 \times 10^{11}$	**× ≈ 31,5**

Activité 1

Page 354

a. **Évolution du pourcentage de ^{14}C dans un organisme depuis sa mort**

Temps (années)	Pourcentage de ^{14}C
0	10^{-10}
5 730	5×10^{-11}
11 460	$2{,}5 \times 10^{-11}$
17 190	$1{,}25 \times 10^{-11}$
22 920	**$6{,}25 \times 10^{-12}$**
28 650	**$3{,}125 \times 10^{-12}$**
34 380	**$1{,}5625 \times 10^{-12}$**

b. Le pourcentage de ^{14}C diminue de moitié tous les 5730 ans par rapport à la période précédente.

c. À une fonction exponentielle.

d. 1) ≈ $3{,}91 \times 10^{-13}$ % **2)** ≈ $9{,}77 \times 10^{-14}$ %

e. 1) 40 110 ans. **2)** 45 840 ans.

f. Ces deux graphiques représentent des fonctions réciproques, car les couples de chacune des fonctions peuvent être obtenus en intervertissant les valeurs de chacun des couples de l'autre fonction.

g. 1) f^{-1} **2)** f

Technomath

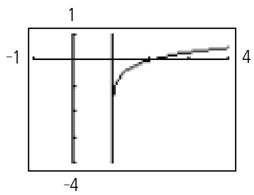
Page 355

a. Y_1 : b = 1 et h = 2,4 ; Y_2 : b = 2 et h = −1,8 ; Y_3 : b = −2 et h = −4,2.

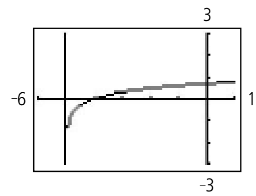
b. **1)** $y = -4{,}2$ **2)** $y = -1{,}8$ **3)** $y = 2{,}4$

c. L'équation de l'asymptote verticale associée à une fonction logarithmique dont la règle s'écrit sous la forme $y = \log b(x - h)$ est $x = h$.

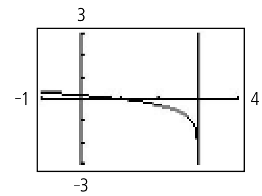
d. **1)**



2)



3)



Mise au point 6.2

Page 358

1. a) $4 = \log_3 81$ **b)** $6 = \log_2 64$ **c)** $\frac{3}{2} = \log_5 \sqrt{125}$ **d)** $\frac{1}{2} = \log_{144} 12$

e) $-2 = \log 0{,}01$ **f)** $3 = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$ **g)** $0 = \log_3 1$ **h)** $-4 = \log_{\frac{1}{4}} 256$

2. a) $2^5 = 32$ **b)** $10^3 = 1000$ **c)** $4^{-1} = \frac{1}{4}$ **d)** $10^{-4} = 0{,}0001$

e) $10^1 = 10$ **f)** $5^0 = 1$ **g)** $2^{-4} = \frac{1}{16}$ **h)** $3^4 = 3^4$

3. a) 4 **b)** 3 **c)** 3 **d)** 3

e) −2 **f)** −4 **g)** −3 **h)** 1

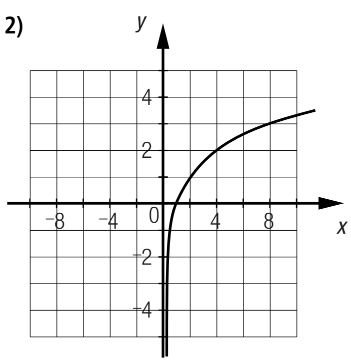
4. a) 4 **b)** 100 **c)** −2 **d)** $\frac{3}{2}$

e) 10 **f)** $\frac{1}{81}$ **g)** 3 **h)** $\sqrt{12}$

5. a) 1)

$f(x) = \log_2 x$	
x	y
$\frac{1}{8}$	**−3**
$\frac{1}{4}$	**−2**
$\frac{1}{2}$	**−1**
1	**0**
2	**1**
4	**2**
8	**3**

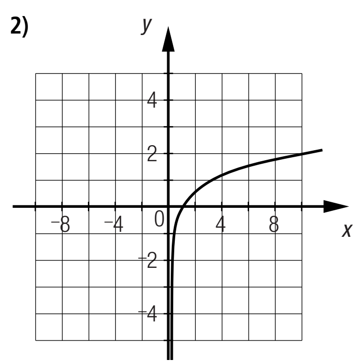
2)



b) 1)

$g(x) = \log_3 x$	
x	y
$\frac{1}{27}$	**−3**
$\frac{1}{9}$	**−2**
$\frac{1}{3}$	**−1**
1	**0**
3	**1**
9	**2**
27	**3**

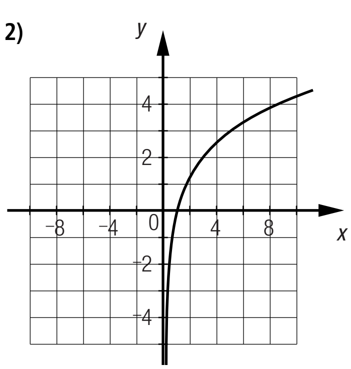
2)



c) 1)

$h(x) = 3\log_5 x$	
x	y
$\frac{1}{125}$	**−9**
$\frac{1}{25}$	**−6**
$\frac{1}{5}$	**−3**
1	**0**
5	**3**
25	**6**
125	**9**

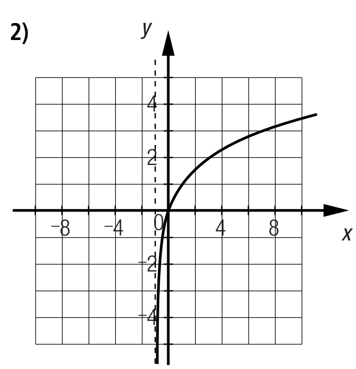
2)



d) 1)

$i(x) = \log_2(x + 1)$	
x	y
$-\frac{7}{8}$	**−3**
$-\frac{3}{4}$	**−2**
$-\frac{1}{2}$	**−1**
0	**0**
1	**1**
3	**2**
7	**3**

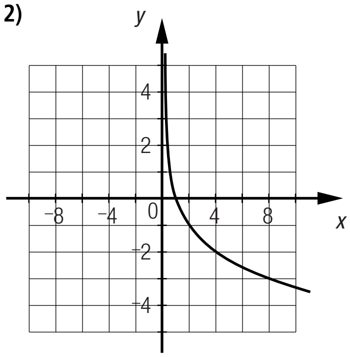
2)



e) 1)

$j(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$	
x	**y**
$\frac{1}{8}$	**3**
$\frac{1}{4}$	**2**
$\frac{1}{2}$	**1**
1	**0**
2	**−1**
4	**−2**
8	**−3**

2)



Mise au point 6.2 (*suite*)

Page 359

6. a) $\approx 1{,}49$ **b)** $\approx 1{,}79$ **c)** $\approx 0{,}40$ **d)** $\approx 1{,}91$
e) $\approx -0{,}69$ **f)** $\approx 0{,}43$ **g)** $\approx 2{,}30$ **h)** $\approx -0{,}74$

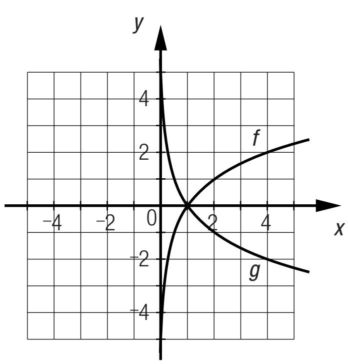
7. a) $f^{-1}(x) = \log_3 x$ **b)** $g^{-1}(x) = \log_{0,8}(x - 7)$ **c)** $h^{-1}(x) = \ln \frac{x}{3}$
d) $i^{-1}(x) = \log \frac{2}{9}(x + 5) + 2$ **e)** $j^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{20}{3} x$ **f)** $k^{-1}(x) = 2 \ln \frac{x}{5}$

8. a) $f^{-1}(x) = 5^x$ **b)** $g^{-1}(x) = 10^{\frac{2x}{9}} + 3$ **c)** $h^{-1}(x) = e^{\frac{20x}{47}}$
d) $i^{-1}(x) = \frac{1}{2}(2)^{\frac{2}{15}(x - 5)}$ **e)** $j^{-1}(x) = 10^{2(x - 1)} + 4$ **f)** $k^{-1}(x) = 2e^{2x}$

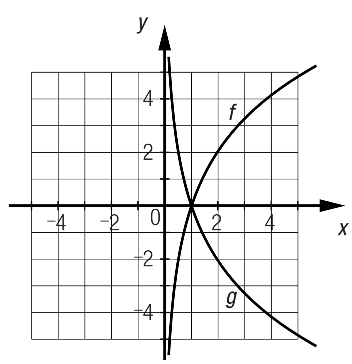
9.

	Règle de la fonction	Base	Équation de l'asymptote	Domaine	Codomaine
a)	$f(x) = 2 \log_2 x$	**2**	$x = 0$	**]0, +∞[**	$\mathbb{R}$
b)	$g(x) = \log x$	**10**	$x = 0$	**]0, +∞[**	$\mathbb{R}$
c)	$h(x) = 3 \log_{1,5}(x - 4) + 2$	**1,5**	$x = 4$	**]4, +∞[**	$\mathbb{R}$
d)	$i(x) = \log_{0,5} x - 1$	**0,5**	$x = 0$	**]0, +∞[**	$\mathbb{R}$
e)	$j(x) = \ln x$	**e**	$x = 0$	**]0, +∞[**	$\mathbb{R}$
f)	$k(x) = -\log_3(x + 1) - 5$	**3**	$x = -1$	**]−1, +∞[**	$\mathbb{R}$

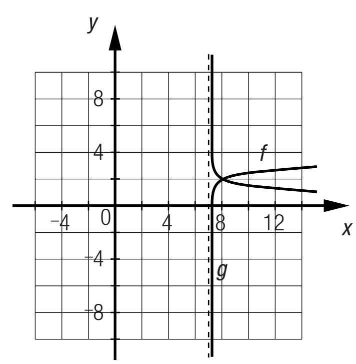
10. a) 1)



2)



3)



b) 1) Une réflexion par rapport à l'axe des abscisses. **2)** Une réflexion par rapport à l'axe des abscisses.
3) Une réflexion par rapport à l'axe d'équation $y = 2$.

11. a) Croissante. **b)** Décroissante. **c)** Croissante.
d) Croissante. **e)** Décroissante. **f)** Croissante.

Mise au point 6.2 (*suite*)

Page 360

12. a) $f(x) = \log_2 \frac{1}{2}(x - 3)$ **b)** $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2)$ **c)** $f(x) = \log_{\frac{3}{2}} -(x - 5)$
d) $f(x) = \log_7 -\frac{1}{3}(x + 7)$ **e)** $f(x) = \log_8 \frac{2}{3}(x - 8)$ **f)** $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{7}(x + 10)$

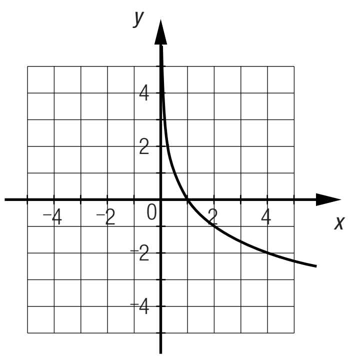
13.

Fonction	f	f^{-1}
Règle	$\boldsymbol{f(x) = -1{,}5(2)^x + 4}$	$\boldsymbol{f^{-1}(x) = \log_2 \frac{2}{3}(-x + 4)}$
Domaine	$\mathbb{R}$	**]−∞, 4[**
Codomaine	**]−∞, 4[**	$\mathbb{R}$

Mise au point 6.2 (*suite*)

Page 361

14. a) Les deux courbes sont superposées.



b) $y = -\log_2 x \Leftrightarrow -y = \log_2 x$
$\Leftrightarrow 2^{-y} = x$
$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = x$
$\Leftrightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} x$

15. a) 1) Aucune valeur initiale. **2)** $x = 0$
b) 1) La valeur initiale est 3. **2)** $x = 4$
c) 1) Aucune valeur initiale. **2)** $x = 0$
d) 1) Aucune valeur initiale. **2)** $x = 5$
e) 1) Aucune valeur initiale. **2)** $x = 0$
f) 1) La valeur initiale est 1. **2)** $x = \mathrm{e}$

16. **Intensité d'un son en fonction de la pression acoustique**

Nature du son	Pression (Pa)	Intensité (dB)	Perception
Tonnerre	11,25	**≈ 115**	**Dangereuse**
Sirène de pompiers	35,56	**≈ 125**	**Insupportable**
Conversation normale	0,02	**60**	**Normale**
Abords d'une autoroute achalandée	1,12	**≈ 94,96**	**Douloureuse**
Discothèque	5,02	**≈ 107,99**	**Dangereuse**
Concert rock	63,25	**≈ 130**	**Insupportable**

Mise au point 6.2 (*suite*)

Page 362

17. a) 1) 5000 volts. **2)** $\approx 4{,}74 \times 10^{-15}$ volts.
b) 1) $t = -\frac{10}{83}\ln\left(\frac{v}{5000}\right)$ **2)** $\approx 8{,}35 \times 10^{-2}$ ms

18. a) $[H^+] = 10^{-(pH)}$
b) **Caractéristiques de certains liquides**

Liquide	$[H^+]$ (mol/L)	pH
Lait	$\boldsymbol{\approx 1{,}74 \times 10^{-7}}$	6,76
Jus d'orange	$1{,}95 \times 10^{-4}$	**≈ 3,71**
Eau de Javel	$1{,}78 \times 10^{-13}$	**≈ 12,75**
Café	$\boldsymbol{\approx 1{,}29 \times 10^{-5}}$	4,89
Sang humain	$4{,}57 \times 10^{-8}$	**≈ 7,34**
Acides gastriques	$6{,}17 \times 10^{-2}$	**≈ 1,21**
Eau distillée	$\boldsymbol{1 \times 10^{-7}}$	7
Thé	$\boldsymbol{\approx 3{,}16 \times 10^{-6}}$	5,5

Mise au point 6.2 (*suite*) **Page 363**

19. a) $\approx 27{,}38$ MJ

b) 1) $v = 4095 \ln 0{,}1(E + 10)$ **2)** $\approx 7337{,}26$ tours/min

20. a) $t = 2\log_{\frac{1}{10}}\left(\frac{Q}{100}\right)$ **b)** $t = {}^{-}2\log\left(\frac{Q}{100}\right)$ **c)** $\approx 0{,}25$ h ou ≈ 15 min.

SECTION 6.3 Les situations exponentielles et logarithmiques

Problème **Page 364**

La règle $n = 4\ 214\ 835\left(\frac{1}{3}\right)^t$ permet de déterminer le nombre n de bactéries restantes en fonction du temps t (en min). L'utilisation d'une table de valeurs permet d'observer que la solution recherchée se situe entre 7 et 8 min, plus précisément entre 7,5 et 7,6 min et, encore plus précisément, entre 7,59 et 7,60 min.

Un bistouri doit donc passer au moins environ 7,60 min dans l'autoclave.

Activité 1 **Page 365**

a. On peut passer :
- de ① à ②, puisque $m = c^n$;
- de ② à ③, par la loi des exposants $(c^n)^x = c^{xn}$;
- de ③ à ④, par l'équivalence $m^x = c^{xn} \Leftrightarrow xn = \log_c m^x$;
- de ④ à ⑤, puisque $n = \log_c m$.

b. 1) 36 **2)** 7,5 **3)** $^{-}6$ **4)** $^{-}6{,}8$

c. Puisque $\log 9^{5000}$ est équivalent à $5000 \log 9$, il suffit de calculer $\log 9$ et de multiplier le résultat par 5000.
Ainsi, $\log 9^{5000} = 5000 \log 9$, soit $5000 \times \approx 0{,}95 \approx 4771{,}21$.

d. On peut passer :
- de ① à ②, puisque $m = c^n$;
- de ② à ③, puisque $\log_d c^n = n \log_d c$ (équivalence vue précédemment) ;
- de ③ à ④, en divisant les deux membres de l'équation par $\log_d c$;
- de ④ à ⑤, puisque $n = \log_c m$.

Activité 1 (*suite*) **Page 366**

e. À l'aide de l'équivalence $\log_c m = \frac{\log_d m}{\log_d c}$, où $d = \text{e}$ ou $d = 10$, il est possible de calculer le logarithme d'un nombre dans n'importe quelle base.

f. 1) $\log_6 77$ **2)** $\log_5 0{,}7$ **3)** $\log_{\frac{1}{3}} 8$

g. 1) $y = \log_5 x$ **2)** $y = \log_{5,2}(x + 4)$ **3)** $y = \log_{0,25}\frac{x}{5}$

Activité 2 **Page 367**

a. 20 °C

b. 1) $0{,}94^x = 0{,}94$ **2)** Parce que $0{,}94^1 = 0{,}94$. Ainsi, $x = 1$.

c. 1) On peut passer :
- de ① à ②, en additionnant 200 aux deux membres de l'équation ;
- de ② à ③, en divisant les deux membres de l'équation par 220 ;
- de ③ à ④, puisque $\frac{1}{55} = 0{,}94^x \Leftrightarrow x = \log_{0,94}\frac{1}{55}$;
- de ④ à ⑤, puisque $\log_{0,94}\frac{1}{55} \approx 64{,}76$.

2) La valeur obtenue représente le temps requis (en min) pour que l'échantillon atteigne une température de $^{-}196$ °C.

d. $^{-}196 \geq 220(0{,}94)^x - 200$

e. $x \geq\ \approx 64{,}76$ min

Activité 3

Page 368

a. **1)** Le zéro.

2) On peut passer :
- de ① à ②, en additionnant 18 aux deux membres de l'équation ;
- de ② à ③, en divisant les deux membres de l'équation par 9 ;
- de ③ à ④, puisque $\log(x + 5) = 2 \Leftrightarrow x + 5 = 10^2$;
- de ④ à ⑤, car $10^2 = 100$;
- de ⑤ à ⑥, en soustrayant 5 des deux membres de l'inéquation.

b. $]^{-}5, {}^{+}\infty[$

c. L'intervalle où *f* est négative.

d. $]^{-}5, 95]$

Mise au point 6.3

Page 372

1. **a)** $c \log_a(4b)$ **b)** $2 \log x$ **c)** $3 \ln(2 + x)$ **d)** $\frac{1}{2} \ln 3x$
e) $^{-}\log_c 3x$ **f)** $3 \ln\left(\frac{y}{x}\right)$ **g)** $d \log_a y$ **h)** $^{-}2 \ln x$

2. **a)** $\log_3 6^4$ **b)** $\log_7 5^2$ **c)** $\ln(3t)^2$
d) $\log 5^3$ **e)** $\log_m x^2$ **f)** $\log 2^4$
g) $\log_3 9^7$ **h)** $\log_5 10^9$ **i)** $\log_6 y^4$

3. **a)** $\approx 5{,}91$ **b)** $\approx 2{,}77$ **c)** $\approx 2{,}32$ **d)** $\approx 3{,}21$
e) $0{,}5$ **f)** $^{-}1$ **g)** $^{-}6$ **h)** $\approx {}^{-}5{,}72$

4. **a)** $\approx 2{,}3980$ **b)** $\approx 3{,}513$ **c)** $\approx 2{,}2695$ **d)** $\approx {}^{-}0{,}7565$
e) $\approx 44{,}5977$ **f)** $\approx {}^{-}2{,}3980$ **g)** $\approx 1{,}0619$ **h)** $\approx {}^{-}0{,}8783$
i) $\approx 0{,}3997$ **j)** $\approx {}^{-}4{,}2474$ **k)** $\approx 0{,}8905$ **l)** $\approx 16{,}8483$

Mise au point 6.3 (*suite*)

Page 373

5. **a)** $x \approx {}^{-}6{,}81$ **b)** $x = 10^{46}$ **c)** $x \approx 3{,}53$ **d)** $x \approx {}^{-}5$
e) $x = {}^{-}24$ **f)** $x \approx {}^{-}0{,}09$ **g)** $x = {}^{-}81$ **h)** $x \approx 0{,}34$

6. **a)** $x > 2{,}15$ **b)** $x \geq e^{18}$ **c)** $x > 33{,}\overline{3}$ **d)** $x \geq 6$
e) $^{-}99\,998 < x < 2$ **f)** $x > {}^{-}1{,}29$ **g)** $x \geq {}^{-}2{,}40$ **h)** $x > \frac{9}{8}$

7. **a)** **1)** $\approx 6{,}14$ **2)** Positif : $[\approx 6{,}14, {}^{+}\infty[$ et négatif : $]^{-}\infty, \approx 6{,}14]$.
b) **1)** $^{-}1$ **2)** Positif : $[^{-}1, {}^{+}\infty[$ et négatif : $]^{-}2, {}^{-}1]$.
c) **1)** $\approx 3{,}74$ **2)** Positif : $]^{-}\infty, \approx 3{,}74]$ et négatif : $[\approx 3{,}74, {}^{+}\infty[$.
d) **1)** $\approx 7{,}04$ **2)** Positif : $[\approx 7{,}04, {}^{+}\infty[$ et négatif : $]7, \approx 7{,}04]$.
e) **1)** $\approx 1{,}16$ **2)** Positif : $]^{-}\infty, \approx 1{,}16]$ et négatif : $[\approx 1{,}16, {}^{+}\infty[$.
f) **1)** $\frac{1}{e^2}$ **2)** Positif : $\left]0, \frac{1}{e^2}\right]$ et négatif : $\left[\frac{1}{e^2}, {}^{+}\infty\right[$.

8. **a)** $x = \sqrt{3}$ **b)** $x = \sqrt[5]{625}$ **c)** $x = \frac{1}{6}$ **d)** $x = \sqrt{6} - 4$

9. **a)** $x = 8$ **b)** $x = 2$ **c)** $x = \sqrt{10} - 2$ **d)** $x = {}^{-}4$
e) $x = 1002$ **f)** $x = 6$ **g)** $x = e$ ou $x = {}^{-}e$. **h)** $x = \frac{1}{3}$
i) $x = 5$ **j)** $x = 2$ ou $x = 5$.

10. **a)** À $t = 0$ année.

b) $20\,000 = 15\,000(1{,}015)^{2t}$

$$\frac{4}{3} = 1{,}015^{2t}$$

$$2t = \log_{1{,}015}\frac{4}{3}$$

$$t = \frac{\log\frac{4}{3}}{2\log 1{,}015}$$

$$t \approx 9{,}66$$

À environ 9,66 années.

c) À environ 12,86 années.

Mise au point 6.3 (*suite*)

11.

A	T	T_0
30	**≈ 395,28**	12,5
≈ 4,08	16	10
60	18	**0,018**
15	**≈ 84,35**	15
≈ 6,02	36	18
45	9	**≈ 0,05**

12. $2500 = 1500(1{,}0175)^{2t}$

$$\frac{5}{3} = 1{,}0175^{2t}$$

$$2t = \log_{1{,}0175}\frac{5}{3}$$

$$t = \frac{\log\frac{5}{3}}{2\log 1{,}0175}$$

$$t \approx 14{,}72$$

Au bout d'environ 14,72 ans.

13. **a)** **1)** $\approx -1{,}51$ **2)** $-7{,}5$ **3)** $-12{,}5$ **4)** $\approx 1{,}51$

b) **1)** À $\approx 19{,}05$ fois. **2)** À $\approx 8{,}3 \times 10^{-4}$ fois. **3)** À $\approx 10\,964{,}78$ fois.

Mise au point 6.3 (*suite*)

14. Le temps nécessaire à la dégradation complète :
- d'un sac en plastique est environ de 461,75 ans ;
- d'un mouchoir de papier est environ de 0,25 an (3 mois) ;
- d'un carton de lait est environ de 49,88 ans ;
- d'une gomme à mâcher est environ de 5 ans ;
- d'une pile alcaline est environ de 6931,13 ans.

15. $0{,}1(1{,}26)^{2s + 20} = 200$

$$1{,}26^{2s+20} = 2000$$

$$2s + 20 = \log_{1{,}26}2000$$

$$2s + 20 = \frac{\log 2000}{\log 1{,}26}$$

$$s \approx 6{,}44$$

La mise en garde doit être émise environ 6,44 semaines après le 1er mai.

16. **a)** **1)** 64 **2)** $\approx 51{,}98$ **3)** $\approx 37{,}39$ **4)** $\approx 32{,}08$

b) **1)** 1 048 576 **2)** $\approx 104\,031{,}92$ **3)** $\approx 2671{,}54$ **4)** $\approx 486{,}71$

c) **1)** $A = 2^{-0{,}3\log_2 B + 6}$ **2)** $B = 2^{\frac{\log_2 A - 6}{-0{,}3}}$

17. Ce réseau atteint sa capacité maximale environ 25,09 ans après l'installation.

Mise au point 6.3 (*suite*)

Page 376

18. a) 1) $\approx 0{,}6990$, $\approx 1{,}6990$, $\approx 2{,}6990$, $\approx 3{,}6990$ **2)** $\approx 0{,}9031$, $\approx 1{,}9031$, $\approx 2{,}9031$, $\approx 3{,}9031$

b) À une multiplication de l'argument par 10 est associée une augmentation de 1 du logarithme.

19. a) 1) 60 min **2)** 42 min **3)** $\approx 2{,}42$ min

b) 1) Au moins 2 pièces. **2)** Au moins 3 pièces. **3)** Au moins 5 pièces.

20. La température est de 0 °C environ 3,03 h après la mise sous tension.

21. a) 1) $\approx 8{,}11\,\%$ **2)** $\approx 5{,}78\,\%$ **3)** $\approx 4{,}58\,\%$

b) 1) $\approx 4{,}96$ ans **2)** $\approx 15{,}4$ ans **3)** $\approx 24{,}41$ ans

c) 1) $r = \frac{\ln 2}{t}$ **2)** $t = \frac{\ln 2}{r}$

Mise au point 6.3 (*suite*)

Page 377

22. a) La température initiale du premier alliage est de 20 °C, celle du second est de 40 °C.

b)
$$\begin{aligned} 20(2)^x &= 40(4)^{\frac{2x}{5}} \\ 2^x &= 2(2)^{\frac{4x}{5}} \\ 2^x &= 2^{\frac{4x}{5}+1} \\ x &= \frac{4x}{5}+1 \\ x &= 5 \end{aligned}$$
Au bout de 5 h.

c)
$$\begin{aligned} 20(2)^x &= 80(4)^{\frac{2x}{5}} \\ 2^x &= 4(2)^{\frac{4x}{5}} \\ 2^x &= 2^{\frac{4x}{5}+2} \\ x &= \frac{4x}{5}+2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$
Au bout de 10 h.

23. a) 1) $\approx 18{,}99$ cm **2)** $\approx 45{,}75$ cm

b) 1) $\approx 91{,}50$ cm **2)** $\approx 12{,}30$ cm

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 6

Chronique du passé

Page 379

1. a) $0{,}8439\,\% \times 85\,000 \approx 717{,}32\,\$$ **b)** 129 116,70 $

2. a) 2 584 929 **b)** 45 **c)** 262 144

d) 16 807 **e)** 21 **f)** 2 585 869

Le monde du travail

Page 381

1. a) Surdité légère (seuil d'environ 34,81 dB).

b) Surdité moyenne (seuil d'environ 49,97 dB).

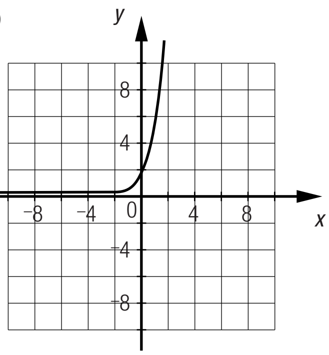
c) Surdité légère (seuil de 20 dB).

2. $F = 62{,}5(2)^n$, où F représente la fréquence (en Hz) et n, le numéro de l'étape du test d'audition tonale.

Vue d'ensemble

Page 382

1. a) 1)



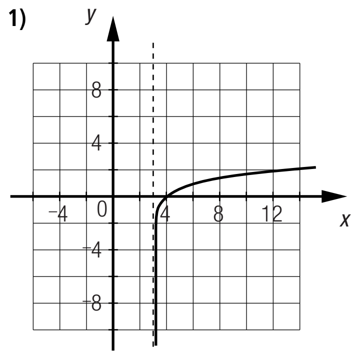
2) Domaine : ℝ ; codomaine :]0, +∞[.

3) 1,8

4) Aucun zéro.

5) Positif : ℝ.

b) 1)



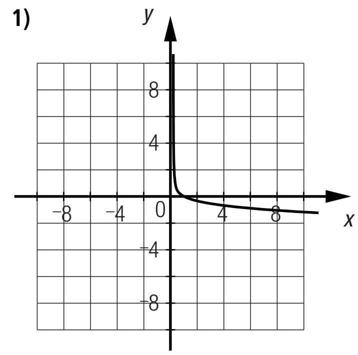
2) Domaine :]3, +∞[; codomaine : ℝ.

3) Aucune valeur initiale.

4) 4

5) Positif : [4, +∞[
et négatif :]3, 4].

c) 1)



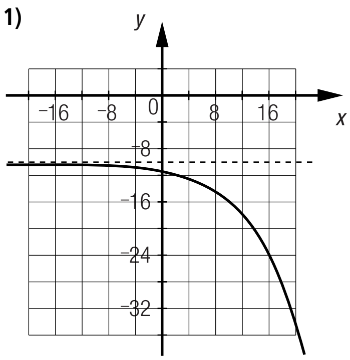
2) Domaine :]0, +∞[; codomaine : ℝ.

3) Aucune valeur initiale.

4) 1

5) Positif :]0, 1]
et négatif : [1, +∞[.

d) 1)



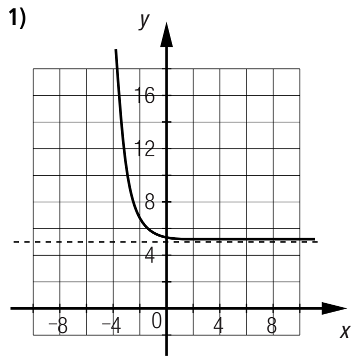
2) Domaine : ℝ ; codomaine :]−∞, −10[.

3) ≈ −11,49

4) Aucun zéro.

5) Négatif : ℝ.

e) 1)



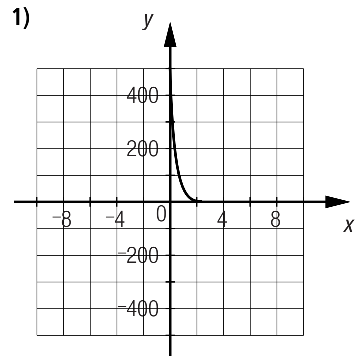
2) Domaine : ℝ ; codomaine :]5, +∞[.

3) 5,15

4) Aucun zéro.

5) Positif : ℝ.

f) 1)



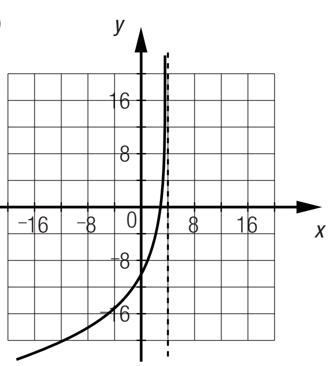
2) Domaine : ℝ ; codomaine :]0, +∞[.

3) 450

4) Aucun zéro.

5) Positif : ℝ.

g) 1)



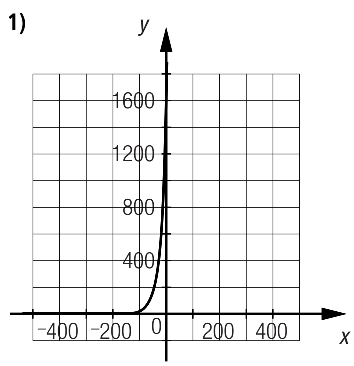
2) Domaine :]−∞, 4[; codomaine : ℝ.

3) −10

4) 3

5) Négatif :]−∞, 3]
et positif : [3, 4[.

h) 1)



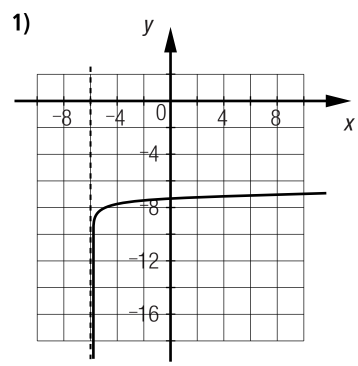
2) Domaine : ℝ ; codomaine :]0, +∞[.

3) 1500

4) Aucun zéro.

5) Positif : ℝ.

i) 1)



2) Domaine :]−6, +∞[; codomaine : ℝ.

3) ≈ −7,33

4) ≈ 2 087 372 975,67

5) Négatif :
[−6, ≈ 2 087 372 975,67]
et positif :
[≈ 2 087 372 975,67, +∞[.

2. **a)** $f(x) = 2(3)^x - 5$ **b)** $f(x) = \log_2 x$ **c)** $f(x) = \log_{\frac{9}{4}}(x + 2)$

d) $f(x) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^x - 4$ **e)** $f(x) = 1500\left(\frac{82}{75}\right)^{\frac{x}{2}}$ **f)** $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 4)$

g) $f(x) = ^-2(4)^x$ **h)** $f(x) = \log_2 \frac{1}{8}(x - 1)$ **i)** $f(x) = ^-2^x + 5$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 383

3. **a)** $x \approx 13,64$ **b)** $x = 15$ **c)** $x \approx 1,62$ **d)** $x = 125\ 000$

e) $x \approx 0,20$ **f)** $x \approx 0,74$ **g)** $x = ^-79$ **h)** $x \approx 0,85$

4. **a)** $x > 99\ 998$ **b)** $x > 7$ **c)** $x < 5,27$ **d)** $x \leq ^-252$

e) $x > \approx 81\ 337,40$ **f)** $x \geq 3,42$ **g)** $x \leq 2$ **h)** $x \geq 10^{-7}$

5. **a)** $f^{-1}(x) = \log_{0,7} \frac{1}{3}(x - 2)$ **b)** $g^{-1}(x) = ^-0,5 \ln ^-0,4x$ **c)** $h^{-1}(x) = 2^{\frac{x}{7}} - 9$

d) $i^{-1}(x) = ^-\log_{0,05} \frac{2x}{3} + 4$ **e)** $j^{-1}(x) = 321e^{\frac{x}{455}}$ **f)** $k^{-1}(x) = 7(10)^{\frac{x}{3}}$

6. **a)** $x = 5$ **b)** $x = 2$ **c)** $x \approx -1,63$ **d)** $x \approx 3,61$

7. Oui. À un taux d'intérêt de 4 % dont les intérêts sont composés annuellement, la valeur du placement au bout de 20 ans est de $1600(1,04)^{20} \approx 3505,80$ \$, tandis que si les intérêts sont composés tous les 6 mois, le montant au bout de 20 ans est de $1600(1,02)^{40} \approx 3532,86$ \$.

8. Moment où le seuil critique est atteint : $5(1,5)^x = 5(1,5)^{14 - x}$

$$x = 14 - x$$

$$x = 7 \text{ ans}$$

La puissance associée au seuil critique est de $5(1,5)^7 \approx 85,43$ MW.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 384

9. **a)** **1)** $\approx 7401,22$ \$ **2)** $\approx 7429,74$ \$ **3)** $\approx 7456,83$ \$

b) Pour un même taux d'intérêt annuel, plus les intérêts sont composés souvent, plus la valeur du placement à l'échéance est élevée.

10. **a)** Environ 3,46 millions de visiteurs. **b)** 4 millions de visiteurs. **c)** Environ 4,95 millions de visiteurs.

11. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $y \approx 0,92(1,007)^x$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 385

12. Dans environ 9,63 ans.

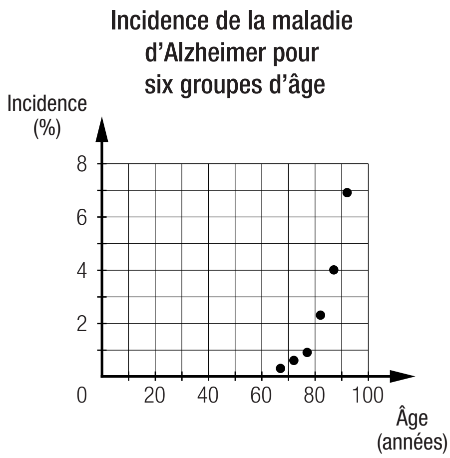
13. **a)** $Q = 1000(0,9)^t$ **b)** 190 L **c)** Environ 35,01 h après le début de l'ébullition. **d)** 25 L

14. **a)** **1)** 450 **2)** 10,7 **3)** 225

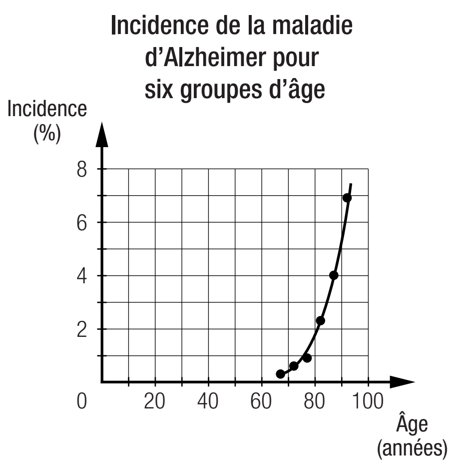
b) **1)** $225 = 450e^{a10,7}$ **2)** $\approx ^-0,06$ **3)** $M = 450e^{-0,0648t}$

c) **1)** $M = 5e^{-0,0001t}$ **2)** $M = 50e^{-0,0564t}$ **3)** $M = M_0 e^{\frac{-t}{1\ 024\ 313\ 479}}$

15. a)



b) 1)



2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$I = \frac{e^{0,1275a}}{16\,666,67}$, où I représente l'incidence et a, l'âge.

c) Une personne devrait être soumise à ces tests à partir de 76 ans.

16. a) La tige s'est dilatée de 2,54 mm environ.

b) La tige se dilate de 2 mm à 20 °C.

c) La dilatation de la tige est supérieure à 4 mm pour des températures supérieures à 2000 °C.

d) La dilatation maximale de la tige est environ de 3,35 mm.

17. Environ 1,81 min après la mise en marche.

18. a) $e^{-0,1 \times 5} \approx 60,65\,\%$

b)
$$\begin{aligned} 0,05C_0 &= C_0e^{-0,1t} \\ 0,05 &= e^{-0,1t} \\ -0,1t &= \ln 0,05 \\ t &\approx 29,96 \end{aligned}$$

L'eau doit rester dans le bassin environ 29,96 jours.

19. a) La tension de la pile 1 est décroissante, car la base, $e^{-1,2}$, est inférieure à 1.

b) 1) À 0 h. **2)** À 0,24 h environ (environ 14 min 23 s).

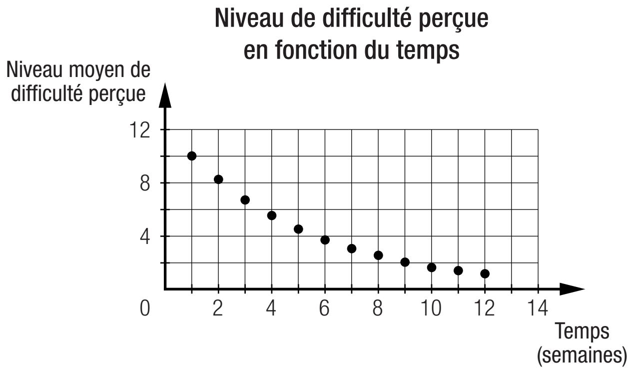
c) Il y a un risque d'incendie à partir de 0,58 h environ (environ 34 min 39 s).

20. a) $250e^{0,7 \times 0} = 250$ pissenlits.

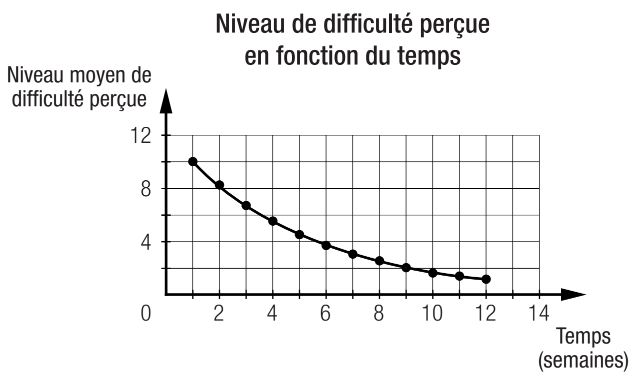
b) 1) $250e^{0,7 \times 1} \approx 503$ pissenlits. **2)** $250e^{0,7 \times 2} \approx 1014$ pissenlits. **3)** $250e^{0,7 \times 4} \approx 4111$ pissenlits.

c) $250e^{\frac{0,7}{7}} - 250 \approx 26$ pissenlits.

21. a)



b) 1)



2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $y \approx 12{,}34(0{,}82)^x$

c) 1) À ≈ 2,14 semaines. **2)** À ≈ 2,80 semaines. **3)** À ≈ 3,56 semaines. **4)** À ≈ 5,56 semaines.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 389

22. a) Au début du processus de vieillissement, l'eau compte pour 30 % de la masse de ce fromage.

b) La quantité d'eau correspondra à 28 % de la masse de ce fromage dans environ 6,90 ans.

23. a) ≈ 99,37 kPa **b)** ≈ 793 m **c)** ≈ 137,38 K

Banque de problèmes

Page 390

1. **Comparaison des sommes déboursées selon le mode de paiement**

Paiements P de 1500 $/mois	**Paiements P de 1200 $/mois**
Valeur *E* de l'emprunt : 200 000 $ Taux i d'intérêt mensuel : 6 % ÷ 12 = 0,5 % $200\,000 = 1500 \times \dfrac{1 - \left(\frac{1}{1 + 0{,}005}\right)^n}{0{,}005}$ $133{,}\overline{3} = \dfrac{1 - \left(\frac{200}{201}\right)^n}{0{,}005}$ $0{,}\overline{6} = 1 - \left(\frac{200}{201}\right)^n$ $\left(\frac{200}{201}\right)^n = 1 - 0{,}\overline{6}$ $\left(\frac{200}{201}\right)^n = 0{,}\overline{3}$ $n = \log_{\frac{200}{201}} 0{,}\overline{3}$ $n \approx 220{,}27$	Valeur *E* de l'emprunt : 200 000 $ Taux i d'intérêt mensuel : 6 % ÷ 12 = 0,5 % $200\,000 = 1200 \times \dfrac{1 - \left(\frac{1}{1 + 0{,}005}\right)^n}{0{,}005}$ $166{,}\overline{6} = \dfrac{1 - \left(\frac{200}{201}\right)^n}{0{,}005}$ $0{,}8\overline{3} = 1 - \left(\frac{200}{201}\right)^n$ $\left(\frac{200}{201}\right)^n = 1 - 0{,}8\overline{3}$ $\left(\frac{200}{201}\right)^n = 0{,}1\overline{6}$ $n = \log_{\frac{200}{201}} 0{,}1\overline{6}$ $n \approx 359{,}25$
Si la personne fait environ 220,27 paiements de 1500 $, la somme totale déboursée est d'environ 330 406,96 $.	Si la personne fait environ 359,25 paiements de 1200 $, la somme totale déboursée est d'environ 431 096,43 $.

Faire des paiements mensuels de 1500 $ plutôt que de 1200 $ permet de réaliser des économies d'environ 100 689,47 $.

2. Situation 1

Si la masse augmente de 30 % toutes les minutes, elle évolue selon la règle : $M = M_0(1{,}3)^x$, où M_0 représente la masse initiale et x représente le temps (en min).

La masse aura doublé lorsque $2M_0 = M_0(1{,}3)^x$. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} 2M_0 &= M_0(1{,}3)^x \\ 2 &= 1{,}3^x \\ x &= \log_{1,3}2 \\ x &\approx 2{,}64 \text{ min} \end{aligned}$$

Situation 2

Si la masse varie selon la règle $M = M_0e^{\frac{3t}{10}}$, où t représente le temps (en min), la masse aura doublé lorsque $2M_0 = M_0e^{\frac{3t}{10}}$. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} 2M_0 &= M_0e^{\frac{3t}{10}} \\ 2 &= e^{\frac{3t}{10}} \\ \frac{3t}{10} &= \ln 2 \\ \frac{3t}{10} &\approx 0{,}69 \\ 3t &\approx 6{,}93 \\ t &\approx 2{,}31 \text{ min} \end{aligned}$$

Situation 3

Si la masse augmente de 0,5 % de seconde en seconde, elle évolue selon la règle : $M = M_0(1{,}005)^{60x}$, où M_0 représente la masse initiale et x représente le temps (en min).

La masse aura doublé lorsque $2M_0 = M_0(1{,}005)^{60x}$. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} 2M_0 &= M_0(1{,}005)^{60x} \\ 2 &= 1{,}005^{60x} \\ 60x &= \log_{1,005}2 \\ 60x &\approx 138{,}98 \\ x &\approx 2{,}32 \text{ min} \end{aligned}$$

La masse de la substance double en premier dans la situation **2,** soit environ 0,01 min avant celle de la situation **3** et environ 0,33 min avant celle de la situation **1.**

3. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

Le héros dit :

— Si les robots continuent à se reproduire de cette manière, leur population augmentera à un rythme exponentiel ! Actuellement, toutes les 30 h, le nombre N de robots double.
Cette situation peut être décrite par la règle $N = 2^{\frac{x}{30}}$, où x représente le temps (en h).
Le moment où la population de robots dépassera la moitié de celle des habitants de la planète correspond à l'inéquation $25\ 000\ 000\ 000 < 2^{\frac{x}{30}}$. Pour trouver ce moment, il faut résoudre l'équation $25\ 000\ 000\ 000 = 2^{\frac{x}{30}}$.

$$\begin{aligned} 25\ 000\ 000\ 000 &= 2^{\frac{x}{30}} \\ \frac{x}{30} &= \log_2 25\ 000\ 000\ 000 \\ \frac{x}{30} &\approx 34{,}54 \\ x &\approx 1036{,}24 \end{aligned}$$

La population de robots excédera la moitié de celle des habitants de la planète dans environ 1036,24 h, soit un peu plus de 43 jours !
Il faut absolument modifier le plan de fonctionnement de ces robots ! Si l'on fait en sorte qu'un robot se désactive de façon définitive immédiatement après en avoir construit un autre, la population de robots restera constante !

Banque de problèmes (*suite*) **Page 391**

4. • Déterminer la règle qui permet de calculer le nombre minimal de déplacements selon le nombre de disques.
Le nombre N minimal de déplacements selon le nombre n de disques correspond à $N = 2^n - 1$.

- Trouver l'équation à résoudre.
  Pour connaître le nombre de disques que compte la tour de départ sachant que le nombre minimal de déplacements nécessaires pour la reconstruire est 255, on doit résoudre l'équation $255 = 2^n - 1$.
- Résoudre l'équation.

$$\begin{aligned}255 &= 2^n - 1\\ 256 &= 2^n\\ n &= \log_2 256\\ n &= 8\end{aligned}$$

Si le nombre minimal de déplacements nécessaires pour la reconstruire est 255, alors la tour de départ compte 8 disques.

5. Il est certain que la pièce de bois se fend lorsque la probabilité qu'elle se fende est de 100 %, ou de 1. Pour déterminer le nombre de tours de serrage du boulon à partir duquel il est certain que la pièce de bois se fend, il faut résoudre l'équation $1 = 1{,}0416^t - 1$.

$$\begin{aligned}1 &= 1{,}0416^t - 1\\ 2 &= 1{,}0416^t\\ t &= \log_{1{,}0416} 2\\ t &\approx 17\end{aligned}$$

Il est certain que la pièce de bois se fend à partir de 17 tours.

Banque de problèmes (*suite*) **Page 392**

6. • La probabilité de trouver la combinaison au hasard si celle-ci comporte un seul chiffre est de $\frac{1}{10}$.

- La probabilité de trouver la combinaison au hasard si celle-ci comporte deux chiffres est de $\frac{1}{100}$:

$$\begin{pmatrix}\text{Probabilité de trouver}\\ \text{le 1}^{\text{er}}\text{ chiffre au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité de trouver}\\ \text{le 2}^{\text{e}}\text{ chiffre au hasard}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Probabilité de trouver}\\ \text{la combinaison au hasard}\end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

- La probabilité de trouver la combinaison au hasard si celle-ci comporte trois chiffres est de $\frac{1}{1000}$:

$$\begin{pmatrix}\text{Probabilité de trouver}\\ \text{le 1}^{\text{er}}\text{ chiffre au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité de trouver}\\ \text{le 2}^{\text{e}}\text{ chiffre au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité de trouver}\\ \text{le 3}^{\text{e}}\text{ chiffre au hasard}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Probabilité de trouver}\\ \text{la combinaison au hasard}\end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$$

- La probabilité de trouver la combinaison au hasard si celle-ci comporte quatre chiffres est de $\frac{1}{10\,000}$:

$$\begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{le 1}^{\text{er}}\text{ chiffre}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{le 2}^{\text{e}}\text{ chiffre}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{le 3}^{\text{e}}\text{ chiffre}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{le 4}^{\text{e}}\text{ chiffre}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{la combinaison}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix}$$

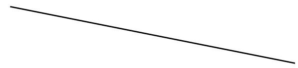
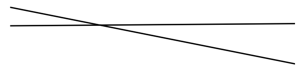
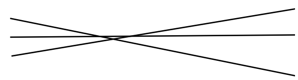
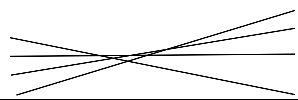
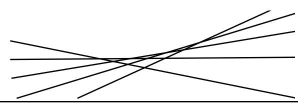
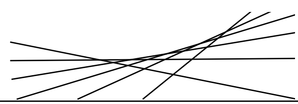
$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10\,000}$$

- La probabilité de trouver la combinaison au hasard si celle-ci comporte n chiffres est de $\left(\frac{1}{10}\right)^n$:

$$\begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{le 1}^{\text{er}}\text{ chiffre}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{le 2}^{\text{e}}\text{ chiffre}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{le 3}^{\text{e}}\text{ chiffre}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{le 4}^{\text{e}}\text{ chiffre}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix} \times \ldots = \begin{pmatrix}\text{Probabilité}\\ \text{de trouver}\\ \text{la combinaison}\\ \text{au hasard}\end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \ldots = \left(\frac{1}{10}\right)^n$$

7.

Nombre de droites	Illustration	Nombre de points d'intersection
1		0
2		1
3		3
4		6
5		10
6		15
…	…	…
D		$\frac{D(D-1)}{2}$ ou $0{,}5D^2 - 0{,}5D$

Le nombre I de points d'intersection, selon le nombre D de droites tracées, ne varie pas selon une fonction exponentielle, mais selon une fonction polynomiale de degré 2.

8. Il faut résoudre le système d'équations associé à la situation où $P = C$. En résolvant à l'aide d'un tableau, on obtient :

Temps t (jours)	Population P (millions d'individus)	Capacité C du milieu (millions d'individus)
0	1	1
10	1,63	9,78
20	2,65	18,56
30	4,31	27,33
40	7,01	36,11
50	11,41	44,89
60	18,57	53,67
70	30,21	62,44
80	49,16	71,22
90	80	80

Cet événement se produira après 90 jours.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 393

9. Il s'agit d'isoler la variable P dans l'équation donnée.

$$\ln P = 38 - 5\ln v$$
$$P = e^{38 - 5\ln v}$$
$$P = \frac{e^{38}}{(e^{\ln v})^5}$$
$$P = \frac{e^{38}}{v^5}$$

10. Puisque pendant le traitement la population P (en %) de bactéries du système digestif d'un patient évolue selon la règle $P = 100(0{,}9)^t$ et que la durée du traitement est de 10 jours, la population de bactéries, à la fin du traitement, est environ de 34,87 %. La population sera revenue à son niveau normal lorsque $P = 100$. Il faut donc résoudre l'équation $100 = 34{,}87e^{0{,}14(t\,-\,10)}$.

$$\begin{aligned} 100 &= 34{,}87e^{0{,}14(t - 10)} \\ 2{,}87 &= e^{0{,}14(t - 10)} \\ 0{,}14(t - 10) &= \ln 2{,}87 \\ 0{,}14(t - 10) &\approx 1{,}05 \\ (t - 10) &\approx 7{,}53 \\ t &\approx 17{,}53 \end{aligned}$$

La population bactérienne sera revenue à son niveau normal environ 17,53 jours après le début du traitement, c'est-à-dire environ 7,53 jours après la fin du traitement. La population bactérienne sera donc revenue à son niveau normal plus rapidement que ce qu'affirme cette médecin.

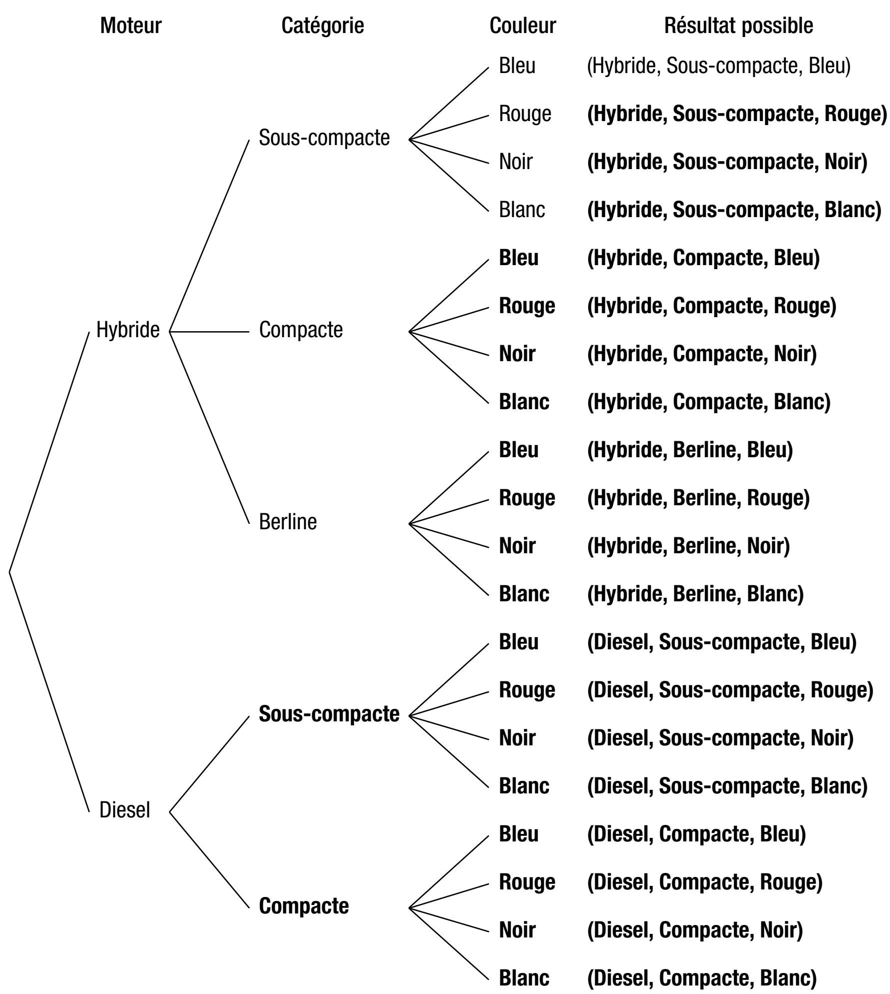
VISION 7 | Les graphes

RÉVISION 7

Réactivation 1

Page 396

a. **Choix d'automobiles**



b. 3 caractéristiques.

c. Parmi 20 automobiles différentes.

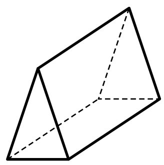
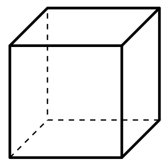
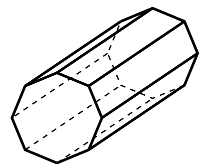
d. $\frac{3}{20}$

e. 12 trajets différents.

Réactivation 2

Page 397

a.

Polyèdre	Prisme droit à base triangulaire 	Cube 	Prisme régulier à base octogonale 
Nombre de faces	**5**	**6**	**10**
Nombre d'arêtes	**9**	**12**	**24**
Nombre de sommets	**6**	**8**	**16**

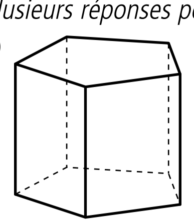
b. Prisme droit à base triangulaire : $5 = 9 - 6 + 2$
$5 = 5$
Cube : $6 = 12 - 8 + 2$
$6 = 6$
Prisme régulier à base octogonale : $10 = 24 - 16 + 2$
$10 = 10$

c. 6 sommets.

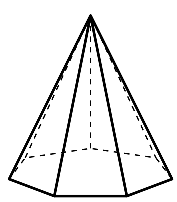
d. 20 arêtes.

e. *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

1)



2)



f. La relation d'Euler ne s'applique pas. Un cylindre a 3 faces, 2 arêtes et aucun sommet : $3 \neq 2 - 0 + 2$.

Mise à jour

Page 400

1. a) 1) 5 sommets. **2)** 8 arêtes. **3)** 5 faces.

b) 1) 12 sommets. **2)** 18 arêtes. **3)** 8 faces.

c) 1) 8 sommets. **2)** 12 arêtes. **3)** 6 faces.

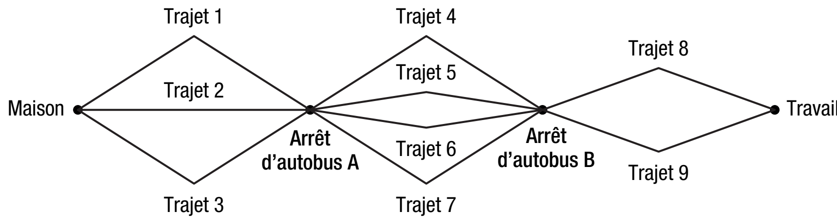
2. a) {(bille rouge, carte rouge), (bille rouge, carte noire), (bille jaune, carte rouge), (bille jaune, carte noire), (bille verte, carte rouge), (bille verte, carte noire)}

b) {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

c) {(pile, 1), (pile, 2), (pile, 3), (pile, 4), (pile, 5), (pile, 6), (face, 1), (face, 2), (face, 3), (face, 4), (face, 5), (face, 6)}

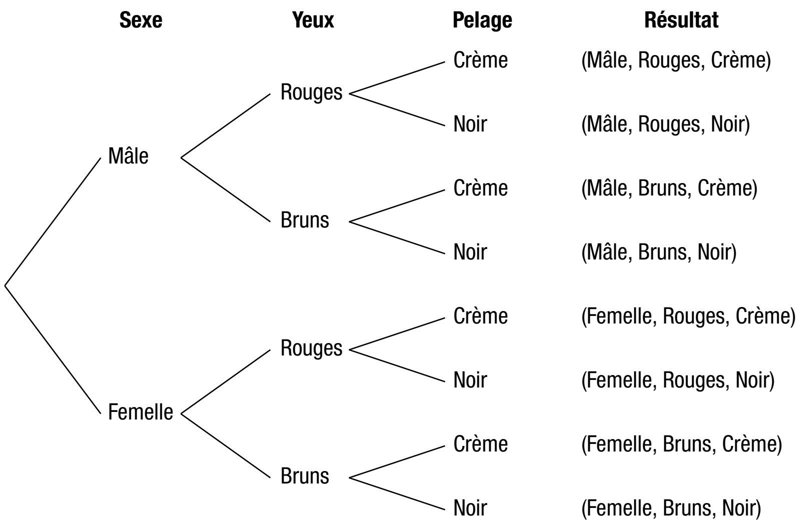
d) {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49}

3. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



b) 24 trajets différents.

4. a)

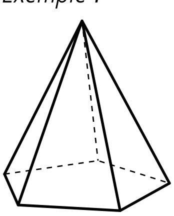


b) 8 lapereaux d'apparence différente.

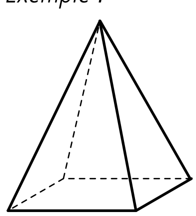
c) $\frac{1}{4}$

Mise à jour (*suite*) **Page 401**

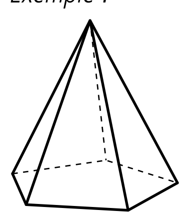
5. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



6. a) 1) 5 sommets. **2)** 8 arêtes.

b) 1) 10 sommets. **2)** 15 arêtes.

c) 1) 8 sommets. **2)** 12 arêtes.

7. a) 17 poutres. **b)** 175 m

c) 1) En 6 endroits. **2)** En 4 endroits.

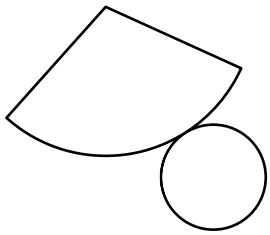
8. a) 3 caractéristiques.

b) 18 planches différentes.

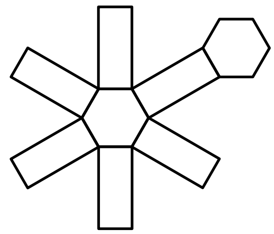
c) 1) 6 planches différentes. **2)** 9 planches différentes. **3)** 3 planches différentes.

Mise à jour (*suite*)

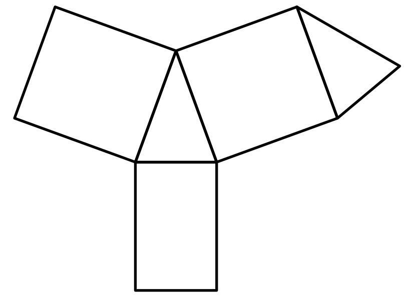
9. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



10. a) 1) 4 sommets. **2)** 2 diagonales.
3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$.
4) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'angle ABC et l'angle BCD.

b) 1) 3 sommets. **2)** Aucune diagonale.
3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $\overline{EF}$ et $\overline{FG}$.
4) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'angle EFG et l'angle FGE.

c) 1) 4 sommets. **2)** 2 diagonales.
3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $\overline{IJ}$ et $\overline{JK}$.
4) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'angle IJK et l'angle JKH.

d) 1) 6 sommets. **2)** 9 diagonales.
3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $\overline{MN}$ et $\overline{NO}$.
4) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'angle MNO et l'angle NOP.

11. 3000 codes différents.

12. 5 routes.

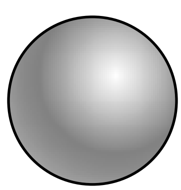
13. De 192 façons différentes.

Mise à jour (*suite*)

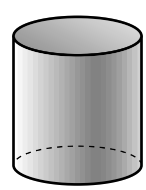
14. a) 12 animaux différents.

b) 1) 6 photos. **2)** 2 photos. **3)** 2 photos.

15. a)



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



16. a)

1er cours	2e cours	3e cours	Résultat
Karaté	Plongeon	Hip-hop	(Karaté, Plongeon, Hip-hop)
		Cyclisme	(Karaté, Plongeon, Cyclisme)
	Hip-hop	Cyclisme	(Karaté, Hip-hop, Cyclisme)
Plongeon	Hip-hop	Cyclisme	(Plongeon, Hip-hop, Cyclisme)

b) Parmi 4 possibilités différentes.

17. a) 12 publications différentes.

b) Il est possible de représenter la situation comme ci-dessous.

Couverture	Couleur	Papier	Coût total
Cartonnée	2 couleurs	Mat	19 $
		Glacé	25 $
	3 couleurs	Mat	22 $
		Glacé	28 $
	5 couleurs	Mat	24 $
		Glacé	30 $
Plastifiée	2 couleurs	Mat	23 $
		Glacé	29 $
	3 couleurs	Mat	26 $
		Glacé	32 $
	5 couleurs	Mat	28 $
		Glacé	34 $

Une bande dessinée dont la couverture est cartonnée, l'impression est en 3 couleurs et le papier est glacé coûte le même prix qu'une bande dessinée dont la couverture est plastifiée, l'impression est en 5 couleurs et le papier est mat, soit 28 $.

SECTION 7.1 Les caractéristiques d'un graphe

Problème

Page 404

Pour Antoine :
Montmorency – Jean-Talon – Snowdon.

Pour Cloé :
1er trajet : Honoré-Beaugrand – Berri-UQAM – Jean-Talon – Snowdon.
2e trajet : Honoré-Beaugrand – Berri-UQAM (ligne verte) – Lionel-Groulx – Snowdon.
3e trajet : Honoré-Beaugrand – Berri-UQAM (ligne orange) – Lionel-Groulx – Snowdon.

Pour Dominic :
1er trajet : Longueuil – Université-de-Sherbrooke – Berri-UQAM (ligne verte) – Lionel-Groulx – Snowdon.
2e trajet : Longueuil – Université-de-Sherbrooke – Berri-UQAM (ligne orange) – Lionel-Groulx – Snowdon.
3e trajet : Longueuil – Université-de-Sherbrooke – Berri-UQAM – Jean-Talon – Snowdon.

Pour Julie :
Côte-Vertu – Snowdon.

Pour Véronique :
1er trajet : Angrignon – Lionel-Groulx (ligne verte) – Berri-UQAM (ligne orange) – Lionel-Groulx – Snowdon.
2er trajet : Angrignon – Lionel-Groulx (ligne verte) – Berri-UQAM – Jean-Talon – Snowdon.
3e trajet : Angrignon – Lionel-Groulx (ligne orange) – Berri-UQAM – Jean-Talon – Snowdon.
4e trajet : Angrignon – Lionel-Groulx (ligne orange) – Berri-UQAM (ligne verte) – Lionel-Groulx – Snowdon.

Activité 1

Page 405

a. 1) À des îles. **2)** À des trajets possibles en bateau.

b. 1) Sur les îles B, C et D. **2)** Sur les îles A et E. **3)** Sur l'île D.

c. Oui. Toutes les îles sont reliées entre elles directement ou indirectement. Par exemple, il est possible d'atteindre l'île E à partir de l'île C en suivant le trajet C-A-D-E.

d. 6 trajets.

Mise au point 7.1

Page 408

1. a) 1) 5 **2)** 6 arêtes. **3)**

Sommet	1	2	3	4	5
Degré	**2**	**2**	**3**	**2**	**3**

b) 1) 6 **2)** 4 arêtes. **3)**

Sommet	F	G	H	I	J	K
Degré	**3**	**1**	**1**	**1**	**2**	**0**

2. a) Il y a 5 sommets, donc l'ordre du graphe est 5.

b) 3 extrémités d'arêtes touchent à ce sommet, son degré est 3.

c) Les sommets 5 et 2 ne sont pas reliés par une même arête. Le sommet 5 est adjacent aux sommets 1, 3 et 4 seulement.

d) Il manque les arêtes 1-3, 1-4, 2-5 et 2-3 pour que le graphe soit complet.

3. a) 1-2, 1-5, 3-5, 3-4, 4-5 **b)** A-B, B-B, A-C, D-E **c)** a(1)-b, a(2)-b, a-c, b-d

4. a) Graphe connexe.
b) Non. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On peut y ajouter l'arête A-F.
c) Graphe connexe.
d) Non. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On peut y ajouter l'arête A-F.
e) Graphe connexe.
f) Non. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On peut y ajouter l'arête A-C.

Mise au point 7.1 (*suite*)

Page 409

5. A, C, E, F

6. a) Non. Il faut y ajouter les arêtes B-D, B-C et C-D.
b) Graphe complet.
c) Graphe complet.
d) Non. Il faut y ajouter les arêtes A-C et B-D.

7. a)
- Chaque aéroport offre des vols qui décollent et atterrissent à celui-ci.
- L'aéroport A offre des vols vers les aéroports B, C et D.
- L'aéroport B offre des vols vers les aéroports A, C et D.
- L'aéroport C offre des vols vers les aéroports A, B et D.
- L'aéroport D offre des vols vers les aéroports A, B et C.

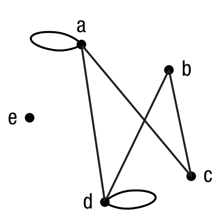
b) L'aéroport E offre des vols qui décollent et atterrissent à celui-ci seulement.

c) L'aéroport E doit offrir un vol vers au moins un des autres aéroports.

Mise au point 7.1 (*suite*)

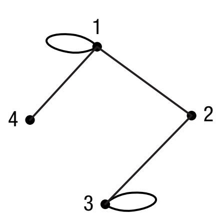
Page 410

8. a) 1)



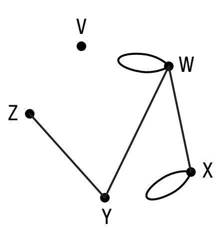
2) 5 **3)** a : 4
b : 2
c : 2
d : 4
e : 0

b) 1)



2) 4 **3)** 1 : 4
2 : 2
3 : 3
4 : 1

c) 1)



2) 5 **3)** V : 0
W : 4
X : 3
Y : 2
Z : 1

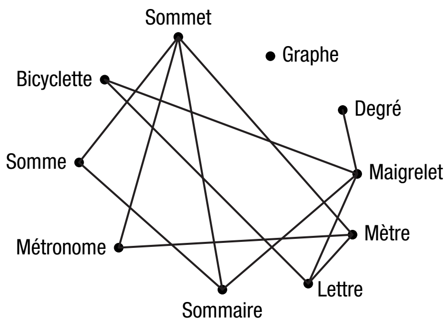
9. a) Guy.

b) Louise, Hélène et Johanne.

c) 1) 6 nouvelles amitiés. **2)** Un graphe complet.

10. Il s'agit du même trajet.

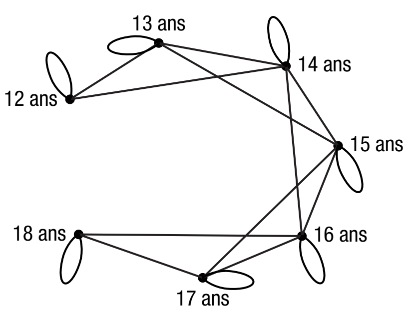
11.



Mise au point 7.1 (*suite*) **Page 411**

12. a) 2 modèles. **b)** Les modèles A, E et C. Les modèles B et F. **c)** Le modèle D.

13. a)

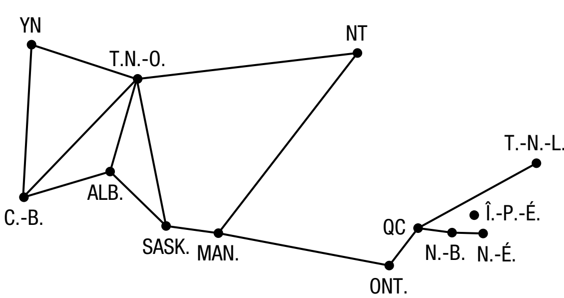


b) Les catégories d'âge 14, 15 et 16 ans.

c) 12 ou 18 ans.

d) 16, 17 ou 18 ans.

14. a)



b) Territoires-du-Nord-Ouest.

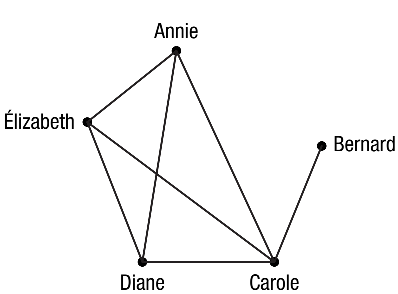
c) Nouvelle-Écosse et Terre-Neuve-et-Labrador.

d) Île-du-Prince-Édouard.

Mise au point 7.1 (*suite*) **Page 412**

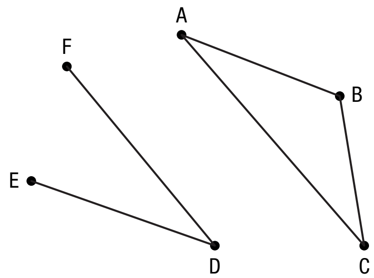
15. L'Asie.

16. a)



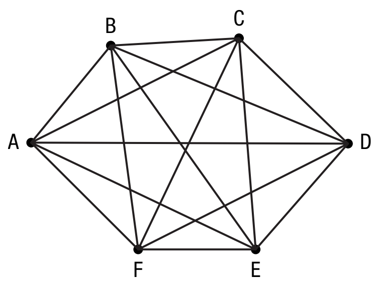
b) Bernard. **c)** 3 relations de travail.

17. a)



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On peut y ajouter le lien réseau C-D, car il manque un lien entre le groupe « A-B-C » et le groupe « D-E-F ».

c) 1)

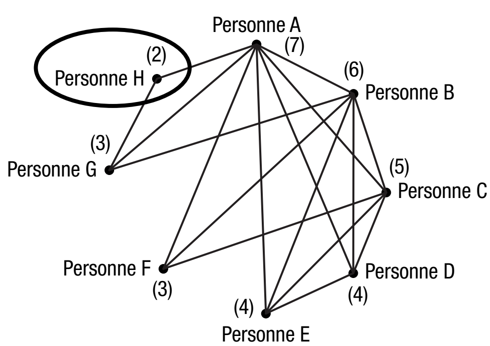


2) À 5 ordinateurs.

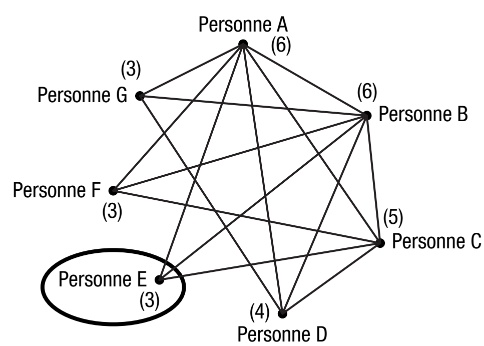
Mise au point 7.1 (*suite*)

Page 413

18. a) *Plusieurs réponses possibles.* Les nombres mis entre parenthèses indiquent le degré (le nombre de personnes avec qui l'on peut avoir dansé) de chaque sommet. La personne H s'est trompée.



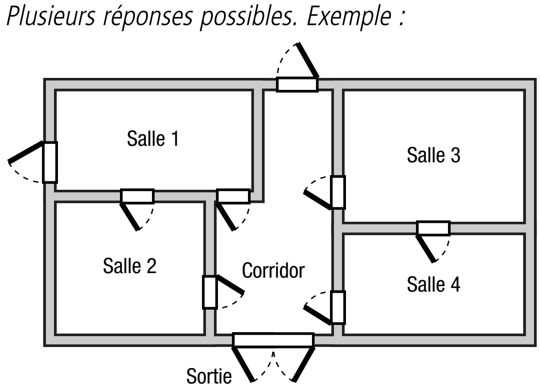
b) *Plusieurs réponses possibles.* Les nombres mis entre parenthèses indiquent le degré (le nombre de personnes avec qui l'on peut avoir skié) de chaque sommet. La personne E s'est trompée.



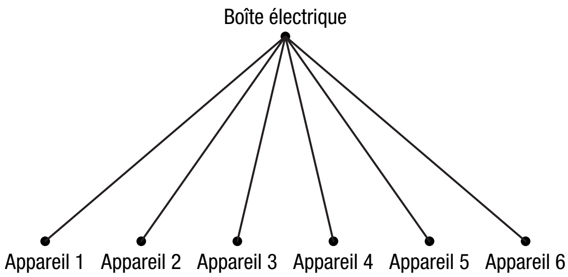
19. a) 5 accès.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On doit ajouter au graphe l'arête Corridor-Salle 4.

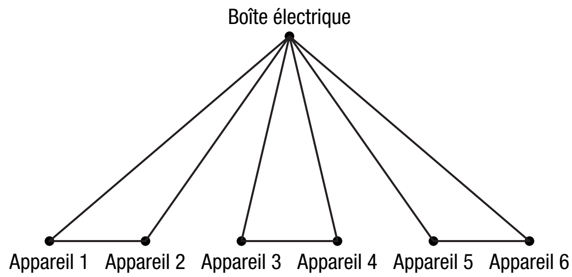
c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



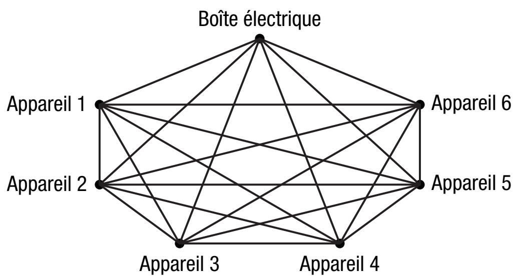
20. a)



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



c)



SECTION 7.2 Les chaînes et les cycles

Problème

Page 414

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

Voici trois trajets qui permettent au signal de vérifier l'efficacité de ce système satellite :

- le signal emprunte les voies de communication F-E-D-G-F-A-D-C-A-B-C ;
- le signal emprunte les voies de communication C-A-B-C-D-A-F-E-D-G-F ;
- le signal emprunte les voies de communication C-D-A-C-B-A-F-G-D-E-F.

Activité 1

Page 415

a. 1) 3 sentiers. **2)** 3 sentiers. **3)** 2 sentiers.

b. Camp de base C, sentier d, camp avancé E, sentier i, sommet G;
camp de base C, sentier d, camp avancé E, sentier h, camp avancé F, sentier j, sommet G;
camp de base C, sentier c, camp avancé D, sentier g, camp avancé E, sentier i, sommet G;
camp de base C, sentier c, camp avancé D, sentier g, camp avancé E, sentier h, camp avancé F, sentier j, sommet G;
camp de base C, sentier c, camp avancé D, sentier e, camp avancé F, sentier j, sommet G;
camp de base C, sentier c, camp avancé D, sentier f, camp avancé F, sentier j, sommet G.

c. Non. Lorsque l'équipe de ravitaillement sera rendue au camp de base A (ou B), elle devra retourner sur ses pas et repasser une deuxième fois au camp avancé D, afin de se rendre au camp de base B (ou A).

d. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Oui. L'alpiniste peut emprunter l'itinéraire suivant : camp de base A, sentier a, camp avancé D, sentier e, camp avancé F, sentier j, sommet G, sentier i, camp avancé E, sentier d, camp de base C, sentier c, camp avancé D, sentier f, camp avancé F, sentier h, camp avancé E, sentier g, camp avancé D, sentier b, camp de base B.

Activité 2

Page 416

a. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

1) East-Angus, route e, Stoke, route d, Saint-Camille, route c, Asbestos, route c, Saint-Camille, route d, Stoke, route e, East-Angus.

2) East-Angus, route e, Stoke, route d, Saint-Camille, route c, Asbestos, route b, Windsor, route g, Sherbrooke, route f, East-Angus.

b. Non. Lorsque le camion sera à Melbourne, il devra retourner à Sherbrooke pour une deuxième fois.

c. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Oui. Le camion pourrait emprunter l'itinéraire suivant : East-Angus, route e, Stoke, route d, Saint-Camille, route c, Asbestos, route b, Windsor, route h, Melbourne, route a, Sherbrooke, route f, East-Angus.

d. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Le camion pourrait emprunter l'itinéraire suivant : East-Angus, route e, Stoke, route d, Saint-Camille, route c, Asbestos, route b, Windsor, route h, Melbourne, route a, Sherbrooke, route g, Windsor, route i, Stoke, route j, Sherbrooke, route f, East-Angus.

Mise au point 7.2

Page 419

1. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* M-N-S-M
b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* R-S-P-T-Q.
c) 3
d) 5

2. a) 1) Une chaîne eulérienne.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 1-2-3-6-2-5-4
b) 1) Une chaîne eulérienne.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 2-3-1-2-5-4-1-5
c) 1) Ni l'un ni l'autre.
d) 1) Ni l'un ni l'autre.
e) 1) Une chaîne eulérienne et un cycle eulérien.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Une chaîne eulérienne : 1-2-6-3-5-4-3-2-5-6-1.
Plusieurs réponses possibles. Exemple : Un cycle eulérien : 1-2-3-4-5-6-2-5-3-6-1.
f) 1) Ni l'un ni l'autre.

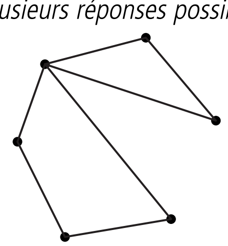
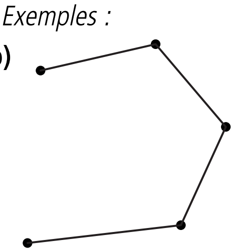
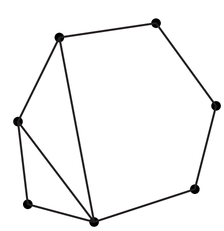
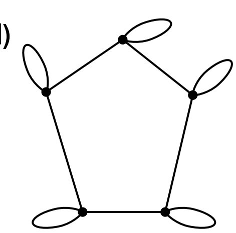
3. B, C, E. Explications : *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
B Une chaîne peut commencer et se terminer à deux sommets différents, mais pas un cycle.
C La distance est le nombre minimal d'arêtes pour relier ces deux sommets, mais une chaîne n'est pas nécessairement de longueur minimale.
E Une chaîne pourrait avoir emprunté tous les sommets d'un graphe sans avoir passé par toutes les arêtes de ce graphe.

Mise au point 7.2 (*suite*)

Page 420

4. a) 1) Ni l'un ni l'autre.
b) 1) Une chaîne hamiltonienne. **2)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-C-D-B-E-F
c) 1) Ni l'un ni l'autre.
d) 1) Une chaîne hamiltonienne et un cycle hamiltonien.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Une chaîne hamiltonienne : A-B-D-E-F-C.
Plusieurs réponses possibles. Exemple : Un cycle hamiltonien : A-B-D-E-F-C-A.
e) 1) Ni l'un ni l'autre.
f) 1) Une chaîne hamiltonienne.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Une chaîne hamiltonienne : E-D-C-F-B-A.

5. *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

a)

b)

c)

d)


6. a) Ce graphe n'admet pas de chaîne eulérienne.
b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* N-L-M-P-N-K-P
c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* D-E(1)-B-A-E(2)-B-C-E

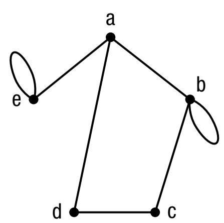
Mise au point 7.2 (*suite*)

7. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-C-E-F-B-D-A

b) Ce graphe n'admet pas de cycle eulérien.

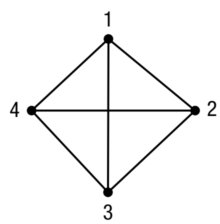
c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* E-A-C-E-F-A-B-C-D-E

8. a) 1)



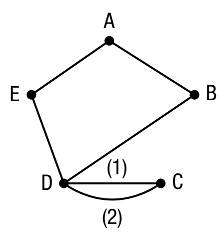
2) Chaîne eulérienne : *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* e-e-a-d-e-c-b-b-a

b) 1)



2) Ce graphe n'admet pas de chaîne eulérienne ou de cycle eulérien.

c) 1)



2) Cycle eulérien : *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* C(1)-D-B-A-E-D(2)-C

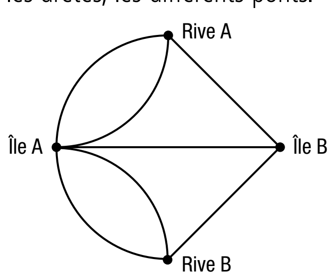
9. a) 2 **b)** 1 **c)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B-C-D-E

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le cycle C-B-G-J-H-F-A-E-D-C. **e)** 5

10. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* La chaîne de transmission est C-F-G-E-C-A-B-D-E-B.

Mise au point 7.2 (*suite*)

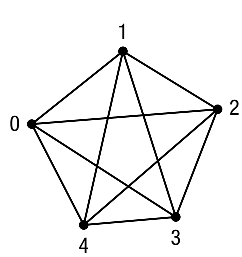
11. a) Les sommets représentent la terre ferme et les arêtes, les différents ponts.



b) Non, puisqu'il n'y a pas exactement deux sommets de degré impair (chaîne eulérienne) ou que le degré de chaque sommet n'est pas pair (cycle eulérien).

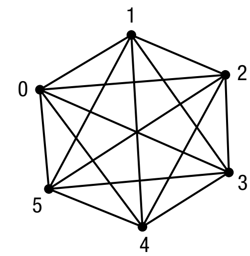
12. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Pharaons – Grands explorateurs – Babyloniens – Mayas – Moyen Âge – Préhistoire – Renaissance – Pharaons.

13. a)



b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On dispose les dominos de façon à former la suite suivante entre eux : 3-2-1-0-4-3-0-2-4-1-3.

c) Non. Le graphe ci-contre représente l'ensemble des dominos. Les sommets sont tous de degré impair, on ne peut donc pas déterminer une chaîne eulérienne ou un cycle eulérien.



Mise au point 7.2 (*suite*)

Page 423

14. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'itinéraire F-B-D-C-E-A-F.

15. a) Un cul de sac ou une rue ayant la forme d'un fer à cheval.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'itinéraire a-b-c(1)-d-e-e-f-d(2)-c-f.

c) 18 000 $

d) À n'importe quelle intersection, puisque le degré de chaque sommet est pair et qu'il est possible de déterminer un cycle eulérien.

16. a) 2 pistes cyclables.

b) Oui. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le cycle simple 9-10-4-6-7-8-9.

Mise au point 7.2 (*suite*)

Page 424

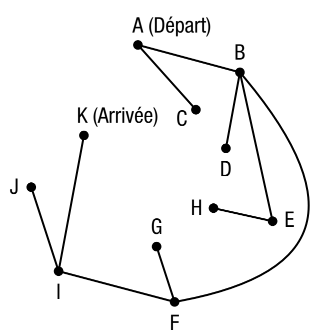
17. a) Non. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Dans le graphe ①, le sommet E relie les sommets C et F, tandis que dans le graphe ②, le sommet E relie les sommets A et C.

b) Non. Le graphe ② ne contient pas de cycle eulérien puisque ce n'est pas un graphe connexe.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le cycle A-C-E-F-B-D-A.

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'arête A-B.

18. a)



b) A-B-F-I-K

19. a) 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Château Frontenac – Citadelle de Québec – Plaines d'Abraham – Parlement du Québec – Carré d'Youville – Vieux-Port – Petit Séminaire de Québec – Musée de la civilisation.

2) 7 déplacements.

b) Faire le même trajet, mais dans le sens inverse.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Plaines d'Abraham – Parlement du Québec – Carré d'Youville – Vieux-Port – Petit Séminaire de Québec – Musée de la civilisation – Château Frontenac – Citadelle de Québec – Plaines d'Abraham.

SECTION 7.3 Les graphes valués et les graphes orientés

Problème

Page 425

Cette entreprise devrait retenir le modèle en V. Si les étapes qui comportent des tests fonctionnent, les coûts de recherche et développement sont identiques pour les deux modèles. Toutefois, si les étapes qui comportent des tests ne fonctionnent pas, le modèle en cascade recommence les étapes de l'analyse de la demande et du cahier des charges, ce qui engendre des coûts supplémentaires minimaux de 3000 $ par rapport au modèle en V, lequel recommence à l'étape de la recherche seulement.

Activité 1

Page 426

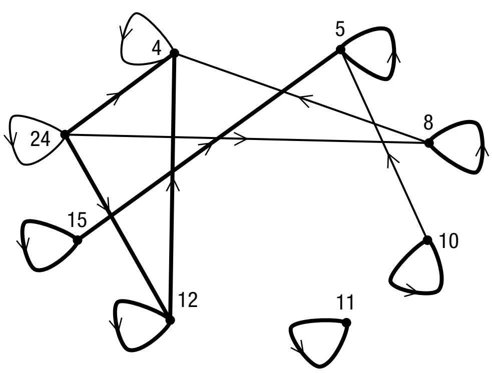
a. Le nombre… est un multiple de…

b. Oui. Par exemple, le nombre 12 est un multiple de 4, mais le nombre 4 n'est pas un multiple de 12.

c. Parce que chaque nombre est un multiple de lui-même.

d. 1re façon : Une flèche commence à 12 et se termine à 3.
2e façon : Une première flèche commence à 12 et se termine à 6. Une deuxième flèche commence à 6 et se termine à 3.
On a donc : le nombre 12 est un multiple de 6 qui, lui, est un multiple de 3. Alors, le nombre 12 est un multiple de 3.

e.



Activité 2

Page 427

a. **1)** 155 km **2)** 277 km

b. **1)** 1er trajet : Saint-Jean-Port-Joli – Saint-Pamphile – Lac-Etchemin – Saint-Georges.
2e trajet : Saint-Jean-Port-Joli – Montmagny – Lac-Etchemin – Saint-Georges.
3e trajet : Saint-Jean-Port-Joli – Montmagny – Sainte-Marie – Saint-Georges.

2) 1er trajet : 271 km 2e trajet : 247 km 3e trajet : 240 km

3) Le 3e trajet.

c. **1)** 1er trajet : Saint-Pamphile – Saint-Jean-Port-Joli – Montmagny – Lévis – Laurier-Station.
2e trajet : Saint-Pamphile – Saint-Jean-Port-Joli – Montmagny – Sainte-Marie – Laurier-Station.
3e trajet : Saint-Pamphile – Lac-Etchemin – Sainte-Marie – Laurier-Station.
4e trajet : Saint-Pamphile – Lac-Etchemin – Montmagny – Sainte-Marie – Laurier-Station.
5e trajet : Saint-Pamphile – Lac-Etchemin – Saint-Georges – Sainte-Marie – Laurier-Station.
6e trajet : Saint-Pamphile – Lac-Etchemin – Sainte-Marie – Lévis – Laurier-Station.
7e trajet : Saint-Pamphile – Lac-Etchemin – Montmagny – Lévis – Laurier-Station.

2) Le 1er trajet, pour un total de 313 km.

Mise au point 7.3

Page 429

1. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* B-C-A-D-E **b)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B-C-A

c) Non. L'arc qui relie le sommet A au sommet E n'est pas orienté du sommet A vers le sommet E, mais du sommet E vers le sommet A.

d) **1)** 5 **2)** 3 **e)** **1)** 2 **2)** 2

2. a)

	Graphe ①	Graphe ②	Graphe ③
Somme des degrés des sommets	**14**	**22**	**24**
Nombre d'arêtes	**7**	**11**	**12**

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* La somme des degrés des sommets d'un graphe est égale à deux fois le nombre d'arêtes de ce graphe.

3. a) **1)** 13 **2)** 13 **3)** 20

b) **1)** E-A-B, E-A-D-C-A-B, E-D-C-A-B **2)** E-D-C-A-B

Mise au point 7.3 (*suite*)

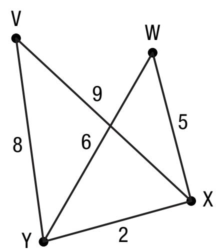
Page 430

4. a) 10 **b)** 26 **c)** 7

d) **1)** C-D-E-F-C, C-F-A-B-C **2)** C-D-E-F-C

5. a) 13 **b)** 15 **c)** 2 **d)** 1

6.



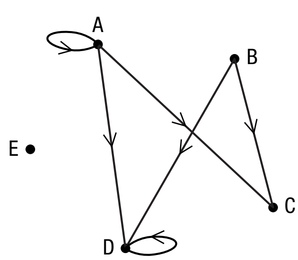
7. Non. La longueur de la chaîne A-B-C-D est de 3, tandis que la valeur de la chaîne A-B-C-D est 5 + 9 + 1 = 15.

Mise au point 7.3 (*suite*)

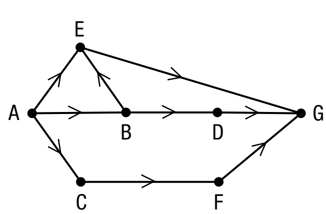
Page 431

8. Retrancher les arêtes A-B et D-E.

9.



10. a)



b) La tâche G. **c)** 2

11. a) Ajouter 1 arête. **b)** Ajouter 2 arêtes. **c)** Ajouter 1 arête.

d) Retrancher 1 arête et ajouter 1 arête. **e)** Retrancher 3 arêtes. **f)** Retrancher 2 arêtes et ajouter 1 arête.

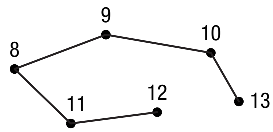
Mise au point 7.3 (*suite*)

Page 432

12. a) Les Formidables. **b)** Les Incroyables.

13. a) 30 min **b)** 12 min **c)** 29 min

14. a)



b) Un arbre.

Mise au point 7.3 (*suite*)

Page 433

15. a) Xavier.

b) Si Carlos est absent au moment de l'appel, Raphaël, Béatrice et Joëlle ne seront pas joints par téléphone.

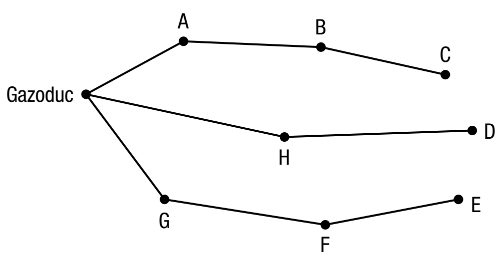
c) Joëlle et Gabrielle doivent rappeler Xavier.

16. 5 chemins.

Mise au point 7.3 (*suite*)

Page 434

17. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



18. a) La transformation de l'eau sous toutes ces formes s'effectue selon cet ordre.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'eau s'évapore, se condense, tombe en précipitations, ruisselle et s'évapore de nouveau ou, encore, l'eau s'évapore, se condense, tombe en précipitations, ruisselle, s'infiltre et s'évapore de nouveau. De plus, l'eau peut se retrouver sous forme de transpiration après le ruissellement et l'infiltration et, par la suite, se condenser de nouveau. Le cycle recommence sans cesse.

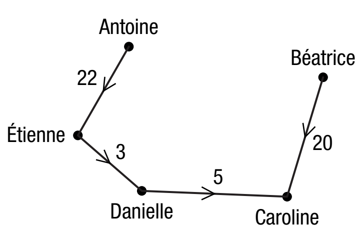
c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Transpiration – Condensation – Précipitations – Ruissellement – Transpiration.

d) 1) 4 **2)** 5

Mise au point 7.3 (*suite*)

Page 435

19. a)



b) Caroline.

c) 1) 30 ans. **2)** 10 ans.

d) Antoine a 43 ans, Béatrice a 33 ans, Caroline a 13 ans, Danielle a 18 ans et Étienne a 21 ans.

20. a) 9 jours.

b) 1) Il y a un seul itinéraire possible : Martinique – Grenade – Barbade – Sainte-Lucie – Antigua – Guadeloupe

2) 16 jours.

c) Antigua.

d) 1) Sainte-Lucie – Antigua – Guadeloupe
Sainte-Lucie – Grenade – Barbade – Guadeloupe
Sainte-Lucie – Martinique – Grenade – Barbade – Guadeloupe

2) 7 jours.

Mise au point 7.3 (*suite*)

Page 436

21. a) 1) Maison de Louis – H – G – Maison de Louis **2)** 5 km

b) 29 km

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le parcours Maison de Louis – H – E – D – C – B – A – Maison de Louis donne 34 km. Le parcours Maison de Louis – A – B – H – E – F – G – H – Maison de Louis donne 30 km.

22. a) 1) 3 vols différents. **2)** 9 h

b) 7 h 30 le lendemain. **c)** 9 h

SECTION 7.4 L'optimisation à l'aide de graphes

Problème

Page 437

Plusieurs réponses possibles. Exemple : Le devis compte un total de 22 jours de travail. Pendant la livraison des pièces neuves, le garagiste peut réparer les pièces réutilisables du véhicule. Pendant que les pièces peintes sèchent, le garagiste peut réparer la mécanique du véhicule. En agissant ainsi, le garagiste vient de diminuer de 6 jours le nombre total de jours du devis. De cette façon, le véhicule peut être réparé en 16 jours.

Activité 1

Page 438

a. 1) 1er cycle : Saint-Ambroise – Saint-Honoré – Saguenay – Hébertville – Alma – Bégin – Saint-Ambroise
2^{e} cycle : Saint-Ambroise – Saint-Honoré – Bégin – Alma – Hébertville – Saguenay – Saint-Ambroise
3^{e} cycle : Saint-Ambroise – Hébertville – Alma – Bégin – Saint-Honoré – Saguenay – Saint-Ambroise
4^{e} cycle : Saint-Ambroise – Hébertville – Saguenay – Saint-Honoré – Bégin – Alma – Saint-Ambroise
5^{e} cycle : Saint-Ambroise – Bégin – Saint-Honoré – Saguenay – Hébertville – Alma – Saint-Ambroise

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Saint-Ambroise – Bégin – Saint-Honoré – Saguenay – Hébertville – Alma – Saint-Ambroise (191 km).

b. Un premier camion part de Saint-Ambroise et livre sa marchandise à Bégin. Un deuxième camion part de Saint-Ambroise pour se rendre à Alma et ensuite à Hébertville. Un troisième camion part de Saint-Ambroise et livre sa marchandise à Saguenay puis à Saint-Honoré. La distance totale parcourue est de 119 km.

c. 2 routes au minimum.

d. 1) Saint-Honoré – Bégin – Alma – Hébertville (101 km)
Saint-Honoré – Bégin – Saint-Ambroise – Hébertville (117 km)
Saint-Honoré – Saint-Ambroise – Alma – Hébertville (84 km)
Saint-Honoré – Saint-Ambroise – Hébertville (95 km)
Saint-Honoré – Saint-Ambroise – Saguenay – Hébertville (121 km)
Saint-Honoré – Saguenay – Saint-Ambroise – Hébertville (115 km)
Saint-Honoré – Saguenay – Hébertville (85 km)

2) i) Saint-Honoré – Saint-Ambroise – Alma – Hébertville
ii) Saint-Honoré – Saint-Ambroise – Saguenay – Hébertville

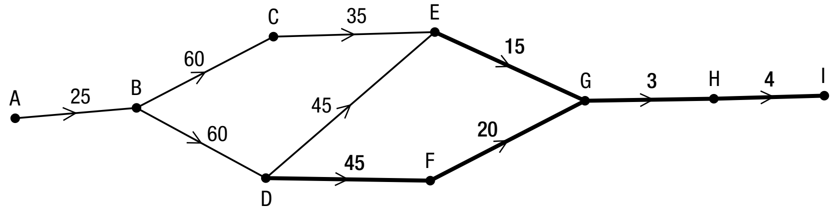
3) 3 routes différentes.

4) Non. Il est possible d'emprunter 2 routes dont la distance à parcourir est plus grande : Saint-Honoré – Saint-Ambroise – Hébertville, pour 95 km.

Activité 2

Page 439

a. 1)



2) Parce que certaines étapes sont préalables à d'autres étapes.
3) Le temps de réalisation (en jours) de l'étape qui commence l'arc.

b. Les étapes C et D peuvent se réaliser à la fois séparément et en même temps.

c. 1) A-B-C-E-G-H-I   A-B-D-F-G-H-I   A-B-D-E-G-H-I
2) A-B-D-F-G-H-I
3) Au nombre de jours minimal pour la construction du pont.

Activité 3

Page 440

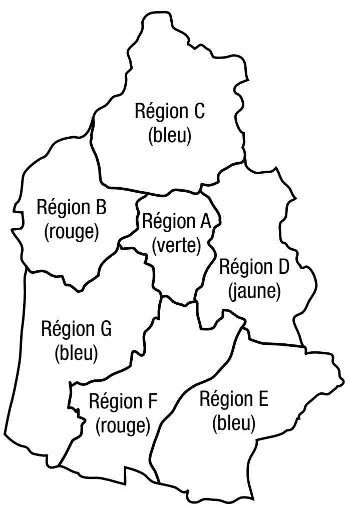
a. 1) Non. 2) Non. 3) Oui. 4) Oui. 5) Oui.
6) Non. 7) Oui. 8) Non. 9) Oui.

b. 1) Il est possible d'attribuer une couleur différente à chacun des autres sommets adjacents à ce sommet.
2) Il est possible de réutiliser les couleurs utilisées au début du coloriage.

c. 1) Elle doit être différente. 2) Elle peut être identique.

d. 4 couleurs nécessaires.

e. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



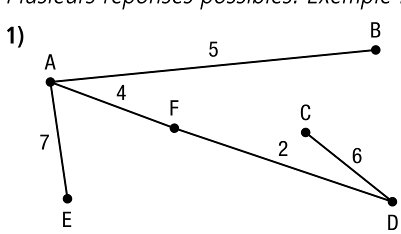
Mise au point 7.4

Page 444

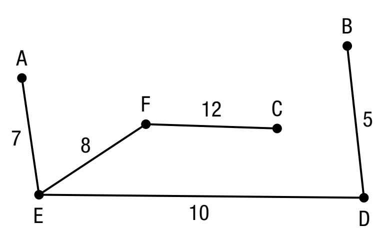
1. a) 3 **b)** 4 **c)** 3 **d)** 4 **e)** 3 **f)** 3

2. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

1)

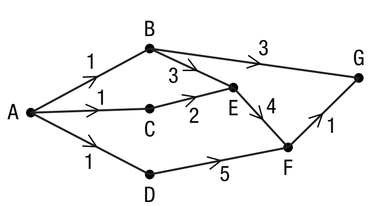


2)



b) Oui. Comme la valeur de l'arête A-B est identique à celle de l'arête B-D, il est possible de choisir l'une ou l'autre de ces arêtes.

3. a)



b) A-B-E-F-G　　**c)** 9 jours.

4. a) 12　　**b)** 11　　**c)** 10

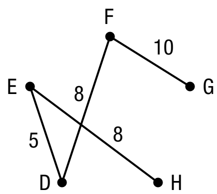
Mise au point 7.4 (*suite*) **Page 445**

5. a) 1) A-C-F-H-I-J ou A-C-E-G-I-J.　　**2)** 48

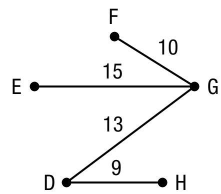
b) 1) A-D-C-E-G-I　　**2)** 45

6. Non, car on établit une chaîne lorsqu'on passe, avec ou sans répétition, d'un sommet à un autre en suivant des arêtes. Cette chaîne pourrait donc être infinie.

7. a)



b)



8. a) 6　　**b)** 4　　**c)** 5　　**d)** 9

Mise au point 7.4 (*suite*) **Page 446**

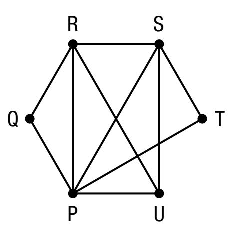
9. a) 1) E-F-A-B-C-D　　**2)** 32

b) 1) D-E-F-C-B-A　　**2)** 44

10. a) 1) 80 $　　**2)** 35 $

b) Le camion passe par les villes E, D, B, C, A, F et G pour un coût minimal de 115 $.

11. a)

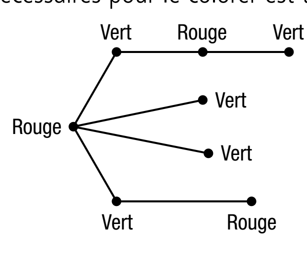


b) 4

12. a) Arbre ① : 2 et Arbre ② : 2

b) 1) Dans un arbre, le nombre de couleurs nécessaires pour le colorer est toujours égal à 2.

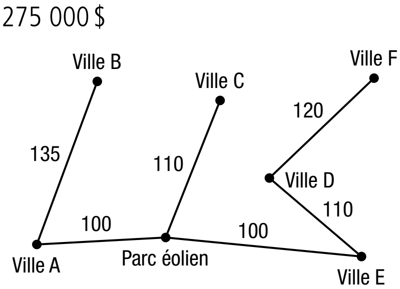
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



Mise au point 7.4 (*suite*) **Page 447**

13. a) 1 275 000 $

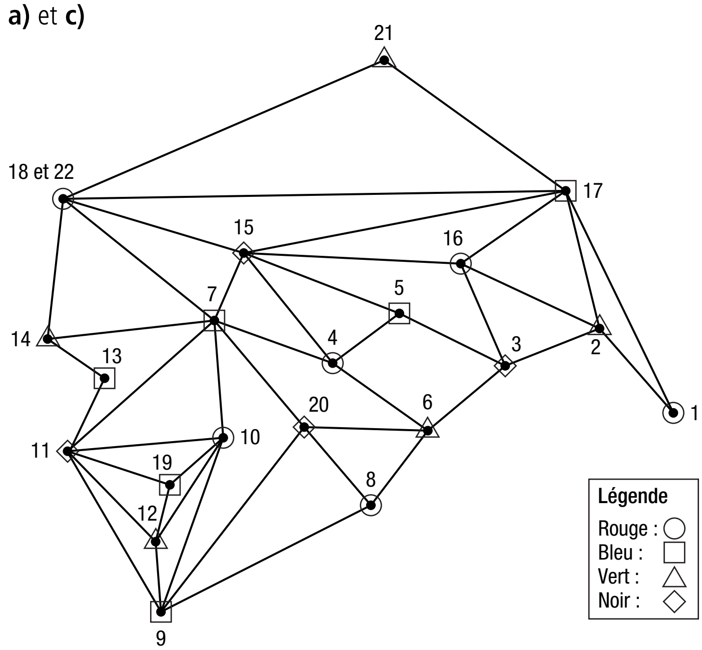
b) 1)



2) 675 000 $

c) 600 000 $

14. a) et **c)**



b) 4

Mise au point 7.4 (*suite*)

Page 448

15. a) *Plusieurs réponses possibles.* Oui. Les employées A, E et F, les employées B, G et I, et les employées C, D et H.

b) L'employée E, car elle peut travailler avec tout le monde et tout le monde peut travailler avec elle.

16. a) 1) 14 min. Le trajet passe par les intersections F, E et B.

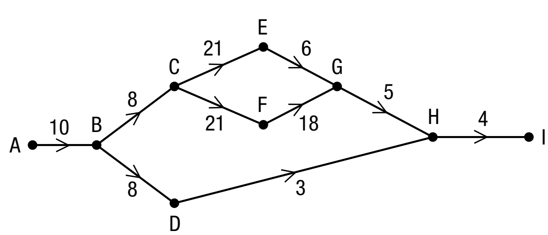
2) 15 min. Le trajet passe par les intersections A, E, F et D.

b) La chaîne qui passe par les intersections F, C, D, E, A, B et G, pour un temps de 53 min.

Mise au point 7.4 (*suite*)

Page 449

17. a)



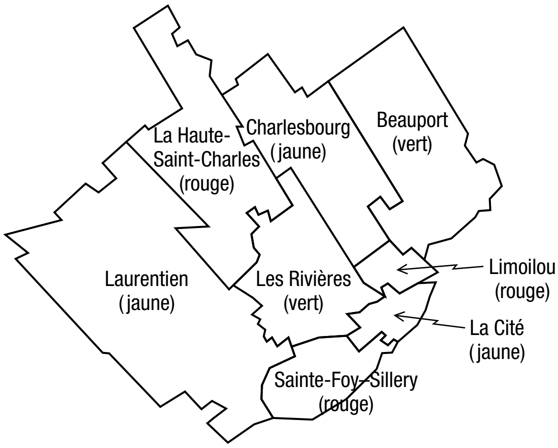
b) A-B-C-F-G-H-I

c) Non. La valeur du chemin critique est 66 jours. Cette valeur correspond au temps minimal nécessaire pour que toutes les étapes soient franchies.

d) 1) Non. Cette étape ne fait pas partie du chemin critique. Elle ne modifie pas la valeur du chemin critique.

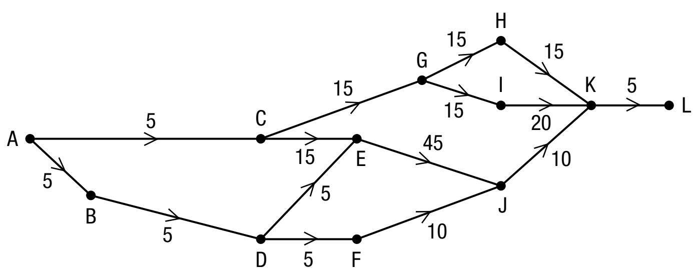
2) Oui. Cette étape fait partie du chemin critique. Elle modifie la valeur du chemin critique à la baisse.

18. 3 couleurs sont nécessaires pour colorier cette carte.



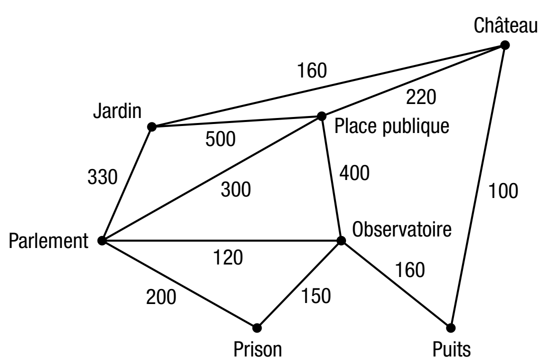
Mise au point 7.4 (*suite*) **Page 450**

19. a)



b) Non. Ils souperont à 17 h 05 puisque le chemin critique est A-C-E-J-K-L et sa valeur est 80 min.

20. Il est possible de représenter la situation par le graphe ci-dessous.



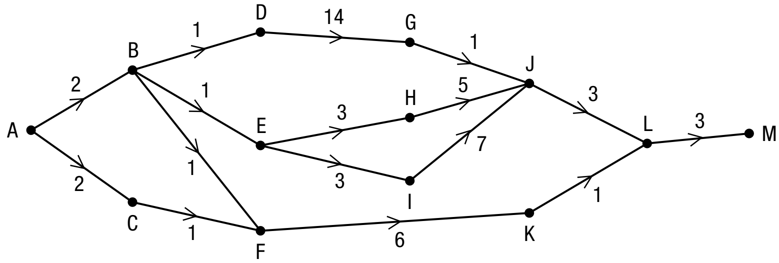
a) 1) 380 m **2)** 420 m

b) 1) L'itinéraire est Château – Puits – Observatoire – Prison – Parlement – Place publique – Jardin – Château ou le même itinéraire en sens inverse.

2) 1570 m

Mise au point 7.4 (*suite*) **Page 451**

21. a) L'assemblage nécessite 24 jours puisque le chemin critique est A-B-D-G-J-L-M. Le graphe ci-dessous est associé à cette situation.



b) Non. Le temps minimal pour assembler ce modèle réduit sera diminué de 5 jours puisque le nouveau chemin critique est A-B-E-I-J-L-M et sa valeur est 19 jours.

22. a) 1) 210 km **2)** 280 km

b) En 7,8 jours.

c) Chillicothe – Colombus – Marion – Toledo
Chillicothe – Colombus – Lima – Toledo

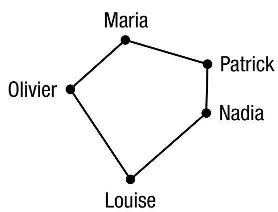
RUBRIQUES PARTICULIÈRES 7

Chronique du passé

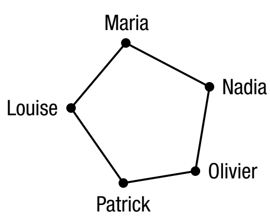
Page 453

1. a) Oui. Tous les sommets sont de même degré.

b) Oui. Voici une représentation possible :

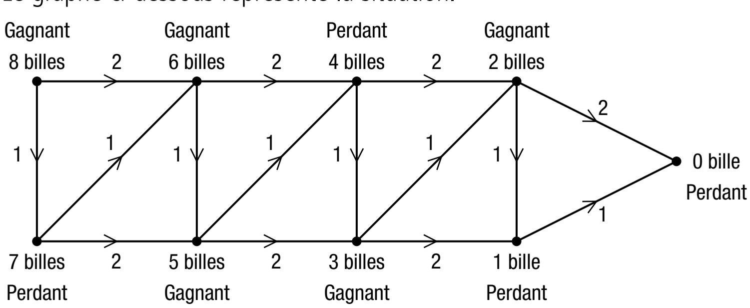


c) 1)



2) « … n'a pas de lien de parenté avec… »

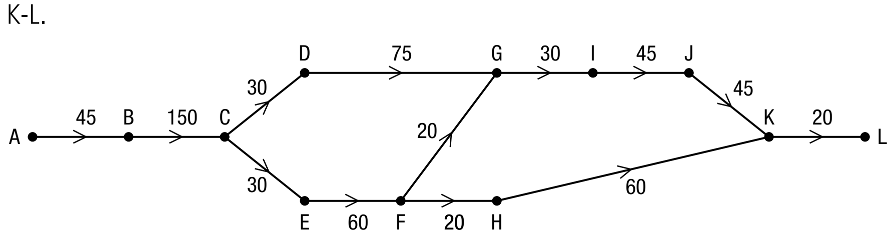
2. Oui. C'est une position gagnante. Il suffit de prendre une seule bille au départ afin de placer l'adversaire en situation perdante. Le graphe ci-dessous représente la situation.



Le monde du travail

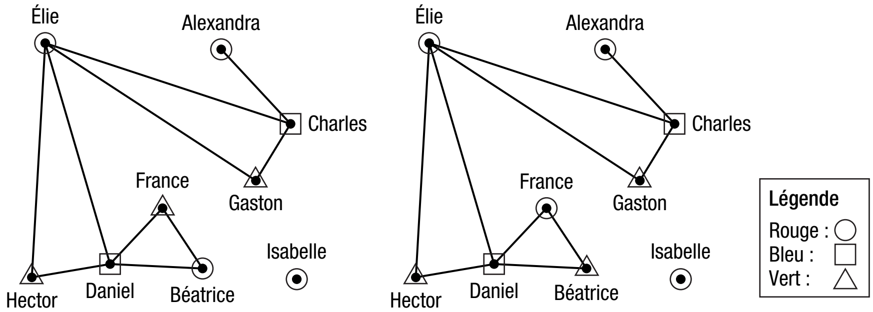
Page 455

1. Le temps minimal requis est de 445 min. Le graphe ci-dessous représente cette situation et le chemin critique A-B-C-E-F-G-I-J-K-L.

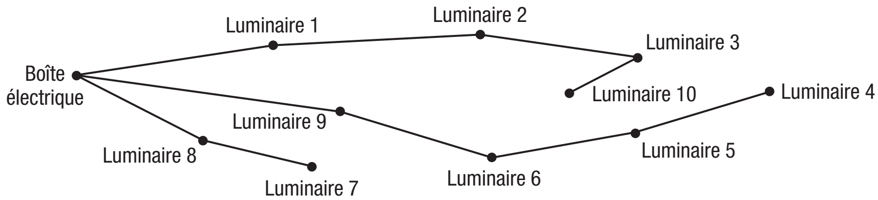


2. Les équipes possibles sont :
- Élie, Alexandra et Isabelle ;
- Élie, Béatrice et Isabelle ;
- Élie, France et Isabelle.
- Élie, Alexandra et Béatrice ;
- Élie, Alexandra et France ;

Les graphes ci-dessous représentent la situation. Les sommets de la même couleur déterminent les équipes possibles.



3. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



Vue d'ensemble

Page 456

1. a) Oui. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* e-d-e-a-b-c-a-d-c

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* e-d-c-a-b

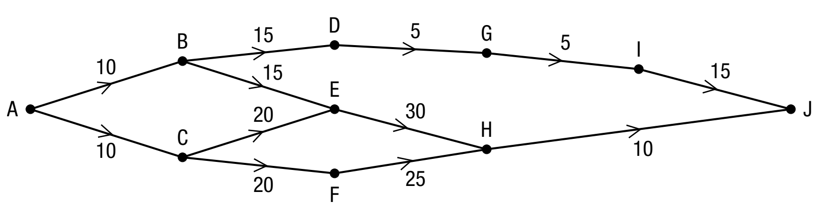
c) Non.

2. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-E-B-F-C-E-D-A

b) 35

c) La valeur du cycle eulérien est égale à la somme des valeurs des arêtes du graphe.

3. a)



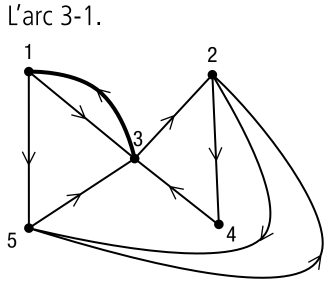
b) Le chemin critique est A-C-E-H-J.

c) Le temps minimal requis est de 70 s.

Vue d'ensemble (*suite*)

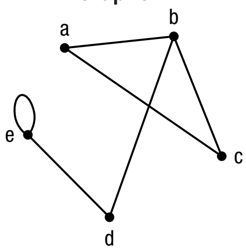
Page 457

4. a) L'arc 3-1.

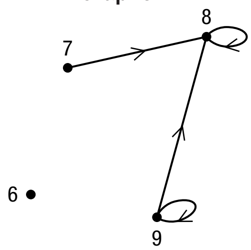


b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
1[er] chemin : 1-3-1-5-3-2-5-2-4-3.
2[e] chemin : 1-5-3-1-3-2-5-2-4-3.

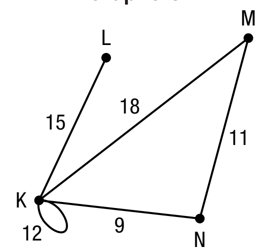
5. a) Graphe A



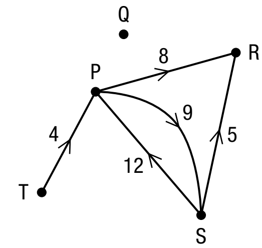
b) Graphe B



c) Graphe C



d) Graphe D



6. a)

Graphe	A	B	C	D	E
Plus haut degré de ses sommets	2	3	3	3	3
Nombre chromatique	2	2	3	4	3

b) Non. Pour le graphe D, le nombre chromatique est 4, et ce nombre n'est pas inférieur à $r + 1$, c'est-à-dire $3 + 1$.

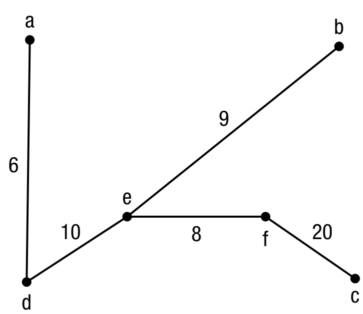
Vue d'ensemble (*suite*) **Page 458**

7. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* G-L-K-G-J-K-I-H-G-I **b)** Impossible.
c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* J-K-L-G-H-I **d)** Impossible.

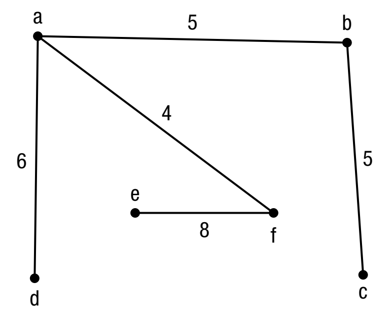
8. a) 4 **b)** 3 **c)** 2 **d)** 2 **e)** 4 **f)** 3

9. a) 1) 12 **2)** 11

b) 1)



2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



c) Les cycles c-d-e-f-a-b-c et c-d-a-f-e-b-c sont de valeur minimale 38.

10. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
a) 1-2-2-1-1 **b)** 1-1-2-2-3-3-1-3-2-1 **c)** 1-1-2-2-3-3-4-4-1-4-3-2-1

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 459**

11. a) 1) Le chemin critique est A-C-E-G-H-J-L-M-N-Q.
2) La valeur du chemin critique est 87 jours.
b) Non. Le chemin critique devient A-B-D-G-H-J-L-M-N-Q et sa valeur est 82. Le chemin critique diminue de 5 jours.

12. a) Les ports G et D.
b) C'est impossible, parce qu'on doit toujours repasser par le port A pour se diriger vers les autres ports.
c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le navire doit passer par les ports A, B, F, A, C, E et A.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 460**

13. a) Oui. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Il existe un chemin qui relie les lettres du mot « jasettes » dans le bon ordre.
b) Non. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Il manque un arc qui permettrait de passer par la lettre S et les lettres suivantes.

c) Il est possible de former un mot de trois lettres : JES.

d) JETS, JEES.

e) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* JOUES, JASES, JOUETS, JOUÉES, JETÉS, JETTES, JETS, JOUETTES

14. a) « … est une source de nourriture pour… »

b) 1) Chauve-souris, raton laveur, cardinal rouge.

2) Marmotte, lièvre, coccinelle, raton laveur, cardinal rouge.

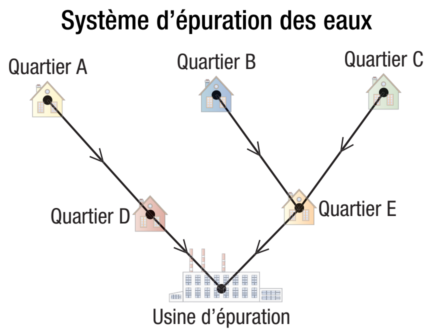
3) Aigle à tête blanche, grand duc.

c) 2

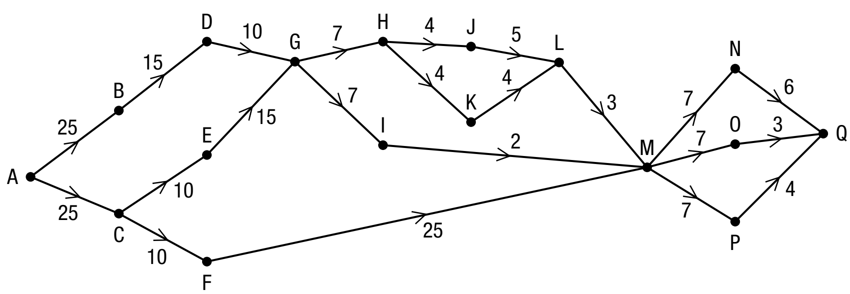
Vue d'ensemble (*suite*)

Page 461

15. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



16. a)



b) Le chemin critique est A-C-E-G-H-J-L-M-N-Q ou A-B-D-G-H-J-L-M-N-Q.

c) Le temps minimal requis est de 82 jours.

d) 1) Non. Cette étape ne fait pas partie du chemin critique et n'influe donc pas sur sa valeur.

2) Non. Le chemin critique est uniquement A-B-D-G-H-J-L-M-N-Q et le temps est de 82 jours.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 462

17. a) 2 couleurs. **b)** 3 couleurs. **c)** 3 couleurs. **d)** 3 couleurs.

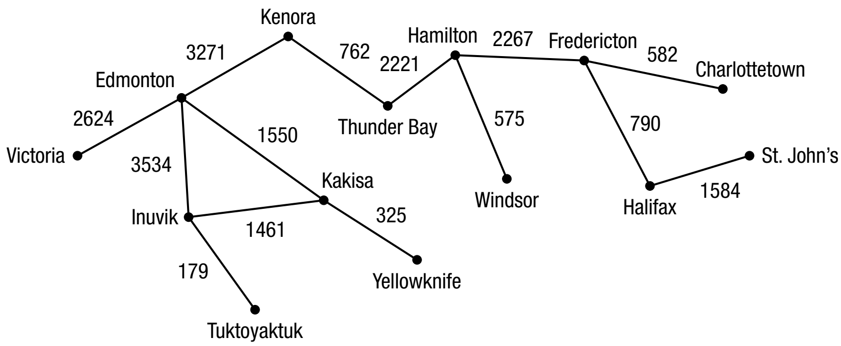
18. L'itinéraire qui permet de générer un revenu maximal est celui qui passe par les intersections D, E, F, C, B, G et A, pour un revenu de 195 $.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 463

19. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* L'avion doit suivre l'itinéraire qui passe par les lacs B, A, E, B, C, G, F, C, D, F, E et D.

20. a)



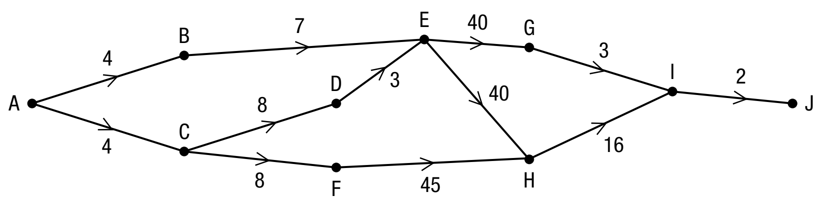
b) L'itinéraire le plus court est Thunder Bay – Kenora – Edmonton – Kakisa – Inuvik, pour un total de 7044 km.

c) La distance la plus courte est de 13 519 km.

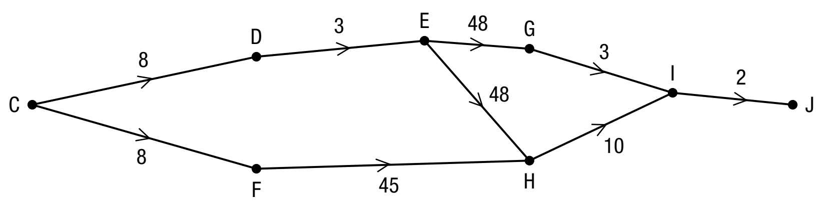
Vue d'ensemble (*suite*)

Page 464

21. Le graphe associé aux travaux des Français :



Le graphe associé aux travaux des Britanniques :



a) Les Français ont terminé leur part des travaux en décembre 1993 (75 mois de travail) et les Britanniques, en août 1993 (71 mois de travail).

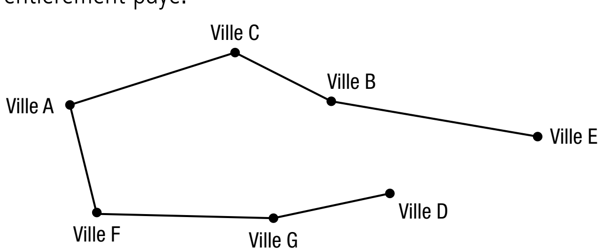
b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Pour les Français, la préparation du terminal (Phase 1) et la préparation du terminal (Phase 2). Pour les Britanniques, les travaux de construction du tunnel et la préparation du terminal (Phase 2).

Vue d'ensemble (*suite*)

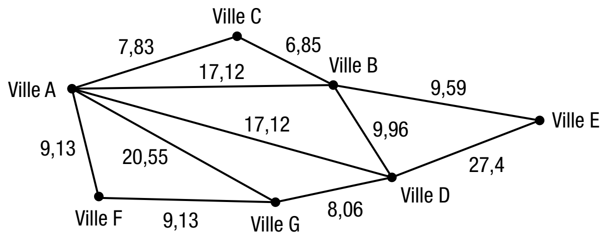
Page 465

22. L'itinéraire le plus court est celui qui passe par les entrepôts A, B, C, E, D et F, pour une distance totale de 7,1 km.

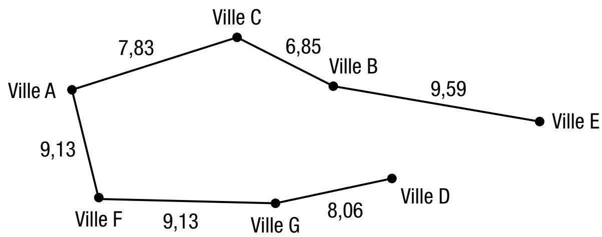
23. Le graphe ci-dessous représente le réseau le plus rentable puisque, dans 9,59 ans, l'ensemble des routes sera entièrement payé.



Le graphe ci-dessous représente le temps minimal (en années) pour que l'investissement pour une route soit entièrement payé.



Il faut former un arbre de valeurs minimales avec ce graphe.



Banque de problèmes

Page 466

1. Le délai minimal est de 18 min.
Le trajet qui permet de minimiser la distance à parcourir est Départ – B – D – C – D – G – F – Hôpital, pour un total de 7 km. Pour parcourir ce trajet, il faut 6 min. On ajoute les temps d'appel et de prise en charge : $6 + 2 + 7 + 3 = 18$ min.

2. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* La table de valeurs ci-dessous représente les nombres chromatiques de quelques graphes complets.

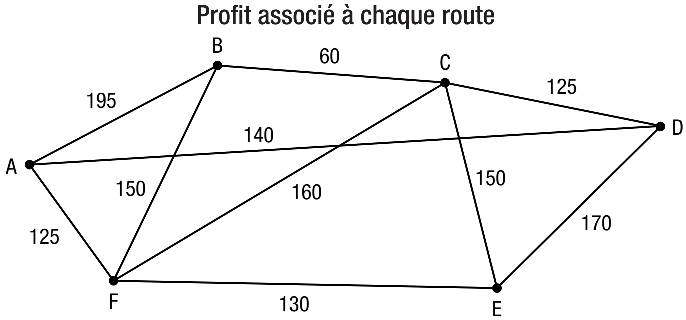
Graphes complets et nombres chromatiques

Ordre du graphe complet	2	3	4	5	6
Nombre chromatique	2	3	4	5	6

La conjecture est : Si un graphe de *n* sommets est complet, alors son nombre chromatique est *n.*

3. L'itinéraire qui passe par les points A, D, E, C, F, B et A engendre un profit maximal de 965 $. Le graphe ci-dessous représente le profit (en $) associé à chaque route.

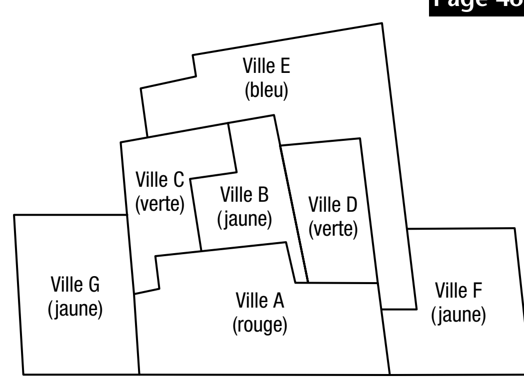
Profit associé à chaque route



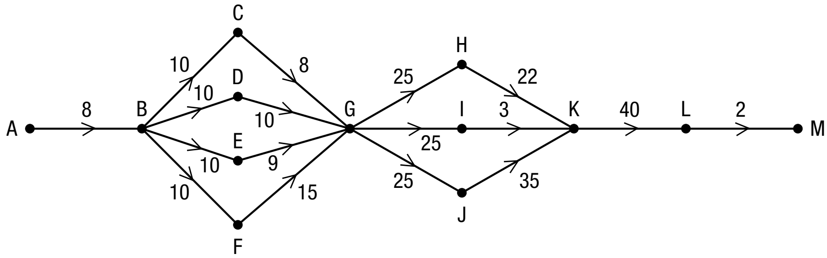
Banque de problèmes (*suite*)

Page 467

4. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Le nombre chromatique de ce graphe est 4. Voici une représentation possible de cette région :



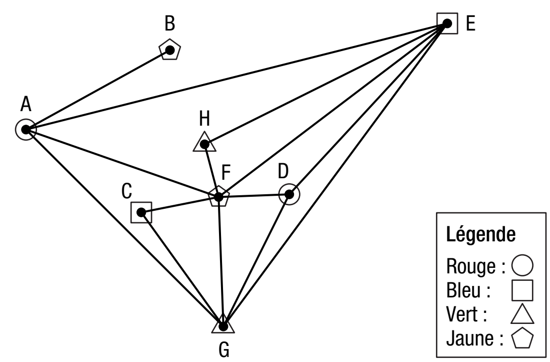
5. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Il est possible de réaliser l'ensemble des étapes en 135 jours. Le graphe ci-dessous représente l'arrangement des différentes étapes.



Il est possible de réaliser les étapes C, D, E et F parallèlement, de même que les étapes H, I et J. Le chemin critique de cet arrangement est A-B-F-G-J-K-L-M.

La formation du comité d'organisation des activités est la première étape, et le sondage suit immédiatement celle-ci. Après le sondage, toutes les étapes qui nécessitent un choix peuvent se faire parallèlement. Dès que ces étapes sont franchies, on commence la campagne de financement « Vente de pains ». Dès qu'elle se termine, on commence la campagne de financement « Vente d'agrumes », on photographie les finissants et les finissantes, et on prépare le texte de l'album. Une fois ces trois étapes terminées, on amorce le montage de l'album de finissants. La décoration de la salle s'effectue après le montage de l'album.

6. Le graphe ci-contre représente les incompatibilités. Comme le nombre chromatique de ce graphe est 4, il faut 4 enclos au minimum et on peut placer 2 races d'animaux par enclos.



Le tableau ci-dessous représente les coûts de fabrication des enclos.

Coûts de fabrication des enclos

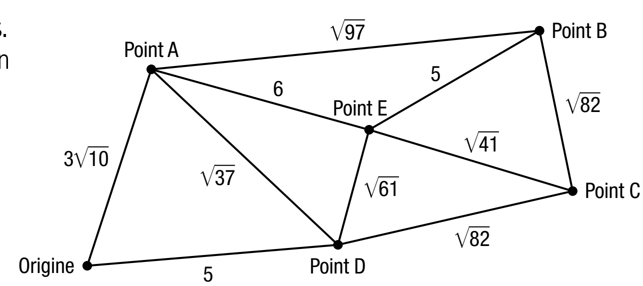
Nombre de races	1	2	3	4	5
Coût ($)	2500	4000	6500	10 000	14 500

Le coût minimal est de 16 000 $ pour 4 enclos qui abritent deux races d'animaux chacun.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 468

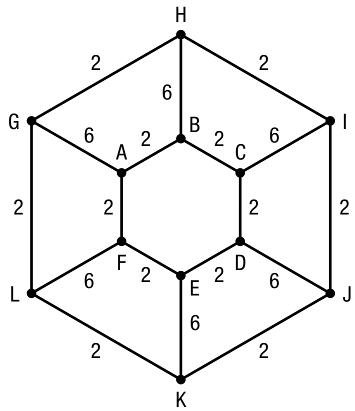
7. Le temps minimal pour percer ces 5 trous est environ de 79,07 s. Le trajet le plus court commence et se termine à l'origine du plan en passant par les points D, C, B, E et A, pour un total d'environ 43,6 m en un temps de 29,07 s. La fraiseuse perce 5 trous pendant 10 s chacun, soit 50 s. 50 s + 29,07 s = 79,07 s. Elle prend au minimum 79,07 s.
Le graphe ci-contre représente les déplacements possibles de la fraiseuse et les distances (en m).



8. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Une coloration du graphe qui montre les incompatibilités entre les concurrentes permet la formation des équipes suivantes :
- Danielle fait équipe avec Geneviève ;
- Béatrice fait équipe avec Alexandra ;
- Éloïse fait équipe avec Frédérique.

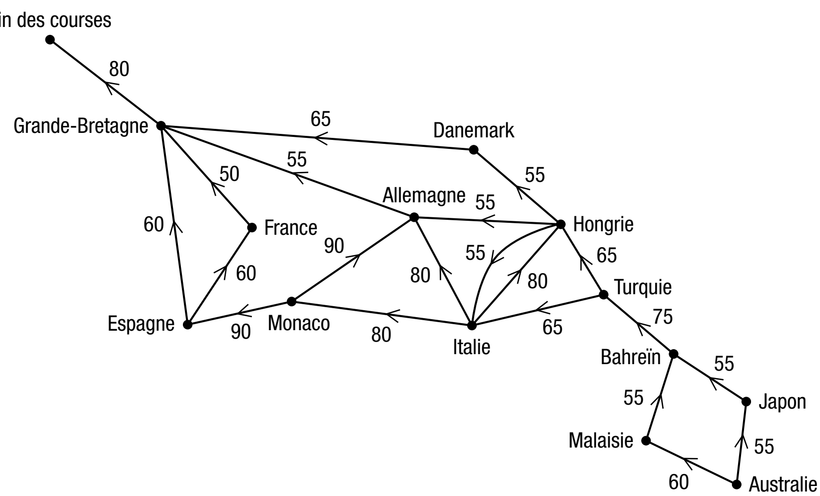
L'itinéraire le plus court passe par les routes 1, 4, 6, 9 et 11, pour un total de 187 km.

9.



10. Non. L'itinéraire que cette sélection engendre ne le permet pas, étant donné les itinéraires de transport disponibles. Il existe 10 itinéraires qui permettent de faire 8 courses et de terminer en Grande-Bretagne. L'itinéraire le plus rentable est Australie – Malaisie – Bahreïn – Turquie – Italie – Monaco – Espagne – Grande-Bretagne, pour un profit de 565 millions de dollars.

Le graphe ci-dessous représente le profit de chaque course en tenant compte des dépenses de transport.



Il est possible de rejeter tous les itinéraires qui passent par le Japon. Ensuite, on compare les différents itinéraires et leur profit respectif.

VISION 8 Les lieux géométriques et les relations métriques dans le cercle

RÉVISION 8

Réactivation 1

Page 472

a. **1)** Le rayon d'un grand cercle est de 13,5 cm.

2) L'aire d'un anneau est de $61{,}25\pi$ cm^2.

b. **1)** La longueur de $\overset{\frown}{AB}$ sur l'anneau bleu est de $\frac{44}{9}\pi$ cm.

2) La longueur de $\overset{\frown}{BC}$ est de $0{,}75\pi$ cm.

c. $\overset{\frown}{DE}$ sur l'anneau noir mesure 56°.

d. Les angles au centre FO_2G et FO_5G sont isométriques.

Réactivation 2

Page 473

a. **1)**

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle FAB \cong \angle EAC$	Angle commun.
m $\overline{AF} = 0{,}5$m $\overline{AE}$	Le point F est le point milieu du segment AE.
m $\overline{AB} = 0{,}5$m $\overline{AC}$	Le point B est le point milieu du segment AC.
$\Delta ABF \sim \Delta ACE$	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

2)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle BCD \cong \angle ACE$	Angle commun.
m $\overline{BC} = 0{,}5$m $\overline{AC}$	Le point B est le point milieu du segment AC.
m $\overline{CD} = 0{,}5$m $\overline{CE}$	Le point D est le point milieu du segment CE.
$\Delta BCD \sim \Delta ACE$	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

3)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle FED \cong \angle AEC$	Angle commun.
m $\overline{EF} = 0{,}5$m $\overline{AE}$	Le point F est le point milieu du segment AE.
m $\overline{ED} = 0{,}5$m $\overline{EC}$	Le point D est le point milieu du segment EC.
$\Delta FDE \sim \Delta ACE$	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

b. **1)** Les angles homologues sont isométriques.

2) Les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.

c. 0,5 ou 2.

d. Puisque les triangles ABF, BCD et FDE sont semblables au triangle ACE, ces trois triangles sont nécessairement semblables entre eux. Leurs angles homologues sont donc isométriques.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AF} \cong \overline{FE}$	Le point F est le point milieu du segment AE.
$\Delta ABF \cong \Delta FDE$	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{AB} \cong \overline{BC}$	Le point B est le point milieu du segment AC.
$\Delta ABF \cong \Delta BCD$	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{ED} \cong \overline{DC}$	Le point D est le point milieu du segment EC.
$\Delta FDE \cong \Delta BCD$	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

e. **1)** Les angles homologues sont isométriques. **2)** Les côtés homologues sont isométriques.

f. **1)** m $\overline{EC}$ **2)** m $\overline{AE}$ **3)** m $\overline{BC}$

g. 10 cm

Mise à jour

Page 477

1. **a)** $6{,}8\pi$ cm **b)** $3{,}6\pi$ cm **c)** 50π cm

2. **a)** 80° **b)** 320° **c)** 120°

3. **a)** $\frac{130}{360} = \frac{m\,\overset{\frown}{ABC}}{2 \times \pi \times 4{,}2}$
$m\,\overset{\frown}{ABC} = \frac{91}{30}\pi$ cm

b) $\frac{145}{360} = \frac{m\,\overset{\frown}{ABC}}{2 \times \pi \times 3{,}2}$
$m\,\overset{\frown}{ABC} = \frac{116}{45}\pi$ cm

c) $\frac{70}{360} = \frac{m\,\overset{\frown}{ABC}}{2 \times \pi \times 3{,}8}$
$m\,\overset{\frown}{ABC} = \frac{133}{90}\pi$ cm

d) $\frac{220}{360} = \frac{m\,\overset{\frown}{ABC}}{24{,}2}$
$m\,\overset{\frown}{ABC} = \frac{1331}{90}$ cm

e) $\frac{125}{360} = \frac{m\,\overset{\frown}{ABC}}{2 \times \pi \times 7}$
$m\,\overset{\frown}{ABC} \approx 15{,}27$ cm

f) $\frac{114}{360} = \frac{m\,\overset{\frown}{ABC}}{2 \times \pi \times \pi}$
$m\,\overset{\frown}{ABC} \approx 6{,}25$ cm

Mise à jour (*suite*)

Page 478

4. **a)** Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

b) Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables (CAC).

c) Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables (CCC).

d) Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

5. **a)** $\frac{3{,}1}{6{,}2} = \frac{2{,}8}{2{,}8 + x}$
$x = 2{,}8$ cm
$\frac{3{,}1}{6{,}2} = \frac{y}{y + 2{,}4}$
$y = 2{,}4$ cm

b) $\frac{2{,}3}{x} = \frac{3{,}8}{5} = \frac{5}{y + 3{,}8}$
$x \approx 3{,}03$ cm
$y \approx 2{,}78$ cm

c) $\frac{2{,}2}{4{,}4} = \frac{2}{x} = \frac{y}{2{,}5}$
$x = 4$ cm
$y = 1{,}25$ cm

d) $x^2 + 4{,}3^2 = 5{,}4^2$
$x \approx 3{,}27$ cm
$\frac{3{,}27}{4{,}3} = \frac{y}{5{,}4}$
$y \approx 4{,}1$ cm

Mise à jour (*suite*)

Page 479

6. **a)** **1)**

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle ADE \cong \angle CBF$	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\angle DEA \cong \angle BFC$	Angle droit.
$\angle DAE \cong \angle BCF$	$m\,\angle DAE = 90° - m\,\angle ADE$ $m\,\angle BCF = 90° - m\,\angle CBF$ et $m\,\angle ADE = m\,\angle CBF$.
$\overline{AD} \cong \overline{BC}$	Les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.
$\Delta ADE \cong \Delta BCF$	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

2)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle ABE \cong \angle CDF$	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\angle AEB \cong \angle CFD$	Angle droit.
$\angle DCF \cong \angle BAE$	$m\angle DCF = 90° - m\angle CDF$ $m\angle BAE = 90° - m\angle ABE$ et $m\angle ABE = m\angle CDF$.
$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	Les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.
$\Delta ABE \cong \Delta CDF$	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

b) Non, car la diagonale d'un parallélogramme n'est pas la bissectrice des angles qu'elle partage. Donc, $m\angle ADE \neq m\angle CDF$.

7. a) 1) 120° **2)** 60° **3)** 120°

b)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle DOC \cong \angle AOB$	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
$\angle OAB \cong \angle OCD$	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\overline{OC} \cong \overline{OA}$	Les rayons d'un même cercle sont isométriques.
$\Delta ABO \cong \Delta CDO$	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques (ACA).

8. $\Delta AGF \sim \Delta HFE$ $\quad (m\,\overline{HF})^2 + 6{,}24^2 = 8{,}4^2$

$m\,\overline{HF} \approx 5{,}62$ m

$\frac{m\,\overline{GF}}{m\,\overline{HF}} = \frac{m\,\overline{AF}}{m\,\overline{EF}}$

$\frac{6{,}24}{5{,}62} = \frac{m\,\overline{AF}}{6{,}24}$

$m\,\overline{AF} \approx 6{,}93$ m

$m\,\overline{AF} - m\,\overline{HF} \approx 6{,}93 - 5{,}62$

$\approx 1{,}31$ m

Non, car $m\,\overline{AH} \approx 1{,}31$ m et le diamètre de la trappe d'aération est de 1,36 m.

Mise à jour (*suite*) **Page 480**

9. a) L'arc intercepté mesure 20°. **b)** La longueur de l'arc intercepté est de $\frac{35\pi}{9}$ cm.

10. L'aire du carré qui correspond au fond de cette boîte est de 900 cm^2.

11. a) La mesure d'un des deux arcs de cercle est de 60°. **b)** L'aire de l'hélice est environ de 978,33 cm^2.

Mise à jour (*suite*) **Page 481**

12. a) 1)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle ACD \cong \angle EAB$	Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes sont isométriques.
$\angle ADC \cong \angle BEA$	Angle droit.
$\Delta ACD \sim \Delta ABE$	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

2)

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\angle EAB \cong \angle EBC$	Les angles EAB et ABE sont complémentaires. Les angles ABE et EBC sont complémentaires. Donc, les angles EAB et EBC sont isométriques.
$\angle AEB \cong \angle BEC$	Angle droit.
$\Delta ABE \sim \Delta BCE$	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

b) $(\text{m }\overline{AC})^2 = 45^2 + 60^2$

$\text{m }\overline{AC} = 75 \text{ cm}$

1) $\text{m }\overline{BC} = 45 \text{ cm}$ $\quad \dfrac{45}{75} = \dfrac{\text{m }\overline{EC}}{45}$ $\quad \dfrac{45}{75} = \dfrac{\text{m }\overline{EB}}{60}$

$\text{m }\overline{EC} = 27 \text{ cm}$ $\quad \text{m }\overline{EB} = 36 \text{ cm}$

2) $\text{m }\overline{AB} = 60 \text{ cm}$ $\quad \dfrac{60}{75} = \dfrac{\text{m }\overline{AE}}{60}$ $\quad \dfrac{60}{75} = \dfrac{\text{m }\overline{EB}}{45}$

$\text{m }\overline{AE} = 48 \text{ cm}$ $\quad \text{m }\overline{EB} = 36 \text{ cm}$

13. Soit *a*, l'altitude de l'hélicoptère.

$\dfrac{60}{a} = \dfrac{a}{180}$

$a^2 = 10\,800$

$a \approx 103{,}92 \text{ m}$

L'altitude de l'hélicoptère est environ de 103,92 m.

14. $\dfrac{90}{360} \times 2\pi r + \dfrac{60}{360} \times 2\pi r + \dfrac{60}{360} \times 2\pi r + \dfrac{120}{360} \times 2\pi r = 80$

$\dfrac{2\pi r}{360}(90 + 60 + 60 + 120) = 80$

$\dfrac{2\pi r \times 330}{360} = 80$

$r \approx 13{,}89 \text{ m}$

Les cercles qui ont servi à la conception de cette glissade ont tous un rayon d'environ 13,89 m.

15. Longueur de la bordure extérieure : $\dfrac{72}{360} = \dfrac{x}{2 \times \pi \times 35}$ $\quad$ Longueur de la bordure intérieure : $\dfrac{72}{360} = \dfrac{y}{2 \times \pi \times 20}$

$x \approx 43{,}98 \text{ m}$ $\quad y \approx 25{,}13 \text{ m}$

Longueur de la bordure latérale : $35 - 20 = 15 \text{ m}$

$3 \times 43{,}98 + 3 \times 25{,}13 + 6 \times 15 \approx 297{,}35 \text{ m}$

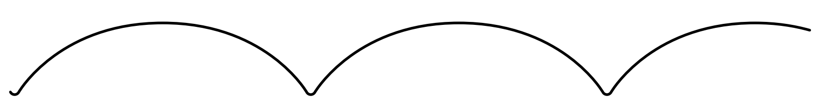
La longueur de la bordure de ciment est environ de 297,35 m.

SECTION 8.1 Les lieux géométriques

Problème

Page 482

L'empreinte lumineuse laissée par le réflecteur avant du vélo ressemblerait à celle illustrée ci-dessous.



Activité 1

Page 483

a. Un cercle.

Activité 1 (*suite*)

Page 484

b. La médiatrice du segment AB.

Activité 1 (*suite*)

Page 485

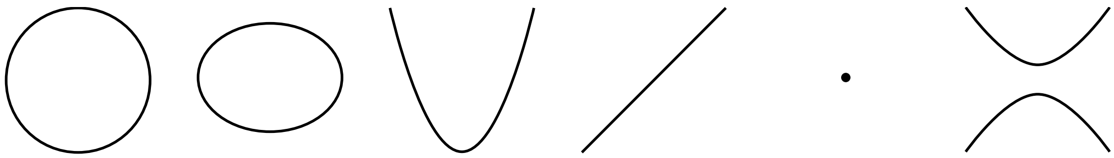
c. Un cercle dont la mesure du rayon correspond à la moitié de celle du cercle de centre O.

d. Une sphère de 4 cm de rayon.

Activité 2

Page 487

a. Situation ① Situation ② Situation ③ Situation ④ Situation ⑤ Situation ⑥



b. **1)** À une droite. **2)** À un point.

c. *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

1) La conique définie à la situation ② est bornée, alors que celle définie à la situation ③ est non bornée.

2) Les coniques définies dans les deux situations sont non bornées. La conique définie à la situation ③ est formée d'une seule courbe, alors que celle définie à la situation ⑥ est formée de deux courbes.

Mise au point 8.1

Page 489

1. a) Deux droites parallèles situées de part et d'autre de cette droite. **b)** Un cercle.

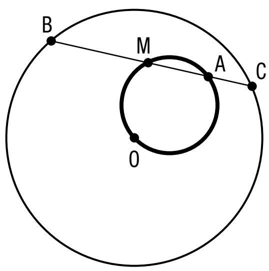
c) La médiatrice de ce segment. **d)** Un cercle concentrique ou un point qui est le centre de ce cercle.

2. a) La face latérale d'un cylindre circulaire droit. **b)** Une sphère.

c) Deux plans parallèles situés de part et d'autre de ce plan.

d) Un plan perpendiculaire au segment et qui passe par le milieu du segment.

3. a)

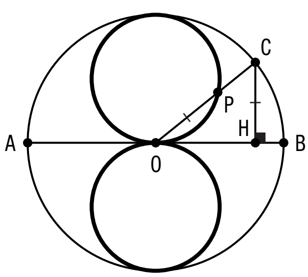


b) Le lieu géométrique est un cercle dont la mesure du diamètre correspond à celle du segment AO.

Mise au point 8.1 (*suite*)

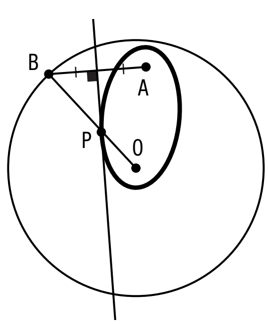
Page 490

4. a)

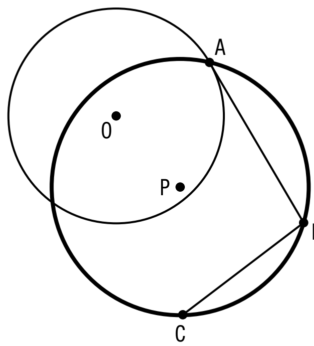


b) Le lieu géométrique est formé de deux cercles tangents entre eux en O et tangents au cercle de centre O. La mesure du diamètre de chacun de ces cercles est la moitié de celle du diamètre du cercle de centre O.

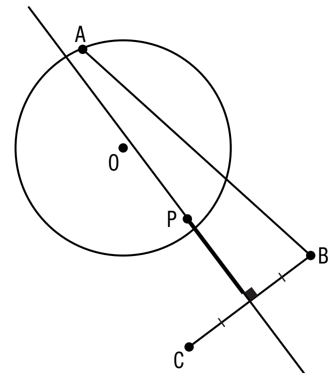
5.



6. a) Il s'agit du cercle de centre P ci-dessous.



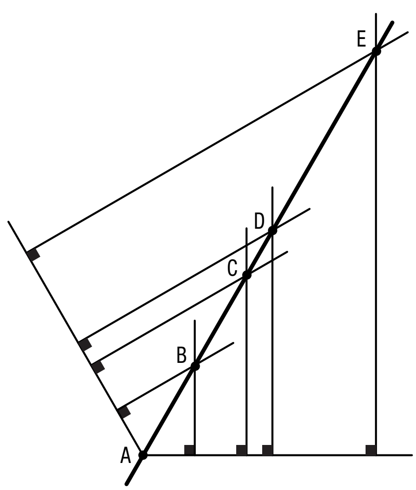
b) Le lieu géométrique est un segment situé sur la médiatrice du segment BC.



Mise au point 8.1 (*suite*)

Page 491

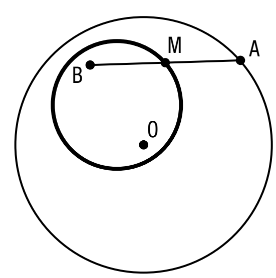
7. a)



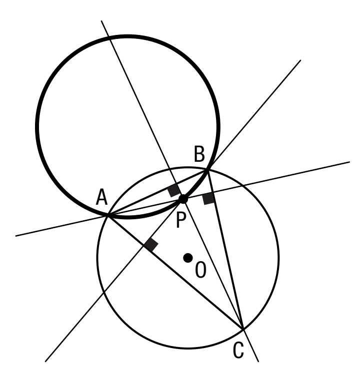
b) La mesure de l'angle est la même de part et d'autre de cette droite.

c) Une bissectrice.

8. La figure décrite est le cercle tracé en gras ci-contre.

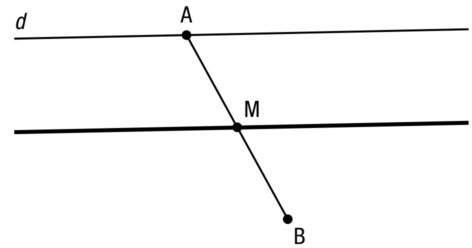


9. Le lieu géométrique est le cercle tracé en gras dans la figure ci-contre.



Mise au point 8.1 (*suite*)

10. Le lieu géométrique est une droite parallèle à la droite *d*.



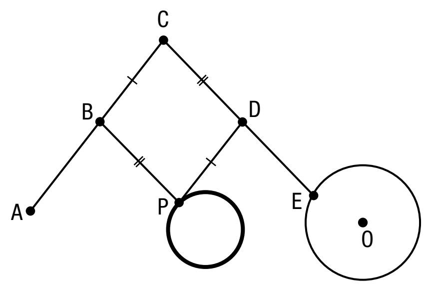
11. a) $y = -\frac{x}{3} + 11$ **b)** (9, 8) **c)** $y = 3x - 19$

d) 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* C(3, −10), D(6, −1), E(7, 2) et F(−5, −34).

2) d(A, C) ≈ 19,24 d(B, C) ≈ 19,24 d(A, D) = 10 d(B, D) = 10
d(A, E) ≈ 7,07 d(B, E) ≈ 7,07 d(A, F) ≈ 44,38 d(B, F) ≈ 44,38
On remarque que la distance entre un point de la droite d_2 et le point A est égale à la distance entre ce même point et le point B.

3) Une médiatrice.

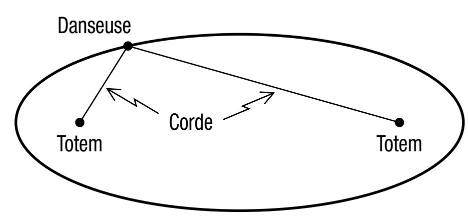
12. Cette trace correspond à un cercle.



SECTION 8.2 Le cercle et l'ellipse

Problème

La figure géométrique engendrée par le déplacement de la danseuse sera une courbe qui ressemble à un cercle qu'on a déformé pour lui donner l'apparence d'un ovale.



Activité 1

a. 1) d(O, A) = 50 d(O, B) = 50 d(O, C) = 50 d(O, D) = 50
d(O, E) = 50 d(O, F) = 50 d(O, G) = 50 d(O, H) = 50

2) Tous ces points se trouvent à la même distance de l'origine.

3) À un cercle.

b. Au rayon du cercle.

c. 1) $d(O, P) = \sqrt{x^2 + y^2}$

2) Comme la distance du point P à l'origine du plan cartésien correspond au rayon r du cercle, on a l'équation $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.
En élevant au carré chacun des membres de l'équation, on obtient l'équation $r^2 = x^2 + y^2$.

d. $x^2 + y^2 = 50^2$ ou $x^2 + y^2 = 2500$.

e. $d(O, P) = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$

f. $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Activité 2

Page 495

a. **1)** $21{,}2 + 78{,}8 = 100$ **2)** $58{,}4 + 41{,}6 = 100$ **3)** $68 + 32 = 100$

b. La somme des distances entre le point A et n'importe quel point situé sur le pourtour de l'arène et entre ce même point et le point B est constante, et elle vaut 100 m.

c. **1)** $\frac{(x - 55)^2}{50^2} + \frac{(y - 45)^2}{40^2} = 1$

2) Pour le point C, dont les coordonnées sont (7, 56,2) :

$\frac{(7 - 55)^2}{50^2} + \frac{(56{,}2 - 45)^2}{40^2} = \frac{2304}{2500} + \frac{125{,}44}{1600} = 0{,}9216 + 0{,}0784 = 1$

Pour le point D, dont les coordonnées sont (69, 83,4) :

$\frac{(69 - 55)^2}{50^2} + \frac{(83{,}4 - 45)^2}{40^2} = \frac{196}{2500} + \frac{1474{,}56}{1600} = 0{,}0784 + 0{,}9216 = 1$

Pour le point E, dont les coordonnées sont (85, 13) :

$\frac{(85 - 55)^2}{50^2} + \frac{(13 - 45)^2}{40^2} = \frac{900}{2500} + \frac{1024}{1600} = 0{,}36 + 0{,}64 = 1$

Technomath

Page 496

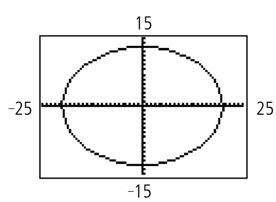
a. **1)** (−10, 0), (10, 0), (0, −2) et (0, 2). **2)** (−10, 0), (10, 0), (0, −5) et (0, 5). **3)** (−10, 0), (10, 0), (0, −8) et (0, 8).

b. **1)** $10 - 2 = 8$ **2)** $10 - 5 = 5$ **3)** $10 - 8 = 2$

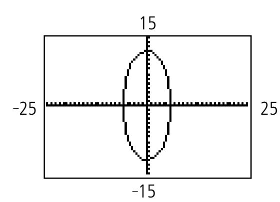
c. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Plus l'écart entre les valeurs des paramètres diminue, plus l'ellipse tend vers un cercle.

d. 2A correspond à la longueur de l'axe horizontal et 2B correspond à la longueur de l'axe vertical.

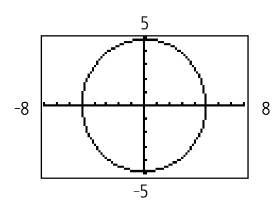
e. **1)**



2)



3)



Mise au point 8.2

Page 500

1. a) **1)** 11 **2)** (0, 0) **b)** **1)** 45 **2)** (0, 0)

c) **1)** 7,5 **2)** (5, 0) **d)** **1)** 12,4 **2)** (−12, −4)

e) **1)** 5 **2)** (0, 2) **f)** **1)** $\sqrt{75} \approx 8{,}66$ **2)** (−50, 45)

2. a) $x^2 + y^2 = 81$ **b)** $x^2 + y^2 = 702{,}25$ **c)** $(x - 20)^2 + (y + 10)^2 = 169$

d) $(x + 6)^2 + (y - 7)^2 = 25$ **e)** $x^2 + (y - 10)^2 = 342{,}25$ **f)** $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 30{,}25$

Mise au point 8.2 (*suite*)

Page 501

3. a) **1)** (0, 0) **2)** (10, 0), (−10, 0), (0, 6) et (0, −6). **3)** (8, 0) et (−8, 0).

b) **1)** (0, 0) **2)** (29, 0), (−29, 0), (0, 21) et (0, −21). **3)** (20, 0) et (−20, 0).

c) **1)** (−3, −4) **2)** (2, −4), (−8, −4), (−3, −8) et (−3, 0). **3)** (0, −4) et (−6, −4).

d) **1)** (0, 12) **2)** (0, 29), (0, −5), (8, 12) et (−8, 12). **3)** (0, 27) et (0, −3).

e) **1)** (10, −4) **2)** (10, 22), (10, −30), (0, −4) et (20, −4). **3)** (10, 20) et (10, −28).

f) **1)** (−5,5, 7,5) **2)** (−16, 7,5), (5, 7,5), (−5,5, 22) et (−5,5, −7). **3)** (−5,5, −2,5) et (−5,5, 17,5).

4. a) $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{144} = 1$ **b)** $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{100} = 1$ **c)** $\frac{(x - 3)^2}{64} + \frac{(y + 5)^2}{225} = 1$

d) $\frac{(x + 8)^2}{100} + \frac{(y - 4)^2}{36} = 1$ **e)** $\frac{(x - 12)^2}{210{,}25} + \frac{(y + 8)^2}{110{,}25} = 1$ **f)** $\frac{(x - 30)^2}{676} + \frac{(y - 25)^2}{100} = 1$

Mise au point 8.2 (*suite*)

5.

Équation de l'ellipse	Coordonnées du centre	Coordonnées des sommets	Coordonnées des foyers	Longueur du plus grand axe	Longueur du plus petit axe
$\frac{x^2}{2809} + \frac{y^2}{784} = 1$	**(0, 0)**	**(53, 0)** **(−53, 0)** **(0, 28)** **(0, −28)**	**(45, 0)** **(−45, 0)**	**106**	**56**
$\frac{(x-8)^2}{81} + \frac{(y+17)^2}{225} = 1$	**(8, −17)**	(8, −2) (17, −17) (8, −32) (−1, −17)	**(8, −5)** **(8, −29)**	**30**	**18**
$\frac{(x-5{,}5)^2}{42{,}25} + \frac{(y-2{,}5)^2}{36} = 1$	**(5,5, 2,5)**	**(−1, 2,5)** **(5,5, 8,5)** **(12, 2,5)** **(5,5, −3,5)**	(8, 2,5) (3, 2,5)	13	12
$\frac{(x+12)^2}{676} + \frac{(y-10)^2}{100} = 1$	**(−12, 10)**	**(14, 10)** **(−38, 10)** **(−12, 20)** **(−12, 0)**	(12, 10) (−36, 10)	52	**20**
$\frac{(x+5)^2}{12{,}25} + \frac{(y+10)^2}{156{,}25} = 1$	**(−5, −10)**	**(−8,5, −10)** **(−1,5, −10)** **(−5, 2,5)** **(−5, −22,5)**	(−5, 2) (−5, −22)	**25**	7

6. **a)** $x^2 + y^2 = 81$ **b)** $x^2 + y^2 = 221$ **c)** $(x + 12)^2 + (y - 8)^2 = 289$
   d) $(x - 5)^2 + (y + 4)^2 = 56{,}25$ **e)** $(x + 8)^2 + (y + 4)^2 = 169$ **f)** $(x + 5)^2 + (y - 10)^2 = 289$

7. **a)** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{144} = 1$ **b)** $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{625} = 1$ **c)** $\frac{(x+20)^2}{90{,}25} + \frac{(y-5)^2}{42{,}25} = 1$
   d) $\frac{(x-3)^2}{6{,}25} + \frac{(y-6)^2}{1} = 1$ **e)** $\frac{(x-10)^2}{11\,025} + \frac{(y-30)^2}{21\,025} = 1$ **f)** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$

Mise au point 8.2 (*suite*)

8. **a)** $(x - 20)^2 + (y - 30)^2 = 400$ **b)** $\frac{(x-20)^2}{400} + \frac{(y-27{,}5)^2}{756{,}25} = 1$

9. **a)** Puisque les valeurs des paramètres a et b sont respectivement 63 et 65, on a :
   $P \approx \pi\left(3(63 + 65) - \sqrt{(63 + 3 \times 65)(3 \times 63 + 65)}\right)$
   $\approx \pi(128{,}01)$
   $\approx 402{,}16$ cm
   Le périmètre est environ de 402,16 cm.
   b) $A = \pi \times 63 \times 65$
   $\approx 12\,864{,}82$ cm^2
   L'aire est environ de 12 864,82 cm^2.

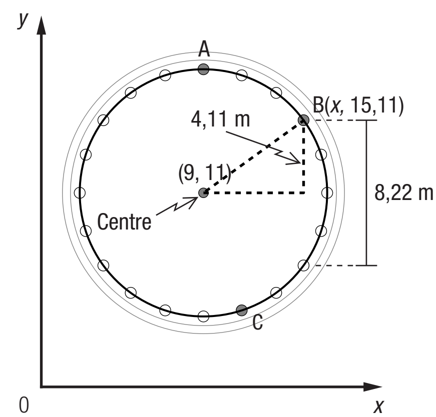
10. a) L'équation du cercle est $(x - 9)^2 + (y - 11)^2 = 49$.

b) 1) Les coordonnées de la colonne A sont (9, 18).

2) Il est possible de déduire que les coordonnées du point B sont (x, 15,11) puisque les colonnes sont toutes situées à égale distance l'une de l'autre. On a donc :

$$(x - 9)^2 + (15{,}11 - 11)^2 = 49$$
$$(x - 9)^2 = 32{,}1079$$

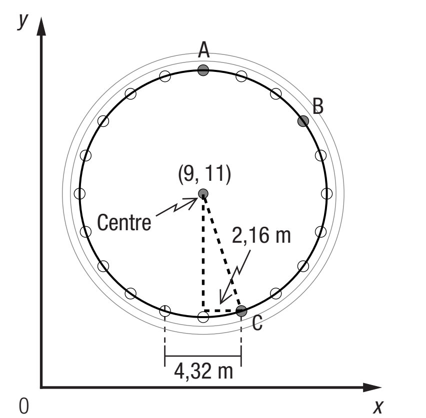
$x_1 \approx 14{,}67$ et $x_2 \approx 3{,}33$.
D'après l'illustration, les coordonnées de la colonne B sont donc ($\approx$ 14,67, 15,11).



3) Il est possible de déduire que les coordonnées du point C sont (11,16, y) puisque les colonnes sont toutes situées à égale distance l'une de l'autre. On a donc :

$$(11{,}16 - 9)^2 + (y - 11)^2 = 49$$
$$(y - 11)^2 = 44{,}3344$$

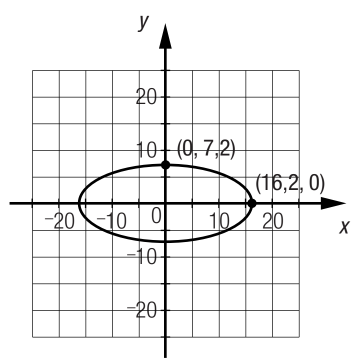
$y_1 \approx 4{,}34$ et $x_2 \approx 17{,}66$.
D'après l'illustration, les coordonnées de la colonne C sont donc (11,16, $\approx$ 4,34).



Mise au point 8.2 (*suite*)

Page 504

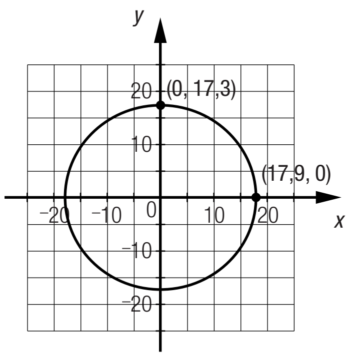
11. a) L'équation du cercle associé à cette situation est $x^2 + y^2 = 81$. La mesure du rayon de la pièce de monnaie est de 9 mm.
Le grand axe mesure $9 \times 2 \times 1{,}8 = 32{,}4$ mm.
Le petit axe mesure $9 \times 2 \div 1{,}25 = 14{,}4$ mm.



b) $\dfrac{x^2}{262{,}44} + \dfrac{y^2}{51{,}84} = 1$

c) On peut déterminer les coordonnées de chaque foyer à l'aide de la relation $a^2 = b^2 + c^2$.
Les coordonnées des foyers sont ($\approx$ −14,51, 0) et ($\approx$ 14,51, 0).

12. a)



b) a = 17,9 et b = 17,3 ⇒ c ≈ 4,6
Les coordonnées des foyers sont (≈ 4,6, 0) et (≈ −4,6, 0).

13. a) Le point C est le point milieu de $\overline{AB}$, ses coordonnées sont donc $\left(\frac{41+69}{2}, \frac{12+108}{2}\right)$, soit (55, 60). On en déduit que h = 55, k = 60 et que r = 50. L'équation du cercle est donc $(x - 55)^2 + (y - 60)^2 = 2500$.

b) 1) Le coût du cadre en bois est environ de 9,42 $.

2) Le coût de la surface réfléchissante est environ de 15,71 $.

Mise au point 8.2 (*suite*)

14. a) Les coordonnées des foyers sont (−90, 0) et (90, 0).

Comme l'équation de la clôture elliptique est $\frac{x^2}{106^2} + \frac{y^2}{56^2} = 1$ et qu'on cherche les coordonnées d'un point dont les coordonnées sont (90, *y*), on peut substituer 90 à *x* et isoler la variable *y*.

$$\frac{90^2}{106^2} + \frac{y^2}{56^2} = 1$$
$$\frac{y^2}{3136} = \frac{784}{2809}$$
$$y^2 \approx 875{,}27$$
$$y \approx \pm 29{,}58$$

Les coordonnées des points qui correspondent aux quatre coins de la scène sont (90, ≈ 29,58), (90, ≈ −29,58), (−90, ≈ 29,58) et (−90, ≈ −29,58).

b) Puisqu'on cherche un point dont les coordonnées sont (*x*, 41), on peut substituer 41 à *y* dans l'équation de l'ellipse et isoler la variable *x*.

$$\frac{x^2}{106^2} + \frac{41^2}{56^2} = 1$$
$$\frac{x^2}{11\,236} = \frac{1455}{3136}$$
$$x^2 \approx 5213{,}13$$
$$x \approx \pm 72{,}2$$

Les coordonnées du spectateur sont donc (≈ −72,2, 41).

En effectuant $\sqrt{(-72{,}2)^2 + 41^2}$, on trouve que la distance entre ce point et l'origine du plan cartésien est environ de 83,03 m.

La distance qui sépare le spectateur du chanteur est environ de 83,03 m.

15. a) La piscine **A** a la forme d'un cercle et la piscine **B,** celle d'une ellipse.

b) Piscine A

Puisque la corde tendue mesure 4 m, le rayon du cercle est de 4. L'équation qui correspond au pourtour de cette piscine est $(x - 7)^2 + (y - 5)^2 = 16$.

Piscine B

Il est possible de déduire les paramètres a et b à partir du paramètre c, qui vaut 3, et de la longueur du grand axe qui est de 10 m.

L'équation qui correspond au pourtour de cette piscine est $\frac{(x-7)^2}{25} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$ ou $\frac{(x-7)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$.

c) 1) La largeur maximale de la piscine **A** est de 8 m (diamètre du cercle).

2) La largeur maximale de la piscine **B** est de 10 m (grand axe de l'ellipse).

Problème Page 506

La mesure du rayon du cercle qui supporte l'arc BC est environ de 1,96 m.

Activité 1 Page 507

a. 1) $\frac{4}{3}$ **2)** $-\frac{3}{4}$

b. Les pentes sont opposées et inverses.

c. Si une droite est tangente à un cercle, alors elle est perpendiculaire à un rayon en son extrémité.

Activité 1 (*suite*) Page 508

d.

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{OE} \cong \overline{OE}$	Côté commun.
$\overline{OB} \cong \overline{OD}$	Les rayons d'un même cercle sont isométriques.
$\overline{BE} \cong \overline{DE}$	Par la relation de Pythagore : $(m\,\overline{OB})^2 - (m\,\overline{OE})^2 = (m\,\overline{BE})^2$ et $(m\,\overline{OD})^2 - (m\,\overline{OE})^2 = (m\,\overline{DE})^2$. Puisque $\overline{OB} \cong \overline{OD}$, alors $\overline{BE} \cong \overline{DE}$.

e. Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

f. 1) Les angles BOE et DOE sont isométriques, alors les arcs BC et DC sont isométriques.

2) Puisque $\overline{AC}$ est un diamètre, $m\,\overset{\frown}{ABC} = m\,\overset{\frown}{ADC} = 180°$;
Puisque $m\,\angle AOB = 180° - m\,\angle BOE$ et $m\,\angle AOD = 180° - m\,\angle DOE$ et que $m\,\angle BOE = m\,\angle DOE$, les angles AOB et AOD sont isométriques. Les arcs AB et AD sont isométriques.

g. 1) Les deux parties de la corde sont égales. **2)** Les deux parties de l'arc sont égales.

3) Les deux parties de l'arc sont égales.

h. Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

i. Les hauteurs homologues de deux triangles isométriques sont isométriques.

j. La distance qui sépare le centre d'un cercle de chacune des cordes isométriques de ce cercle est toujours la même.

k. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{OE} \cong \overline{OE}$	Côté commun.
$\overline{OA} \cong \overline{OB}$	Les rayons d'un même cercle sont isométriques.
$\overline{AE} \cong \overline{EB}$	Par la relation de Pythagore : $(m\,\overline{OA})^2 - (m\,\overline{OE})^2 = (m\,\overline{AE})^2$ et $(m\,\overline{OB})^2 - (m\,\overline{OE})^2 = (m\,\overline{EB})^2$. Puisque $\overline{OA} \cong \overline{OB}$, alors $\overline{AE} \cong \overline{EB}$.
$\Delta AEO \cong \Delta BEO$	Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{OF} \cong \overline{OF}$	Côté commun.
$\overline{OC} \cong \overline{OD}$	Les rayons d'un même cercle sont isométriques.
$\overline{DF} \cong \overline{CF}$	Par la relation de Pythagore : $(m\,\overline{OC})^2 - (m\,\overline{OF})^2 = (m\,\overline{CF})^2$ et $(m\,\overline{OD})^2 - (m\,\overline{OF})^2 = (m\,\overline{DF})^2$. Puisque $\overline{OC} \cong \overline{OD}$, alors $\overline{DF} \cong \overline{CF}$.
$\Delta DOF \cong \Delta COF$	Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

AFFIRMATION	JUSTIFICATION
$\overline{OA} \cong \overline{OB}$	Les rayons d'un même cercle sont isométriques.
$\overline{OC} \cong \overline{OD}$	Les rayons d'un même cercle sont isométriques.
$\angle AOD \cong \angle BOC$	$m \angle AOE + m \angle AOD + m \angle DOF = 180°$ $m \angle BOE + m \angle BOC + m \angle COF = 180°$ Puisque $\angle AOE \cong \angle BOE$ et $\angle DOF \cong \angle COF$, alors $\angle AOD \cong \angle BOC$.
$\Delta AOD \cong \Delta BOC$	Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

l. Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques (CAC).

m. Deux angles au centre isométriques interceptent deux arcs isométriques.

n. Les mesures des arcs interceptés par deux droites parallèles sécantes à un cercle sont les mêmes.

Activité 2

Page 509

a. **1)** L'angle ②. **2)** L'angle ①. **3)** L'angle ③.

b. m ∠ ① = 67,5°, m ∠ ② = 22,5° et m ∠ ③ = 45°.

c. **1)** 135° **2)** La somme des mesures des arcs BH et DG est le double de celle de l'angle ①.

d. **1)** 45° **2)** La mesure de l'arc BC est le double de celle de l'angle ②.

e. **1)** 90° **2)** La différence des mesures des arcs DH et EG est le double de celle de l'angle ③.

f. **1)** La mesure d'un angle dont le sommet est situé sur un cercle correspond à la moitié de la mesure de l'arc compris entre ses côtés.
2) La mesure d'un angle dont le sommet est situé entre un cercle et son centre correspond à la demi-somme des mesures des arcs compris entre ses côtés prolongés.
3) La mesure d'un angle dont le sommet est situé à l'extérieur d'un cercle correspond à la demi-différence des mesures des arcs compris entre ses côtés.

Technomath

Page 510

a. **1)** Écran **1** : $m \overset{\frown}{AB} = 72°$ Écran **2** : $m \overset{\frown}{AB} = 170°$
2) Dans chaque cas, la mesure de l'arc AB correspond au double de la mesure des angles ACB et ADB.

b. La somme des mesures, en degrés, des arcs AC et DE correspond au double de la mesure de l'angle ABC.

c. La différence des mesures, en degrés, des arcs AC et DE correspond au double de la mesure de l'angle ABC.

d. **1)** 84,5° **2)** 34°

Mise au point 8.3

Page 513

1. a) Deux parallèles sécantes ou tangentes à un cercle interceptent sur le cercle deux arcs isométriques.
b) Dans un même cercle ou dans deux cercles isométriques, deux cordes isométriques sont situées à la même distance du centre, et réciproquement.
c) Toute perpendiculaire à l'extrémité d'un rayon est tangente au cercle et réciproquement.
d) Tout diamètre perpendiculaire à une corde partage cette corde et chacun des arcs qu'elle sous-tend en deux parties isométriques.
e) Un angle inscrit a pour mesure la moitié de celle de l'arc compris entre ses côtés.
f) L'angle dont le sommet est situé entre un cercle et son centre a pour mesure la demi-somme des mesures des arcs compris entre ses côtés prolongés.

2. a) $\frac{x + 90}{2} = 120$, $x = 150°$ **b)** $\frac{x + 30{,}8}{2} = 41{,}6$, $x = 52{,}4°$ **c)** $\frac{171 - x}{2} = 60$, $x = 51°$

d) $\frac{360 - 2 \times 77}{2} = x$
$x = 103°$

e) $\frac{80}{2} = x$
$x = 40°$

f) $\frac{x - (360 - x)}{2} = 53$
$x = 233°$

Mise au point 8.3 (*suite*)

3. a) $\frac{x}{2} = 81$
$x = 162°$

$\frac{y}{2} = 180 - 67 - 81$
$y = 64°$

b) $\frac{360 - y - y}{2} = 35$
$y = 145°$

$\frac{360 - x - x}{2} = 180 - 35 - 75$
$x = 110°$

c) $m\,\overset{\frown}{FD} = 2 \times 30 = 60°$
$\frac{180 - m\,\overset{\frown}{BD}}{2} = 54°$
$m\,\overset{\frown}{BD} = 72°$

$y = 180 - 60 = 120°$
$x = 180 - 72 = 108°$

d) $m \angle DAC = 180 - 110 - 41 = 29°$
$m\,\overset{\frown}{DB} = 2 \times 29 = 58°$
$\frac{x - 58}{2} = 41$
$x = 140°$

$y = 360 - 58 - 140 = 162°$

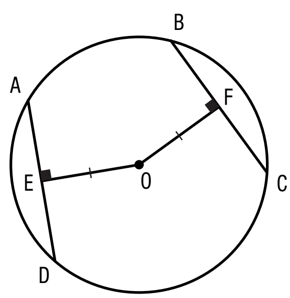
4. a) 4 tangentes. **b)** 3 tangentes. **c)** 2 tangentes.

5. a) 1) Figures ①, ② et ③ : 180°. **2)** Figures ①, ② et ③ : 90°.
b) Un triangle inscrit dans un cercle dont le diamètre forme l'un des côtés du triangle est un triangle rectangle.

Mise au point 8.3 (*suite*)

6. C

Contre exemple :



$\overline{BC}$ et $\overline{AD}$ ne sont pas parallèles.

7. a) $8\sqrt{2}$ cm **b)** 4π cm **c)** 90° **d)** $4\sqrt{2}$ cm

8. a) $3\sqrt{3}$ cm **b)** 0,4 mm **c)** 3 dm **d)** 4,5 cm

Mise au point 8.3 (*suite*)

9. a) ≈ 3,2 cm **b)** $4,5\sqrt{2}$ cm **c)** 10 cm
d) ≈ 6,37 cm **e)** 3 cm **f)** ≈ 5,03 cm

10. a) 1) 90° **2)** 27° **3)** 67,5°
b) 1) ≈ 1,13 cm **2)** ≈ 0,47 cm **3)** ≈ 1,45 cm
c) 45°

11. a) ≈ 9,71 cm **b)** 36°

12. a) $\left(\frac{180}{\pi}\right)° \approx 57,3°$ **b)** 60° **c)** $\frac{\pi r}{3}$ cm

Mise au point 8.3 (*suite*)

13. Mesure de l'angle dans le petit cercle : $\frac{3 \times 60 - 60}{2} = 60°$

Mesure de l'angle dans le grand cercle : $\frac{2 \times 72 - 72}{2} = 36°$

$\frac{\text{m}\,\widehat{AB} + 72}{2} = 60°$ $\qquad$ $\frac{\text{m}\,\widehat{CD} + 60}{2} = 36°$

$\text{m}\,\widehat{AB} = 48°$ $\qquad$ $\text{m}\,\widehat{CD} = 12°$

14. $C = 2\pi r$

$1{,}6\pi = 2\pi r$

$r = 0{,}8$ m

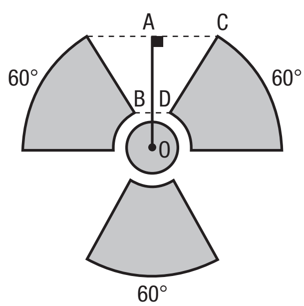
$\cos 25° = \frac{\frac{x}{2}}{0{,}8}$

$x \approx 1{,}45$ m

$\cos 20° = \frac{\frac{y}{2}}{0{,}8}$

$y \approx 1{,}5$ m

15.



$\text{m}\,\overline{OC} = 8$ cm $\qquad$ $\text{m}\,\overline{OD} = 3$ cm $\qquad$ $\text{m}\angle AOC = 30°$

$\cos 30° = \frac{\text{m}\,\overline{AO}}{\text{m}\,\overline{OC}}$ $\qquad$ $\cos 30° = \frac{\text{m}\,\overline{BO}}{\text{m}\,\overline{OD}}$

$\cos 30° = \frac{\text{m}\,\overline{AO}}{8}$ $\qquad$ $\cos 30° = \frac{\text{m}\,\overline{BO}}{3}$

$\text{m}\,\overline{AO} \approx 6{,}93$ cm $\qquad$ $\text{m}\,\overline{BO} \approx 2{,}6$ cm

$6{,}93 - 2{,}6 \approx 4{,}33$ cm

La distance entre les deux segments en pointillé est environ de 4,33 cm.

16. La distance entre le centre O de cette douille et le segment qui relie les centres de deux boulons consécutifs est environ de 4,45 cm.

Mise au point 8.3 (*suite*)

17. Soit *r*, le rayon du cercle.

$$(r - 1)^2 = (r - 1{,}4)^2 + \left(\frac{r-1}{2}\right)^2$$

$$r^2 - 2r + 1 = r^2 - 2{,}8r + 1{,}96 + \frac{r^2}{4} - r + 0{,}25$$

$$0 = \frac{r^2}{4} - 1{,}8r + 1{,}21$$

$$r = \frac{1{,}8 \pm 1{,}4248}{0{,}5}$$

$r \approx 6{,}45$ mm et $r \approx 0{,}75$ mm (à rejeter).

a) $(6{,}45 - 1) \times 2 = 10{,}9$ mm
La distance entre les sommets A et D est environ de 10,9 mm.

b) $(6{,}45 - 1{,}4) \times 2 = 10{,}1$ mm
La distance entre les segments AB et DE est environ de 10,1 mm.

18. La mesure du segment AC est environ de 124 273,89 km.

19. a) Largeur extérieure du dôme :

$80 + 2 \times (52,5 - 50) = 85$ m

$85 \div 2 = 42,5$ m

$52,5^2 = 42,5^2 + x^2$

$x \approx 30,82$ m

$52,5 - 30,82 \approx 21,68$ m

$50 + 21,68 \approx 71,68$ m

La hauteur totale du stade est environ de 71,68 m.

b) $80 + 2 \times (52,5 - 50) = 85$ m

La largeur extérieure du dôme est de 85 m.

c) $\sin \angle BAC = \frac{40}{50}$

$m \angle BAC \approx 53,13°$

La mesure de l'angle BAC est environ de 53,13°.

SECTION 8.4 | Les relations mettant à profit un point et un cercle

Problème

Page 519

Longueur de la route ① à ③ : $2,32 \times x = 1,6 \times 5,8$

$x = 4$ km

$2,32 + 4 = 6,32$ km

Longueur de la route ② à ④ : $1,6 + 5,8 = 7,4$ km

Longueur de la route ④ à ③ : $m \angle ④ = \frac{72}{2} = 36°$

$m \angle ③ = \frac{108}{2} = 54°$

$m \angle A = 180 - 36 - 54 = 90°$

$5,8^2 + 4^2 = y^2$

$y \approx 7,05$ km

Longueur totale : $6,32 + 7,4 + 7,05 \approx 20,77$ km

Coût total : $20,77 \times 62\,500 \approx 1\,297\,847,87$ $

Le coût total de la construction des routes de ce parc est environ de 1 297 847,87 $.

Activité 1

Page 520

a. 1) Les segments OA et OB sont des rayons d'un même cercle et tous les rayons d'un même cercle sont isométriques.

2) Ce sont des angles droits, car toute tangente d'un cercle est perpendiculaire à un rayon en son extrémité.

3) Par la relation de Pythagore, $(m\,\overline{OP})^2 - (m\,\overline{OA})^2 = (m\,\overline{PA})^2$ et $(m\,\overline{OP})^2 - (m\,\overline{OB})^2 = (m\,\overline{PB})^2$. Puisque $\overline{OA} \cong \overline{OB}$, alors $\overline{PA} \cong \overline{PB}$.

b. Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques (CCC).

c. 1) Le segment PO est la bissectrice de l'angle APB.

2) Les mesures des segments tangents l'un à l'autre sont les mêmes.

d. 1) Deux angles inscrits dont les côtés interceptent un même arc sont isométriques.

2) Deux angles inscrits dont les côtés interceptent un même arc sont isométriques.

e. Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

f. $\frac{m\,\overline{AE}}{\mathbf{m\,\overline{BE}}} = \frac{m\,\overline{DE}}{\mathbf{m\,\overline{CE}}}$

g. Le produit des mesures des segments de l'une des cordes est égal au produit des mesures des segments de l'autre.

Activité 1 (*suite*)

Page 521

h. 1) Deux angles inscrits dont les côtés interceptent un même arc sont isométriques.
2) Il s'agit d'un angle commun.

i. Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

j. $\frac{\text{m }\overline{\text{PA}}}{\textbf{m }\overline{\textbf{PD}}} = \frac{\text{m }\overline{\text{PC}}}{\textbf{m }\overline{\textbf{PB}}}$

k. Le produit de la mesure d'un segment sécant par celle de sa partie extérieure est égal au produit de la mesure de l'autre segment sécant par celle de sa partie extérieure.

l. 1) Deux angles inscrits dont les côtés interceptent un même arc sont isométriques.
2) Il s'agit d'un angle commun.

m. Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).

n. $\frac{\text{m }\overline{\text{PA}}}{\textbf{m }\overline{\textbf{PC}}} = \frac{\text{m }\overline{\text{PC}}}{\textbf{m }\overline{\textbf{PB}}}$

o. Le produit de la mesure du segment sécant par celle de sa partie extérieure est égal au carré de la mesure du segment tangent.

Technomath

Page 522

a. 1) Écran **1** : $\text{m }\overline{\text{AE}} \times \text{m }\overline{\text{CE}} = 12{,}96$ cm
Écran **2** : $\text{m }\overline{\text{AE}} \times \text{m }\overline{\text{CE}} = 7{,}56$ cm
2) Écran **1** : $\text{m }\overline{\text{BE}} \times \text{m }\overline{\text{DE}} = 12{,}96$ cm
Écran **2** : $\text{m }\overline{\text{BE}} \times \text{m }\overline{\text{DE}} = 7{,}56$ cm

b. Les produits des mesures des segments de chacune des cordes sont égaux.

c. 1) Écran **3** : $\text{m }\overline{\text{PB}} \times \text{m }\overline{\text{PA}} = 60$ cm
Écran **4** : $\text{m }\overline{\text{PB}} \times \text{m }\overline{\text{PA}} = 60$ cm
2) Écran **3** : $\text{m }\overline{\text{PC}} \times \text{m }\overline{\text{PD}} = 91$ cm
Écran **4** : $\text{m }\overline{\text{PC}} \times \text{m }\overline{\text{PD}} = 91$ cm

d. Les produits de la mesure de chacun des segments sécants par celle de leur partie extérieure sont égaux.

e. 1) Oui, la conjecture émise en **d** s'applique.
2) Oui, la conjecture émise en **b** s'applique.

Mise au point 8.4

Page 525

1. a) 0,9 cm **b)** ≈ 3,13 cm **c)** 3,25 cm **d)** 7,7 cm **e)** ≈ 4,78 cm **f)** ≈ 0,38 cm

2. a) $\frac{bc}{d}$ **b)** $\frac{bc}{3d}$ **c)** $\frac{c(c + d)}{b} - b$
d) $\frac{c^2}{b} - b$ **e)** $\frac{b^2 - c^2}{2c}$ **f)** $\frac{c^2 + 2cd - b^2}{b}$

Mise au point 8.4 (*suite*)

Page 526

3. a) ≈ 2,33 cm **b)** 7 cm **c)** ≈ 3,98 cm **d)** ≈ 2,47 cm **e)** ≈ 4,55 cm **f)** ≈ 4,41 cm

4. a) $x^2 = 3(3 + 7)$
$x \approx 5{,}48$ cm

b) $(x + 1)(x + 2) = 6x$
$x^2 + 3x + 2 = 6x$
$x^2 - 3x + 2 = 0$
$x = \frac{3 \pm 1}{2}$
$x = 1$ cm et $x = 2$ cm.

c) $3(3 + x) = 2(2 + 2x)$
$9 + 3x = 4 + 4x$
$x = 5$ cm
$y^2 = 2{,}5(2{,}5 + 2 \times 5)$
$y \approx 5{,}59$ cm

d) $3x = 2y$
$x = \frac{2y}{3}$
$x^2 = 2(2 + y)$
$\left(\frac{2y}{3}\right)^2 = 4 + 2y$
$4y^2 = 36 + 18y$
$4y^2 - 18y - 36 = 0$
$y = \frac{18 \pm 30}{8}$
$y = 6$ cm et $y = {}^-1{,}5$ cm (à rejeter).
$y = 6$ cm
$x = \frac{2 \times 6}{3}$
$x = 4$ cm

e) $(x - 2)(x + 6) = x(x + 1)$
$x^2 + 4x - 12 = x^2 + x$
$3x = 12$
$x = 4$ cm

f) $x^2 = (x - 2)(x - 2 + x + 3)$
$x^2 = (x - 2)(2x + 1)$
$x^2 = 2x^2 - 3x - 2$
$0 = x^2 - 3x - 2$
$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
$x \approx 3{,}56$ cm et $x \approx {}^-0{,}56$ cm (à rejeter).

Mise au point 8.4 (*suite*) **Page 527**

5. a) Soit x, la distance entre le point B et le cercle.
$6^2 + 7^2 = (x + 6)^2$
$36 + 49 = x^2 + 12x + 36$
$0 = x^2 + 12x - 49$
$x = \frac{{}^-12 \pm \sqrt{340}}{2}$
$x \approx 3{,}22$ cm et $x \approx {}^-15{,}22$ cm (à rejeter).

b) $\tan \angle AOB = \frac{7}{6}$
$m \angle AOB \approx 49{,}4°$
$m \angle AOC \approx 49{,}4 \times 2 \approx 98{,}8°$
$m \overset{\frown}{AC} \approx 98{,}8°$

6. $\approx 7{,}93$ cm

7. a) 6 cm **b)** 8 cm

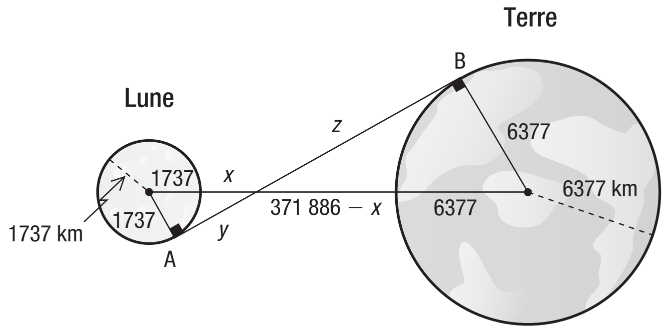
8. $\approx 1{,}37$ cm

Mise au point 8.4 (*suite*) **Page 528**

9. a) $\approx 4{,}37$ cm **b)** $\approx 4{,}47$ cm **c)** $\approx 7{,}07$ cm

10. Soit r, le rayon du cercle.
$r = \frac{8}{2} = 4$ cm
Soit x, le rayon de la surface engendrée par la rotation.
$4^2 + 5^2 = x^2$
$x = \sqrt{41}$
Mesure de la surface : $\pi \times \sqrt{41}^2 = 41\pi$ cm²
La mesure de la surface engendrée par la rotation de ce couteau est de 41π cm².

11.



$380\ 000 - 6377 - 1737 = 371\ 886$

$y^2 = x(x + 2 \times 1737)$ $\quad$ $z^2 = (371\ 886 - x)(371\ 886 - x + 2 \times 6377)$

$y^2 = x^2 + 3474x$ $\quad$ $z^2 = (371\ 886 - x)(384\ 640 - x)$

Les deux triangles sont semblables.

$$\frac{6377}{1737} = \frac{6377 + 371\ 886 - x}{x + 1737}$$

$6377x + 11\ 076\ 849 = 657\ 042\ 831 - 1737x$

$8114x = 645\ 965\ 982$

$x \approx 79\ 611{,}29$ km

$y^2 = 79\ 611{,}29^2 + 3474(79\ 611{,}29)$

$y \approx 81\ 329{,}74$ km

$z^2 = (371\ 886 - 79\ 611{,}29)(384\ 640 - 79\ 611{,}29)$

$z \approx 298\ 583{,}62$ km

m $\overline{\text{AB}} = y + z$, soit $\approx 379\ 913{,}36$ km.

La longueur du segment AB est environ de 379 913,36 km.

Mise au point 8.4 (*suite*)

12. Le diamètre de la roue est environ de 100,63 cm.

13. $(x - 3)x = 2(x - 2)$

$x^2 - 3x = 2x - 4$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$x = \frac{5 \pm 3}{2}$

$x = 4$ dm et $x = 1$ dm (à rejeter).

Soit r, le rayon du cercle.

$5^2 = r^2 + r^2 - 2 \times r \times r \times \cos 142°$

$25 = 2r^2 - 2r^2 \cos 142°$

$25 = 2r^2(1 - \cos 142°)$

$r \approx 2{,}64$ dm

Le diamètre du cercle est environ de 5,29 dm.

14. Le point le plus éloigné de la Terre que les astronautes peuvent observer se trouve à environ 1803,05 km.

15. Non, car m $\overline{\text{HI}} \times$ m $\overline{\text{IE}} \neq$ m $\overline{\text{FI}} \times$ m $\overline{\text{ID}}$.

Mise au point 8.4 (*suite*)

16. a) Non. **b)** Oui.

17. a) La longueur totale de la lampe de poche est environ de 21,29 cm.

b) La mesure associée à x est environ de 5,53 cm.

18. La longueur de la planche de bois est environ de 67,92 cm.

Chronique du passé

Page 533

1. a) 1) 90° **2)** 90° **3)** 90°

b) La mesure d'un angle inscrit dont les côtés interceptent un diamètre est toujours égale à 90°.

2. a) $m\ \overline{AE} \times m\ \overline{CE} = m\ \overline{BE} \times m\ \overline{DE}$ **b)** 2,5 cm

3. a) $a^2 + b^2 = c^2$. La loi d'al-Kashi correspond à la relation de Pythagore.

b) $m\ \angle A \approx 49{,}11°$; $m\ \angle B \approx 70{,}89°$; $m\ \overline{BC} = 3\sqrt{21}$ cm, soit $\approx 13{,}75$ cm.

c) $m\ \angle BAC \approx 44{,}42°$, $m\ \angle ABC \approx 57{,}12°$ et $m\ \angle BCA \approx 78{,}46°$.

Le monde du travail

Page 535

1. La mesure du rayon du cercle qui supporte l'arc AB est environ de 68,17 m.

2. a) La mesure de chacun des cylindres hydrauliques est environ de 3,8 m.

b) 1) La mesure de l'angle formé par les deux cylindres est environ de 39,22°.

2) L'inclinaison par rapport au sol du segment qui relie les points d'attache ① et ② est environ de 6,24°.

Vue d'ensemble

Page 536

1. a) 3,75 cm **b)** $\approx$ 20,24 cm **c)** $\approx$ 0,58 cm

d) $\approx$ 4,91 cm **e)** $\approx$ 2,27 cm **f)** $\approx$ 7,98 cm

2. a) $x = 82°$ et $y = 41°$. **b)** $x = 47°$ et $y = 73{,}5°$. **c)** $x = 84°$ et $y = 17°$.

d) $x = 42°$ et $y = 134°$. **e)** $x = 26°$ et $y = 32°$. **f)** $x = 40°$ et $y = 124°$.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 537

3. a) $3x = 4{,}4 \times 3{,}3$
$x = 4{,}84$ cm

b) $3{,}5(3{,}5 + 5{,}5) = 3{,}6(3{,}6 + x)$
$x = 5{,}15$ cm

c) $6^2 = 3(3 + x + x)$
$36 = 3(3 + 2x)$
$x = 4{,}5$ cm

d) $x(x + x) = 2(2 + 7)$
$x(2x) = 2 \times 9$
$2x^2 = 18$
$x = 3$ cm

e) $2 \times 5 = 3 \times m\ \overline{HC}$
$m\ \overline{HC} = \frac{10}{3}$ cm
$4{,}5 \times \left(4{,}5 + \frac{10}{3} + 3\right) = 5(5 + x)$
$x = 4{,}75$ cm

f) $3{,}6 \times (3{,}6 + 4{,}2) = 3(3 + d)$
$d = 6{,}36$ cm
$x^2 = 3{,}4 \times (3{,}4 + 6{,}36)$
$x \approx 5{,}76$ cm

4. a) $x \approx 68{,}46°$ et $y \approx 3{,}33$ cm. **b)** $x \approx 4{,}27$ cm et $y \approx 3{,}09$ cm. **c)** $x \approx 130{,}62°$ et $y \approx 2{,}33$ cm.

d) $x \approx 3{,}13$ cm et $y \approx 42{,}04°$. **e)** $x \approx 76{,}53°$ et $y \approx 63{,}06°$. **f)** $x \approx 28{,}96°$ et $y \approx 104{,}48°$.

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 538

5. a) ① : $\approx$ 76,74°, ② : $\approx$ 129,91° et ③ : $\approx$ 153,35°.

b) ① : $\approx$ 121,37°, ② : $\approx$ 125,17° et ③ : $\approx$ 113,46°.

6. a) $\approx$ 2,46 cm **b)** $\approx$ 2,26 cm **c)** $\approx$ 3,51 cm

7. a) 105° **b)** 135° **c)** 75° **d)** 30°

8. a) 66° **b)** 74° **c)** 126° **d)** 94°

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 539

9. a) m $\angle$DFE = 65°, m $\angle$DEF = 57,5° et m $\angle$FDE = 57,5°.

b) m $\angle$DFE = 62,5°, m $\angle$DEF = 68° et m $\angle$FDE = 49,5°.

10. a) $\approx$ 7,15 cm **b)** $\approx$ 6,13 cm **c)** $\approx$ 4,13 cm **d)** $\approx$ 8,15 cm

11. $\approx$ 150,75°

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 540

12. a) $\approx$ 106,26° **b)** $\approx$ 77,88°

13. L'angle formé par l'arbre et le flanc de la montagne est de $180 - 90 - 18 = 72°$.

$180 - 72 - 59 = 49°$

$\frac{15}{\sin 49°} = \frac{h}{\sin 59°}$

$h \approx 17{,}04$ m

La hauteur de cet arbre est environ de 17,04 m.

14. a) $3^2 = r^2 + r^2 - 2 \times r \times r \times \cos 30°$

$9 = 2r^2(1 - \cos 30°)$

$r \approx 5{,}8$ cm

b) $0{,}5^2 = 5{,}8^2 + 5{,}8^2 - 2 \times 5{,}8 \times 5{,}8 \times \cos \theta$

$\theta \approx 4{,}94°$

$90 - 4{,}94 = 85{,}06°$

$\sin 85{,}06° = \frac{x}{5{,}8}$

$x \approx 5{,}77$ cm

$b \approx 2 \times 5{,}77 \approx 11{,}55$ cm

c) $\approx$ 4,94°

15. a) Longueur de l'arc rouge : $\frac{69}{2} = 34{,}5°$

$\frac{3{,}4}{2} = 1{,}7$ cm

$\sin 34{,}5° = \frac{1{,}7}{r}$

$r \approx 3$ cm

$\frac{69}{360} = \frac{L}{2 \times \pi \times 3}$

$L \approx 3{,}61$ cm

La longueur de l'arc rouge est environ de 3,61 cm.

La longueur de l'arc bleu est environ de 3,49 cm.

b) Longueur de l'arc rouge : $\sin \frac{78}{2} = \frac{\frac{6{,}5}{2}}{r}$

$r \approx 5{,}16$ cm

$\frac{78}{360} = \frac{L}{2 \times \pi \times 5{,}16}$

$L \approx 7{,}03$ cm

La longueur de l'arc rouge est environ de 7,03 cm.

Longueur de l'arc bleu : $\sin \frac{127}{2} = \frac{\frac{6{,}5}{2}}{r}$

$r \approx 3{,}63$ cm

$\frac{127}{360} = \frac{L}{2 \times \pi \times 3{,}63}$

$L \approx 8{,}05$ cm

La longueur de l'arc bleu est environ de 8,05 cm.

c) Longueur de l'arc rouge : $\sin \frac{37}{2} = \frac{\frac{2{,}2}{2}}{r}$

$r \approx 3{,}47$ cm

$\frac{37}{360} = \frac{L}{2 \times \pi \times 3{,}47}$

$L \approx 2{,}24$ cm

La longueur de l'arc rouge est environ de 2,24 cm.

Longueur de l'arc bleu : $\sin \frac{51}{2} = \frac{\frac{2{,}2}{2}}{r}$

$r \approx 2{,}56$ cm

$\frac{51}{360} = \frac{L}{2 \times \pi \times 2{,}56}$

$L \approx 2{,}27$ cm

La longueur de l'arc bleu est environ de 2,27 cm.

Vue d'ensemble (*suite*)

16. $x + x + 4 \times 10 + 2 \times 22 + y = 360$
$2x + y + 84 = 360$
$2x + y = 276$

Si $y = \frac{x}{2}$:

$2x + \frac{x}{2} = 276$
$4x + x = 552$
$5x = 552$
$x = 110{,}4°$

Donc, $y = \frac{110{,}4}{2} = 55{,}2°$.

$m \angle ① = \frac{55{,}2 + 20}{2} = 37{,}6°$

Si $y = x$:

$2x + x = 276$
$3x = 276$
$x = 92°$

Donc, $y = 92°$.

$m \angle ① = \frac{92 + 20}{2} = 56°$

Les mesures possibles de l'angle ① sont de 37,6° à 56°.

17. a) $75^2 = 100^2 + 150^2 - 2 \times 100 \times 150 \times \cos \angle DEB$
$m \angle DEB \approx 26{,}38°$

La mesure minimale de l'angle DEB est environ de 26,38°.

b) La plus grande longueur de pagaie que ce kayakiste peut utiliser est associée à la mesure de $\overline{DE}$, lorsque le triangle DEB est rectangle en D car dans ce cas, la mesure de $\overline{DB}$ est minimale. On a donc $m\ \overline{DB} = 150 \sin 45°$, soit environ 106,07 cm, cette mesure est supérieure à la distance minimale sécuritaire. On en conclut que n'importe quelle longueur de pagaie conviendra, car la distance entre le kayakiste et l'extrémité de l'autre kayakiste sera toujours supérieure à 75 cm, peu importe la longueur de la pagaie utilisée.

18. $m \angle ABG = 180 - 95 = 85°$ (les angles sont alternes-internes et $\overline{AH}$ // $\overline{BG}$)

a) 1) $(m\ \overline{BH})^2 = 1{,}25^2 + 3{,}5^2 - 2 \times 1{,}25 \times 3{,}5 \times \cos 95°$
$m\ \overline{BH} \approx 3{,}82$ m
$\frac{3{,}82}{\sin 95°} = \frac{1{,}25}{\sin \angle ABH}$
$m \angle ABH \approx 19{,}04°$
$m \angle HBG = 85 - 19{,}04$, soit $\approx 65{,}96$.
$(m\ \overline{HG})^2 = 3{,}82^2 + 1{,}75^2 - 2 \times 3{,}82 \times 1{,}75 \times \cos 65{,}96°$
$m\ \overline{HG} \approx 3{,}49$ m

2) $(m\ \overline{BF})^2 = 4^2 + 2{,}25^2 - 2 \times 4 \times 2{,}25 \times \cos 85°$
$m\ \overline{BF} \approx 4{,}4152$ m
$\frac{4{,}4152}{\sin 85°} = \frac{2{,}25}{\sin \angle CBF}$
$m \angle CBF \approx 30{,}5°$
$m \angle FBG = 95 - 30{,}5$, soit $\approx 64{,}5°$.
$(m\ \overline{GF})^2 = 4{,}42^2 + 1{,}75^2 - 2 \times 4{,}42 \times 1{,}75 \times \cos 64{,}5°$
$m\ \overline{GF} \approx 3{,}99$ m

3) $(m\ \overline{CE})^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \times 3 \times 3 \times \cos 85°$
$m\ \overline{CE} \approx 4{,}0535$ m
$\frac{4{,}0535}{\sin 85°} = \frac{3}{\sin \angle DCE}$
$m \angle DCE \approx 47{,}5°$
$m \angle ECF = 95 - 47{,}5 \approx 47{,}5°$
$(m\ \overline{FE})^2 = 4{,}0535^2 + 2{,}25^2 - 2 \times 4{,}0535 \times 2{,}25 \times \cos 47{,}5°$
$m\ \overline{FE} \approx 3{,}03$ m

b) 1) $3{,}82^2 = 3{,}49^2 + 1{,}75^2 - 2 \times 3{,}49 \times 1{,}75 \times \cos\angle BGH$

$m\angle BGH \approx 86{,}8°$

2) $4{,}42^2 = 3{,}99^2 + 2{,}25^2 - 2 \times 3{,}99 \times 2{,}25 \times \cos\angle CFG$

$m\angle CFG \approx 87{,}8°$

3) $4{,}05^2 = 3{,}03^2 + 3^2 - 2 \times 3{,}03 \times 3 \times \cos\angle DEF$

$m\angle DEF \approx 80{,}7°$

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 542**

19. a) $\dfrac{75}{\sin 35°} = \dfrac{m\,\overline{BE}}{\sin 60°}$ $\dfrac{113{,}24}{\sin 40°} = \dfrac{m\,\overline{BF}}{\sin 115°}$

$m\,\overline{BE} \approx 113{,}24$ m $m\,\overline{BF} \approx 159{,}66$ m

La distance entre les balises B et F est environ de 159,66 m.

b) ΔBDE : $\sin 85° = \dfrac{h}{75}$ $A_{\Delta BDE} = \dfrac{113{,}24 \times 74{,}71}{2}$, soit $\approx 4230{,}34$ m^2.

$h \approx 74{,}71$ m

ΔBCD : $\dfrac{75}{\sin 35°} = \dfrac{m\,\overline{BD}}{\sin 85°}$

$m\,\overline{BD} \approx 130{,}26$ m

$\sin 25° = \dfrac{m\,\overline{CB}}{130{,}26}$

$m\,\overline{CB} \approx 55{,}05$ m

$\cos 25° = \dfrac{m\,\overline{CD}}{130{,}26}$

$m\,\overline{CD} \approx 118{,}06$ m $A_{\Delta BCD} = \dfrac{118{,}06 \times 55{,}05}{2}$, soit $\approx 3249{,}48$ m^2.

ΔBEF : $\sin 25° = \dfrac{h}{113{,}24}$ $A_{\Delta BEF} = \dfrac{159{,}66 \times 47{,}86}{2}$, soit $\approx 3820{,}45$ m^2.

$h \approx 47{,}86$ m

ΔBFG : $\dfrac{159{,}66}{\sin 88°} = \dfrac{m\,\overline{BG}}{\sin 33°}$ $\sin 59° = \dfrac{h}{159{,}66}$ $A_{\Delta BFG} = \dfrac{87{,}01 \times 136{,}86}{2}$, soit $\approx 5954{,}09$ m^2.

$m\,\overline{BG} \approx 87{,}01$ m $h \approx 136{,}86$ m

ΔABG : $\dfrac{87{,}01}{\sin 48°} = \dfrac{m\,\overline{BA}}{\sin 108°}$ $\sin 24° = \dfrac{h}{87{,}01}$ $A_{\Delta ABG} = \dfrac{111{,}35 \times 35{,}39}{2}$, soit $\approx 1970{,}34$ m^2.

$m\,\overline{BA} \approx 111{,}35$ m $h \approx 35{,}39$ m

Aire totale = 4230,34 + 3249,48 + 3820,45 + 5954,09 + 1970,34, soit environ 19 224,7 m^2.

L'aire totale de ce terrain est environ de 19 224,7 m^2.

20. $A_{\Delta ABD} = \dfrac{2{,}5 \times 6{,}5 \times \sin 65°}{2}$, soit $\approx 7{,}36$ m^2.

$(m\,\overline{BD})^2 = 2{,}5^2 + 6{,}5^2 - 2 \times 2{,}5 \times 6{,}5 \times \cos 65°$

$m\,\overline{BD} \approx 5{,}8962$ m

$\dfrac{5{,}8962}{\sin 50°} = \dfrac{7}{\sin\angle DBC}$

$m\angle DBC \approx 114{,}57°$

$m\angle BDC = 180 - 114{,}57 - 50$, soit $\approx 15{,}43°$.

$A_{\Delta BDC} = \dfrac{5{,}8962 \times 7 \times \sin 15{,}43°}{2}$, soit $\approx 5{,}49$ m^2.

$A_{ABCD} = 7{,}36 + 5{,}49$, soit $\approx 12{,}85$ m^2.

$V \approx 12{,}85 \times 5 \approx 64{,}25$ m^3

Le volume de minerai que le camion peut transporter est environ de 64,25 m^3.

21. $\tan 52° = \dfrac{1500}{x}$

$x \approx 1171{,}93$ m

$\tan 45° = \dfrac{1500}{y}$

$y \approx 1500$ m

Distance parcourue $= 1500 + 1171{,}93$, soit $\approx 2671{,}93$ m

$2671{,}93 \text{ m} = 2{,}67193 \text{ km}$
$3 \text{ min} = 0{,}05 \text{ h}$

$\frac{2{,}67193}{0{,}05} \approx 53{,}44$ km/h

Donc, $v = \frac{d}{t} = \frac{2{,}67193}{0{,}05}$, soit $\approx 53{,}44$ km/h.

La montgolfière se déplace à une vitesse d'environ 53,44 km/h.

22. a) m $\overline{OD} = \sqrt{6{,}6^2 + 5^2}$, soit $\approx 8{,}28$ m.

m $\overline{ED} = \sqrt{8{,}28^2 - 3^2}$, soit $\approx 7{,}72$ m.

$\tan \angle FOD = \frac{5}{6{,}6}$

$m\angle FOD \approx 37{,}15°$

$\tan \angle DOE = \frac{7{,}72}{3}$

$m\angle DOE \approx 68{,}76°$

$m\angle AOE = 180 - 37{,}15 - 68{,}76$, soit $\approx 74{,}09°$.

$\tan 74{,}09° = \frac{m\,\overline{AE}}{3}$

m $\overline{AE} \approx 10{,}53$ m

m $\overline{AD} \approx 10{,}53 + 7{,}72$, soit $\approx 18{,}25$ m.

La distance qui sépare le lampadaire d'un des coins de la maison est environ de 18,25 m.

b) $(90 - 74{,}09) \times 2 = 31{,}8°$

La mesure associée à *x* est environ de 31,8°.

Vue d'ensemble (*suite*)

23. $180 - 135 = 45°$

$\frac{4}{\sin 45°} = \frac{5}{\sin x}$

$x \approx 62{,}11°$

$\sin 62{,}11° = \frac{y}{4}$

$y \approx 3{,}54$ m

m $\overline{AB} \approx 3{,}54 \times 2 \approx 7{,}07$ m

La distance qui sépare le point A du point B est environ de 7,07 m.

24. a) 1) $\frac{360}{9} = 40°$

$\sin 20° = \frac{x}{30}$

$x \approx 10{,}26$ m

d(①, ②) $\approx 2 \times 10{,}26 \approx 20{,}52$ m

La distance entre les monuments ① et ② est environ de 20,52 m.

b) 1) $\frac{120 - 40}{2} = 40°$

L'angle d'observation mesure 40°.

2) $\frac{120 - 80}{2} = 20°$

L'angle d'observation mesure 20°.

c) $\frac{20{,}52}{\sin 40°} =$

d(A, ②) $\approx 27{,}65$ m

d(①, ④) $\approx 38{,}57$ m

$\frac{38{,}57}{\sin 20°} =$

d(B, ①) $\approx 111{,}05$ m

$\sin 40° = \frac{x}{30}$

$x \approx 19{,}28$ m

$20{,}52 + 111{,}05 = 131{,}57$ m

$(\text{m } \overline{AB})^2 = 27{,}65^2 + 131{,}57^2 - 2 \times 27{,}65 \times 131{,}57 \times \cos 80°$

$\text{m } \overline{AB} \approx 129{,}66$ m

La distance qui sépare les deux personnes est environ de 129,66 m.

Banque de problèmes

Page 544

1. Le prolongement du segment qui mesure 55 m passe par le centre du cercle qui supporte l'arc AB.

Déterminer la hauteur à partir de ce segment.

$\sqrt{90^2 - 35^2} \approx 82{,}92$ m

Déterminer la hauteur entre le sol et le segment de 55 m.

$\sqrt{90^2 - 80^2} \approx 41{,}23$ m

La hauteur de cet hôtel est environ de 139,15 m.

2. Déterminer la distance x entre les centres de la roue de rayon 0,2 m et de la roue de rayon 0,55 m à l'aide de la loi des cosinus.

$x^2 = 2{,}2^2 + 2{,}5^2 - 2 \times 2{,}2 \times 2{,}5 \cos 20° \Rightarrow x \approx 0{,}87$ m

Déterminer la longueur de chacune des 3 parties rectilignes de la chaîne à l'aide de la relation de Pythagore.

$\approx 2{,}19$ m, $\approx 2{,}495$ m et $\approx 0{,}79$ m.

Déterminer les mesures des angles formés par les centres des roues à l'aide de la loi des sinus.

Roue de rayon 0,4 m : $\approx 60{,}1°$ et roue de rayon 0,2 m : $\approx 99{,}9°$.

Déterminer la mesure, en degrés, de l'arc qui supporte la chaîne sur chacune des roues.

Roue de rayon 0,2 m : $360° - 95{,}22° - 113{,}78° - 99{,}9° \approx 51{,}1°$

Roue de rayon 0,4 m : $360° - 84{,}78° - 93{,}44° - 20° \approx 161{,}78°$

Roue de rayon 0,55 m : $360° - 86{,}56° - 66{,}22° - 60{,}1° \approx 147{,}12°$

Déterminer la longueur de chacune des chaînes x_1, x_2 et x_3 sur l'arc de chaque roue.

Roue de rayon 0,2 m : $\frac{51{,}1°}{360°} = \frac{x_1}{2 \times \pi \times 0{,}2} \Rightarrow x_1 \approx 0{,}18$ m

Roue de rayon 0,4 m : $\frac{161{,}78°}{360°} = \frac{x_2}{2 \times \pi \times 0{,}4} \Rightarrow x_2 \approx 1{,}13$ m

Roue de rayon 0,55 m : $\frac{147{,}12°}{360°} = \frac{x_3}{2 \times \pi \times 0{,}55} \Rightarrow x_3 \approx 1{,}41$ m

La longueur d'une chaîne est environ de 8,2 m.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 545

3. Déterminer la mesure du segment CO.

$\text{m } \overline{CO} = 6^2 - 2^2$, soit $\approx 5{,}65$ cm.

Déterminer la mesure de l'angle COG.

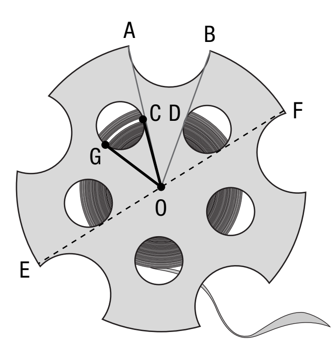
$\text{m } \angle COG = 2 \times \text{arc sin} \frac{1}{3}$, soit $\approx 38{,}94°$.

Déterminer la mesure de l'angle COD.

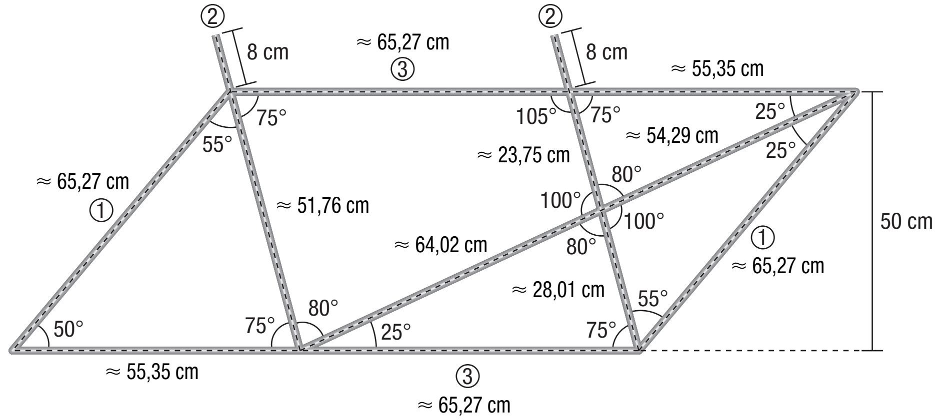
$\text{m } \angle COD = \frac{360 - 5 \times 38{,}94}{5}$, soit $\approx 33{,}06°$.

Déterminer la mesure du segment AB.

$\frac{\sin 33{,}06°}{x} = \frac{\sin 73{,}47°}{12} \Rightarrow x \approx 6{,}83$ cm, où x représente le diamètre d'un demi-cercle qui ceinture la bobine de film.



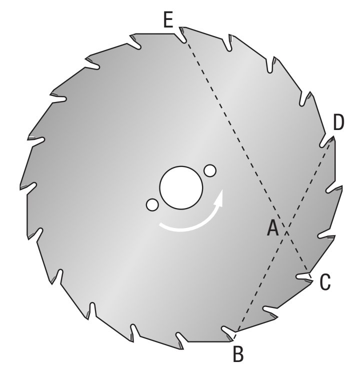
4. Déduire tous les angles du cadre du tandem et calculer, à l'aide de la loi des sinus, les mesures des tiges du cadre.



La longueur minimale des tiges de fibres de carbone est environ de 609,62 cm.

Banque de problèmes (*suite*) **Page 546**

5. Deux dents consécutives forment un arc de 360° ÷ 20 = 18°.



Les mesures du triangle ABC sont indiquées ci-contre.

Déterminer la mesure du segment BC.

$m \overset{\frown}{BC} = 2 \times 18 = 36°$

$m \overset{\frown}{DE} = 4 \times 18 = 72°$

$m \overset{\frown}{CD} = 3 \times 18 = 54°$

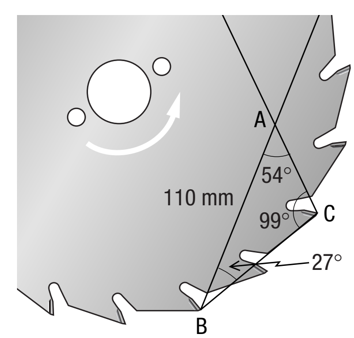
$m \angle A = \frac{72 + 36}{2} = 54°$

$m \angle B = \frac{m \overset{\frown}{CD}}{2} = \frac{54}{2} = 27°$

$m \angle C = 180 - 54 - 27 = 99°$

$\frac{110 \text{ mm}}{\sin 99°} = \frac{m \overline{BC}}{\sin 54°}$

$m \overline{BC} \approx 90{,}1 \text{ mm}$

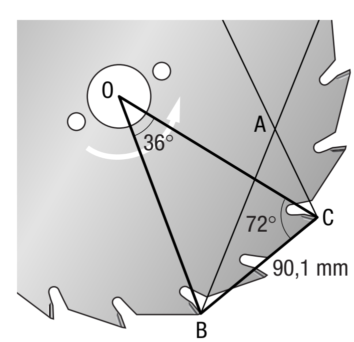


L'angle au centre COB mesure 36°.

Déterminer la mesure du rayon de la lame.

$\frac{\sin 36°}{90{,}1} = \frac{\sin 72°}{x} \Rightarrow x \approx 145{,}79 \text{ mm}$

La machiniste a tort, car la mesure du rayon de la lame est environ de 145,79 mm.



6. Déterminer la mesure de l'arc BC. Celle-ci correspond au double de la mesure de l'angle BOA.

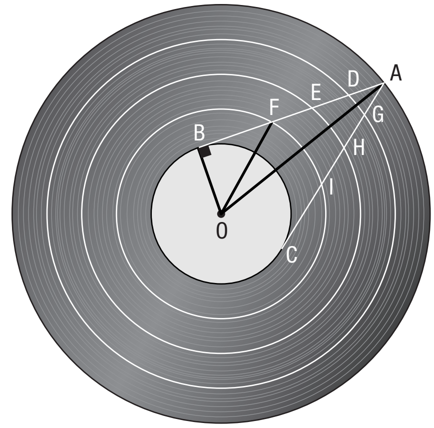
m $\angle$BOA $=$ arc cos$\frac{1}{3}$, soit $\approx 70{,}53°$.

Donc, la mesure de l'arc BC est environ de 141,06°.

Déterminer la mesure de l'arc FI. Celle-ci correspond au double de la différence entre les mesures des angles BOA et BOF.

$70{,}53° - \text{arc cos}\frac{2}{3} \approx 22{,}33°$

Donc, l'arc FI mesure environ 44,68°.



7. $\sqrt{(85-5)^2 + (65-5)^2} = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$

L'ébéniste a tort. Le segment AE mesure 1 m et ce segment correspond à une corde plus petite que le diamètre.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 547

8. Déterminer la mesure du segment BC.

m $\overline{BC} = 4$ cm

Déterminer la mesure de l'angle ③ à l'aide de la loi des cosinus.

m $\angle$③ $=$ arc cos$\left(\frac{8{,}6^2 - 10{,}5^2 - 12^2}{-2 \times 10{,}5 \times 12}\right)$, soit $\approx 44{,}32°$.

Déterminer la mesure du segment AD à l'aide de la loi des cosinus.

m $\overline{AD} = \sqrt{3{,}5^2 + 10{,}5^2 - 2 \times 3{,}5 \times 10{,}5 \cos 44{,}32}$, soit $\approx 8{,}36$ cm.

Déterminer la mesure de l'angle ADC à l'aide de la loi des sinus.

$\frac{\sin 44{,}32°}{8{,}36} = \frac{\sin x}{10{,}5} \Rightarrow x \approx 61{,}33°$, où x représente la m $\angle$ADC.

Puisqu'il s'agit d'un angle obtus : m $\angle$ADC $\approx 119{,}67°$

m $\angle$ADE $\approx 61{,}33°$.

m $\angle$④ $\approx 61{,}33°$, car cet angle intercepte le même arc que l'angle ADE.

Déterminer la mesure de l'angle ① à l'aide de la loi des sinus.

$\frac{\sin 61{,}33°}{8{,}6} = \frac{\sin x}{6{,}5} \Rightarrow x \approx 41{,}54°$, où x représente la mesure de $\angle$①.

Déterminer la mesure de l'arc BD.

$\frac{119{,}67° - x}{2} \approx 44{,}32 \Rightarrow x \approx 31{,}03°$, où x représente la mesure de $\overset{\frown}{BD}$.

Déterminer la mesure de l'angle ②.

m $\angle$② $\approx \frac{119{,}67 + 31{,}03}{2} \approx 75{,}35°$

La personne **B** a raison, car la démarche mathématique ci-dessus permet de déterminer les mesures des angles ① à ④.

9. Déterminer le rayon x du cercle qui supporte les arcs formant les lamelles.

$\frac{\sin 20°}{10} = \frac{\sin 80°}{x} \Rightarrow x \approx 28{,}79$ mm

Déterminer la mesure x du segment qui relie deux pointes de lamelles consécutives.

$\frac{\sin 36°}{x} = \frac{\sin 72°}{28{,}79} \Rightarrow x \approx 17{,}79$ mm

Chaque arc formé par deux pointes de lamelles sur le pourtour du diaphragme mesure 60°.

Le rayon du diaphragme est environ de 17,79 mm et le segment CF mesure environ 35,59 mm.

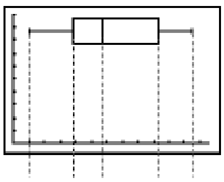
Les mesures statistiques

RÉVISION 9

Réactivation 1

Page 550

a.



b. 1) ≈ 14 500 $ 2) ≈ 14 500 $ 3) 7000 $

c. ≈ 2060,30 $

Mise à jour

Page 553

1. a) 101 mm b) 12 mm

2. B

3.

Mode	Médiane	Moyenne	Étendue
8	14	15	27
5 et 9	6,5	≈ 7,06	5
44	33,5	≈ 31,07	32
Aucun	20	≈ 20,54	31

4. a) 636 finissants et finissantes.
   b) [25, 30[ans.
   c) 30 ans.
   d) [30, 35[ans.
   e) ≈ 31,67 ans.

5.

Classe	Effectif
[10, 20[	4
[20, 30[	7
[30, 40[	5
[40, 50[	7
[50, 60[	2
[60, 70[	7
[70, 80[	3
[80, 90[	4
[90, 100[	5
Total	44

Mise à jour (*suite*)

Page 554

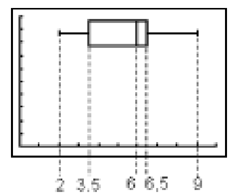
6.

	1) Mode	2) Médiane	3) Moyenne
a)	2 enfants	1,5 enfant	1,45 enfant
b)	1 café	1 café	≈ 1,37 café
c)	≈ 200 cm	180 cm	≈ 174,29 cm

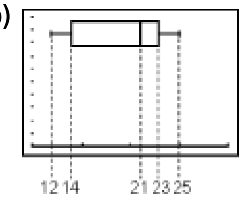
7. ≈ 90,33 %

8. A

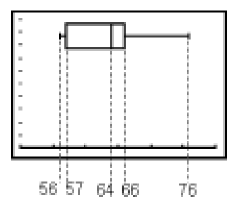
9. a)



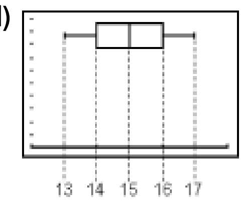
b)



c)



d)



Mise à jour (*suite*)

Page 555

10. a) Le temps en secondes des 15 nageuses de la compétition.
    b) Quantitatif continu.
    c) Environ 46,67 %.
    d) Dans le 1er quart.
    e) 4 s

11. a)

Mesure	Groupe 1	Groupe 2
Médiane	**42,5**	**40**
Étendue	**12**	**21**
Étendue interquartile	**7**	**8**

    b) On ne connaît pas la valeur de chaque donnée de la distribution.
    c) Le groupe 1 puisque, par exemple, dans ce groupe, il y a quatre données supérieures aux données du groupe 2.

12. L'élève du groupe A.

SECTION **9.1**

Des diagrammes et des mesures statistiques

Problème Page 556

Plusieurs réponses possibles. Exemple :
Oui, Anthony sera sélectionné. Il est dans le 20e groupe.

Activité 1 Page 557

a. ≈ 314,61 points.

b. **1)** Dunnichay. **2)** Espinosa.

c.

Nom	Écart entre le résultat et la moyenne des résultats
Espinosa	≈ 66,34
Ishimatsu	≈ 49,99
Veloso	≈ 41,64
Heymans	≈ 33,59
Ortiz Galicia	≈ 26,29
Marleau	≈ 11,99
Dunnichay	≈ 5,01
Mena Yaima	≈ 28,86
Pineda Zuleta	≈ 44,51
Sae	≈ 47,21
Ortiz	≈ 51,46
Buelvas	≈ 52,81

d. ≈ 38,31 points.

e. La finale des dames.

f. Guerra, puisque l'écart entre son résultat et la moyenne est de 84,16 points, tandis que, dans le cas de Espinosa, il est de ≈ 66,34 points.

Activité 2 Page 558

a. **1)** Ces nombres représentent le nombre de dizaines dans chacun des diamètres des chênes répertoriés.
2) 3 données.
3) 4e ligne.
4) 6e ligne.
5) Le nombre à la position les dizaines est le même.

b. **1)** 55 cm **2)** 68 cm

c. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Le diagramme à tige et à feuilles permet de déceler rapidement le mode de la distribution ainsi que certaines tendances. En plus, ce type de diagramme permet de voir toutes les données de la distribution, et ce, en ordre croissant.

d. **1)** ≈ 38,71 % **2)** ≈ 9,68 %
3) ≈ 74,19 % **4)** ≈ 12,9 %

e. **Chêne rouge : diamètre du tronc (cm)**

4	0	5							
5	3	5	5	5	5	**9**			
6	0	0	3	4	4	5	7	7	8
7	0	0	0	1	2	5	5	9	
8	**1**	2	3	3					
9	1	**6**	**6**	7					
10	2	**9**							
11	3								

Technomath Page 559

a. **1)** `18` **2)** `B3`

b. Les données apparaissant dans les formules proviennent de la plage formée des cellules `A1` à `J5`, soit des colonnes `A` à `J` et des lignes `1` à `5`.

c. **1)** 19 **2)** 41 **3)** 85

d. **1)** 46 **2)** 31,5 **3)** 31,92

e. **1)** ≈ 11,84 **2)** 50

Mise au point 9.1 Page 563

1. **a)** 11 **b)** 142 **c)** 0
d) 5 **e)** 16,4 **f)** 24,78

2. **a)** ≈ 3,67 **b)** ≈ 9,43 **c)** 0,5 **d)** 0

3. Aux barres, car elle a un meilleur rang centile à cet appareil (86 > 83) et un meilleur écart à la moyenne (1,05 > 0,65).

4. **a)** 6 enfants. **b)** 4 enfants.

Mise au point 9.1 (*suite*) Page 564

5. 89

6. **a)** 40 **b)** 52 **c)** 36

7.

	Diagramme 1	Diagramme 2
a)	≈ 12,84	≈ 9,47
b)	41	68
c)	99	90

8. **a)** 67 **b)** 35 **c)** 65 **d)** 59

Mise au point 9.1 (*suite*)

Page 565

9. a) **Masse moyenne de chiens adultes (kg)**

0	2 3 4 4 6 6 8 8 9
1	0 3 3 3 4 8
2	4 4 4 5 6 6 7 9 9
3	4 4 4 6 6 9
4	7
5	7 9 9
6	0 3 4
7	1
8	2 7

b) **1)** 70 **2)** 13 **3)** 2

c) 59 kg

d) 94

Mise au point 9.1 (*suite*)

Page 566

10. a) 40, 60 **b)** 20, 40 **c)** 30, 70

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 35, 40, 45, 55, 60, 65

11. Il est préférable d'obtenir un résultat de 77 % et un rang centile de 90, car il n'y a que 10 % des joueurs qui sont meilleurs que nous. Dans le second cas, 23 % des joueurs sont meilleurs que nous.

12. Dans le 4^e quart.

13. 50

14. Dans le groupe ②, car dans ce groupe l'écart à la moyenne est beaucoup plus grand pour 86 %.

15. Dans la distribution **1.**

16. ≈ 1425,42 $

Mise au point 9.1 (*suite*)

Page 567

17. a) Le temps de parcours avec fromage.

b) Le temps de parcours sans fromage.

c) ≈ 32,49 %

18. a) **1)** 75 % **2)** 75 %

b) L'étendue est de 30 dans les 2 premières étapes et de 22 dans la dernière étape. Quant à l'écart moyen, il est de ≈ 5,45 à la première étape, de ≈ 7,01 à la deuxième étape et de ≈ 6,78 à la troisième étape.

c) **1)** 29 **2)** 57 **3)** 87

d) 2 personnes.

Mise au point 9.1 (*suite*)

Page 568

19. a)

Vitesse maximale atteinte lors d'une qualification (km/h)					**Vitesse maximale attteinte lors de la finale (km/h)**								
			596	170									
				171									
				172									
				173	858								
964	942	855	172	174	317								
			735	175									
			220	176	124	140	574	738	996				
745	689	555	048	177	152	167	179	186	199	566	584	617	819
	851	492	411	178									
			072	179									
			859	180									

b) Dans la distribution représentant la vitesse maximale atteinte lors de la finale. L'écart moyen dans cette distribution est d'environ 0,81 km/h, tandis que l'écart moyen dans la distribution représentant la vitesse maximale atteinte lors d'une qualification est d'environ 1,93 km/h.

c) Dans la distribution représentant la vitesse maximale atteinte lors d'une qualification.

20. Non. Au Mexique, la température varie moins qu'au Canada.

21. 98^e

Chronique du passé — Page 571

1. a) 12 billes. b) 1,75 bille.

2. a) 172,2 cm b) ≈ 158,83 cm

3. ≈ 0,67

4. 66

Le monde du travail — Page 573

1. a) $y \approx 2{,}62x + 24{,}21$ b) 181 personnes.

2. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Corrélation linéaire, négative et moyenne.
   b) Non. D'autres facteurs pourraient entrer en ligne de compte, comme l'utilisation d'un insecticide qui tuerait un nombre croissant d'abeilles au fil des ans, et ce, parallèlement à l'augmentation de la popularité des téléphones cellulaires.

Vue d'ensemble — Page 574

1. A 4, B 3, C 1, D 2

2. 1, 3, 2

3. a) A
   b) A : ≈ 0,91 B : ≈ −0,7
   C : 0 D : ≈ −0,76

4. A

Vue d'ensemble (*suite*) — Page 575

5. La taille des bouleaux.

6. Le groupe **B.**

7. **Nombre d'absences des élèves d'un groupe au cours d'un semestre**

0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 2 4 5 6 7
1	2 3 5 6
2	0 5 5 6 7 8
3	0 4 7 7 8
4	0 1

8. A

Vue d'ensemble (*suite*) — Page 576

9. a) 75 b) 2,006 m c) Hulk Hogan.

10. a) 12 h b) 20 h
    c) ≈ 20,89 h d) 25 h

11. Non. Dans le tableau à double entrée, la majorité des effectifs ne suit pas l'une des deux diagonales.

12. 63

Vue d'ensemble (*suite*) — Page 577

13. ≈ 16

14. Dans le marathon des Deux-Rives.

15. En 2018.

16. a) 4:53, 4:55, 5:01 b) 4:34, 4:37, 4:45, 4:51

17. a) 70 b) 100 c) 39 d) 2

Vue d'ensemble (*suite*) — Page 578

18. a) 2 et 3. b) 1 et 3. c) 2
    d) 2 e) 2

19. Oui. Le coefficient de corrélation linéaire associé à la situation est ≈ 0,98.

Vue d'ensemble (*suite*) — Page 579

20. a) 25
    b) Oui, le coefficient de corrélation est ≈ 0,96.
    c) 1) 95 2) 2 cousines. 3) 3 cousines.
    d) ≈ 175 cm

Vue d'ensemble (*suite*) — Page 580

21. a) Non. La courbe semble bien représenter la relation entre le revenu annuel des familles et le pourcentage du revenu consacré aux besoins essentiels.
    b) Oui. Le nuage de points montre une tendance décroissante.
    c) 1) Une famille dont le revenu annuel est d'environ 18 000 $, sous le seuil du faible revenu, qui consacre environ 45 % de son revenu aux besoins essentiels.
       2) Une famille dont le revenu annuel est d'environ 25 000 $, qui consacre environ 95 % de son revenu aux besoins essentiels.
    d) 10 familles.

22. D'après le coefficient de corrélation associé à la situation, qui est ≈ −0,84, l'affirmation est vraie.

Vue d'ensemble (*suite*) — Page 581

23. a) Au Danemark. b) Au Danemark.
    c) ≈ 169,33 cm d) ≈ 184,79 cm
    e) Environ en 1875. f) $y \approx 0{,}1x - 27{,}54$
    g) $y \approx 0{,}11x - 30{,}88$ h) Environ en 2198.

Banque de problèmes

Page 582

24. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Mathématiquement, l'ampoule à incandescence est plus avantageuse que l'ampoule fluorescente puisque l'ampoule fluorescente est 3,26 fois plus chère que l'ampoule à incandescence, mais ne dure que 2,67 fois plus longtemps. Cependant, on pourrait aussi choisir l'ampoule fluorescente afin de préserver l'environnement, puisque cette ampoule se recycle.

25. Vers l'âge de 11 ans.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 583

26. $\approx$ 290 kJ

27. Oui, Adhémar fera partie de l'excursion.